

تتحمل المؤسسات (الشركات) أثناء قيامها بالعملية الإنتاجية تكاليف إنتاج، هذه التكاليف قد تتغير بتغير كمية الإنتاج و هو ما يسمى بالتكاليف المتغيرة (كدفع أجور العمال، كراء الألات، شراء المواد الأولية،..)، كما أنها قد تتحمل تكاليف لا تتغير قيمتها بتغير كمية الإنتاج و هو ما يسمى بالتكاليف الثابتة (كتكلفة كراء مخزن، كراء قطعة لفترة معينة، تكاليف الإنارة، تكاليف التأمين،...)، إذن فالمنتج يتحمل التكاليف الثابتة حتى إن كانت كمية الإنتاج معدومة.

1. دوال التكاليف في المدى القصير

1.1. دالة التكلفة الكلية في المدى القصير la courbe de coût total (CT) de court terme

التكلفة الكلية هي مجموع التكاليف الكلية المتغيرة و التكاليف الكلية الثابتة، أي : $CT = CVT + CFT$

التكلفة الكلية : $CT : Coût Total$

التكلفة الكلية المتغيرة : $CVT : coût variable total$

التكلفة الكلية الثابتة : $CFT : coût fixe total$

إذن فدالة التكلفة الكلية CT تتغير بتغير التكلفة الكلية المتغيرة التابعة لتغير كمية الإنتاج، أي أن :

$$CT = f(Q) + A \quad , \quad \text{حيث } f(Q) = CVT \text{ و } A = CFT$$

2.1. التكلفة المتوسطة CM ، التكلفة الثابتة المتوسطة CFM ، التكلفة المتغيرة المتوسطة CVM ، التكلفة الحدية Cm

$Le coût moyen (CM)$, $le coût fixe moyen (CFM)$, $le coût variable moyen (CVM)$, $le coût marginal (Cm)$

التكلفة الثابتة المتوسطة:

هي حاصل قسمة التكلفة الكلية الثابتة CFT على عدد وحدات الإنتاج (كمية الإنتاج). $CFM = CFT / Q$

التكلفة المتغيرة المتوسطة:

هي حاصل قسمة التكلفة الكلية المتغيرة CVT على عدد وحدات الإنتاج (كمية الإنتاج). $CVM = CVT / Q$

التكلفة المتوسطة CM :

هي حاصل قسمة التكلفة الكلية CT على عدد وحدات الإنتاج (كمية الإنتاج). $CM = CT / Q$ ، و تساوي أيضا

مجموع التكلفة الثابتة المتوسطة و التكلفة المتغيرة المتوسطة، أي أن: $CM = CFM + CVM$

التكلفة الحدية Cm :

هي مقدار التغير في التكلفة الكلية CT الناتج عن تغير كمية الإنتاج بوحدة واحدة، أو هي مقدار التغير في التكلفة

الكلية المتغيرة CVT الناتج عن تغير كمية الإنتاج بوحدة واحدة (المشتقة في حالة المتغير المستمر):

$$Cm = \Delta CT / \Delta Q = \Delta CVT / \Delta Q = \partial CT / \partial Q = \partial CVT / \partial Q$$

مثال: يوضح الجدول الموالي قيمة التكلفة الكلية CT التي تتحملها مؤسسة ما في عملية الإنتاج بدلالة كمية الإنتاج، فإذا علمت أن التكلفة الثابتة الكلية CFT هي 60 دج، المطلوب:

أ/ أرسم منحنيات التكلفة الكلية CT، التكلفة الكلية الثابتة CFT و التكلفة الكلية المتغيرة CVT .

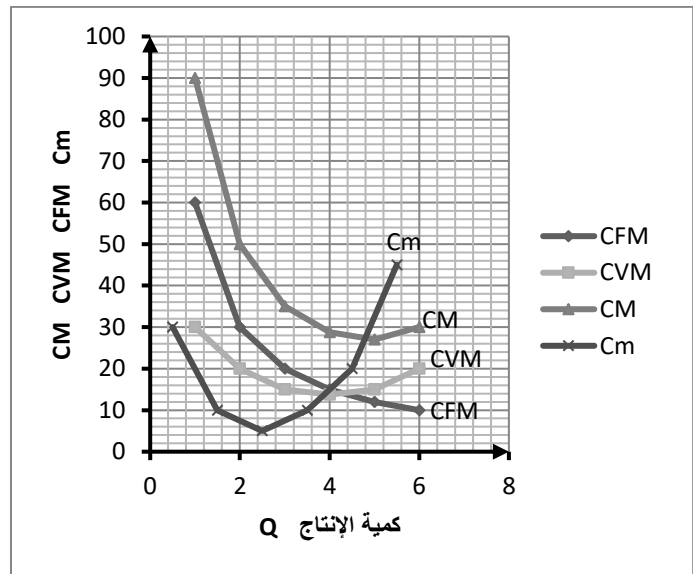
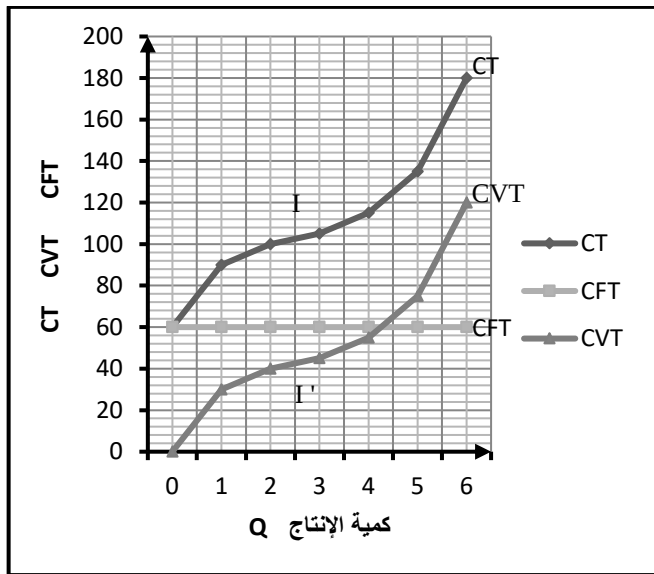
ب/ أرسم منحنيات التكلفة الثابتة المتوسطة CFM، التكلفة المتغيرة المتوسطة CVM، التكلفة المتوسطة CM، و منحنى التكلفة الحدية Cm .

ج/ اشرح و علق على هذه المنحنيات.

الحل:

أ و ب/ رسم المنحنيات:

Q	CT	CFT	CVT	CFM	CVM	CM	Cm
0	60	60	0				
1	90	60	30	60	30	90	30
2	100	60	40	30	20	50	10
3	105	60	45	20	15	35	5
4	115	60	55	15	13,75	28,75	10
5	135	60	75	12	15	27	20
6	180	60	120	10	20	30	45



ج/ التعليق على المنحنيات:

- نلاحظ أن منحنى التكلفة الثابتة المتوسطة CFM يتناقص مع زيادة كمية الإنتاج بسبب توزيع التكاليف الثابتة الكلية CFT على أكبر عدد ممكن من وحدات الإنتاج، إلى أن تصبح $CFM = 0$ في المدى الطويل أين يتحمل المنتج سوى التكاليف المتغيرة فقط.

- منحنى التكلفة الحدية C_m يبلغ قيمته الدنيا عند مستويات إنتاج أقل من مستويات الإنتاج التي توافق بلوغ منحنيات التكلفة المتغيرة المتوسطة CVM و التكلفة المتوسطة CM لقيمتها الدنيا.

- نلاحظ تزايد التكلفة الكلية CT و التكلفة المتغيرة الكلية CVT بتزايد كمية الإنتاج ، بمعدلات متناقصة في البداية (إلى غاية نقطة الانقلاب أو الإنعطاف، النقطتين I و I' أي $Q = 2,5$ حيث $C_m = 0$) ، ثم بمعدلات متزايدة بعدها.

- نلاحظ أن الجزء المتزايد من منحنى التكلفة الحدية C_m يقطع منحنيات التكلفة المتغيرة المتوسطة CVM و التكلفة المتوسطة CM عند قيمهم الدنيا على التوالي، و تعرف هذه النقاط بنقاط الكفاءة الإقتصادية كون تكلفة الوحدة الواحدة عندها تكون أقل ما يمكن.

- منحنيات التكلفة المتغيرة المتوسطة CVM و التكلفة المتوسطة CM على شكل حرف U ، أي أنه كلما زادت كمية الإنتاج تنخفض تكلفة الوحدة الواحدة إلى غاية نقاط الكفاءة الإقتصادية، لترتفع بعدها التكاليف بزيادة كمية الإنتاج.

إستنتاج قيمة التكاليف المثلى:

أدنى تكلفة إنتاج في المدى القصير تساوي أدنى قيمة للتكلفة المتغيرة المتوسطة. إذن، فالمنتج لن ينتج (يتوقف عن الإنتاج و يغلق المؤسسة) إلا إذا كان سعر البيع P أكبر من التكلفة المتغيرة المتوسطة CVM ، و يعرف سعر البيع P المساوي لتكلفة المتغيرة المتوسطة CVM بعتبة الإغلاق le seuil de fermeture للمدى القصير.

2. دوال التكاليف في المدى الطويل

2.1. دالة التكلفة المتوسطة في المدى الطويل (CML) la courbe de Coût Moyen de Long terme (CML)

- في المدى الطويل، تكون التكاليف الثابتة الكلية CFT قد وزعت بالكامل على الكمية المنتجة، و بالتالي فقيمتها معدومة و لا حاجة لتصنيف التكاليف إلى تكاليف ثابتة و تكاليف متغيرة.

- دالة التكلفة المتوسطة في المدى الطويل CML تكون مماس لجميع دوال التكلفة المتوسطة في المدى القصير CMC لمختلف أحجام المؤسسة، و تمثل CML رياضيا مغلفا لجميع دوال CMC.

مثال: مسير مالي بإمكانه إقامة أربعة أحجام لمؤسسة ما في المدى الطويل، حيث تتحمل المؤسسة في المدى القصير تكاليف متوسطة تتناسب مع حجم المؤسسة المقامة CMC1, CMC2, CMC3, CMC4 ، و هو بصدد إختيار حجم المؤسسة المناسب في المدى الطويل و الذي يجعل تكاليفها أقل ما يمكن.

CMC1		CMC2		CMC3		CMC4	
Q	CM	Q	CM	Q	CM	Q	CM
1	20	3	16	5	13	9	12
2	17	4	13	6	11.5	10	11.5
3	15.5	5	12.2	7	10.5	11	11.7
4	15	6	12	8	10	12	12
5	16	7	13	9	10.5	13	13.5
6	18	8	15	10	11	-	-
-	-	-	-	11	12	-	-

المطلوب:

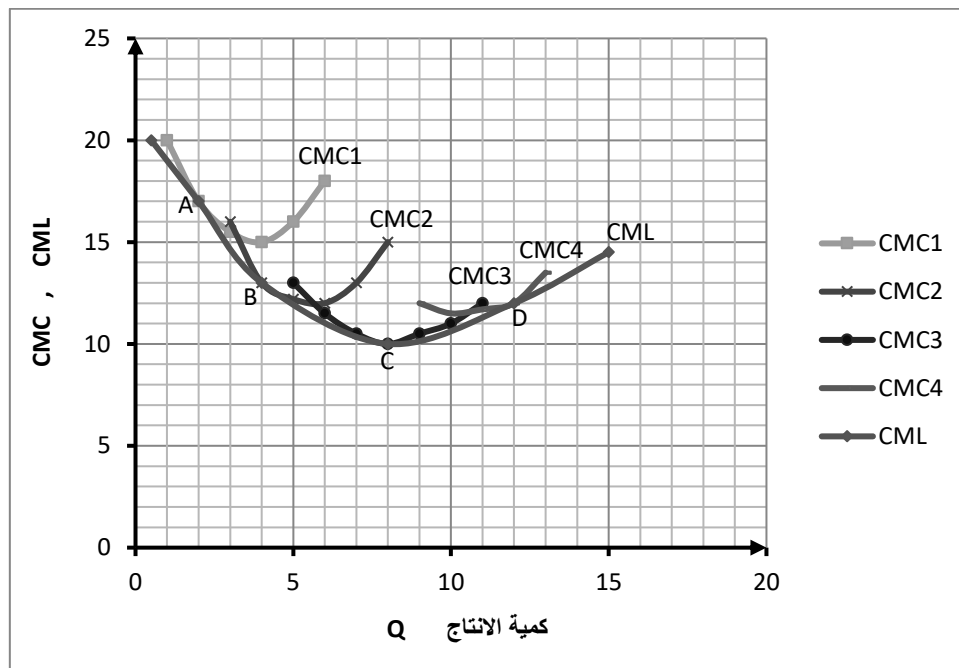
أ/ أرسم منحنيات التكلفة المتوسطة للمدى القصير CMC1, CMC2, CMC3, CMC4 .

ب/ ما هو حجم المؤسسة الذي سيختاره المسير من أجل تخفيض تكاليفه إذا أراد إنتاج 2 وحدة، ثم 4 وحدات، ثم 8 وحدات، ثم 12 وحدة. و استنتج منحنى التكلفة المتوسطة للمدى الطويل CML .

ج/ علق على المنحنى البياني:

الحل:

أ/ رسم منحنيات التكلفة المتوسطة للمدى القصير CMC1, CMC2, CMC3, CMC4 :



ب/ تمثيل منحنى التكلفة المتوسطة للمدى الطويل CML :

- إذا أرادت المؤسسة إنتاج وحدتين فإنها ستختار حجم المؤسسة الموافق لـ CMC1 و تنتج عند النقطة A أين تكون التكلفة المتوسطة هي 17 دج.

- إذا أرادت المؤسسة إنتاج 4 وحدات فإنها ستختار حجم المؤسسة الموافق لـ CMC2 و تنتج عند النقطة B أين تكون التكلفة المتوسطة هي 13 دج أقل مما لو اختارت حجم مؤسسة موافق لـ CMC1 تكون عنده التكلفة المتوسطة هي 15 دج.

- إذا أرادت المؤسسة إنتاج 8 وحدات فإنها ستختار حجم المؤسسة الموافق لـ CMC3 و تنتج عند النقطة C أين تكون التكلفة المتوسطة هي 10 دج أقل مما لو اختارت حجم مؤسسة موافق لـ CMC2 تكون عنده التكلفة المتوسطة هي 15 دج.

- إذا أرادت المؤسسة إنتاج 12 وحدة فإنها ستختار حجم المؤسسة الموافق لـ CMC4 و تنتج عند النقطة D أين تكون التكلفة المتوسطة هي 12.

بالربط بين النقاط المماسية لمنحنيات CMC سنحصل على منحنى التكلفة في المدى الطويل CML ، و يسمى حجم المشروع CMC3 بالحجم الأنسب للمؤسسة (المشروع)، كما تسمى كمية الإنتاج عند النقطة C بالمعدل الأنسب للإنتاج في المدى الطويل.

ج/ التعليق على المنحنى البياني:

نلاحظ أن منحنيات CMC و منحنى CML على شكل حرف U لكن لسببين مختلفين:

- بالنسبة لمنحنيات التكلفة المتوسطة في المدى القصير CMC تكون متناقصة في البداية بسبب دخول عملية الإنتاج في مرحلة أو قانون المردود المتناقص، الراجع بدوره لوجود عوامل إنتاج ثابتة (تكاليف إنتاج ثابتة) في المدى القصير.

- بالنسبة لمنحنيات التكلفة المتوسطة في المدى الطويل CML فلا توجد عوامل إنتاج ثابتة (تكاليف إنتاج ثابتة)، و شكل حرف U هنا راجع لتحقيق مردودات إنتاج des économies d'échelle أو عدم تحقيقها (لا وفورات أو خسائر الحجم) des déséconomies d'échelle ، أي عند زيادة حجم الإنتاج (إنطلاقاً من كميات صغيرة جداً) تحقق المؤسسة مردودات حجم (مضاعفة عوامل الإنتاج بمقدار معين يؤدي لتضاعف كمية الإنتاج بمقدار أكبر) و هو الأمر الذي يجعل منحنى CML متناقص إلى غاية وصوله لقيمته الدنيا، يرتفع منحنى CML بعد ذلك و هو ما يدل على عدم تحقيق المؤسسة لمردودات حجم (مضاعفة عوامل الإنتاج بمقدار معين يؤدي لتضاعف كمية الإنتاج بمقدار أقل).

2.2. دالة التكلفة الكلية و دالة التكلفة الحدية في المدى الطويل

la courbe de Coût Total de Long terme (CTL) et la courbe de Coût marginal de Long terme (CmL)

- يمكن الحصول على دالة التكلفة الكلية في المدى الطويل CTL بضرب كمية الإنتاج Q في التكلفة المتوسطة للمدى

الطويل CML الموافقة لهذه الكمية من الإنتاج، أي: $CML = CT / Q \Rightarrow CTL = CML (Q)$

- التكلفة الحدية في المدى الطويل CmL هي التغير في التكلفة الكلية CTL الناتجة عن تغير كمية الإنتاج بوحدة واحدة

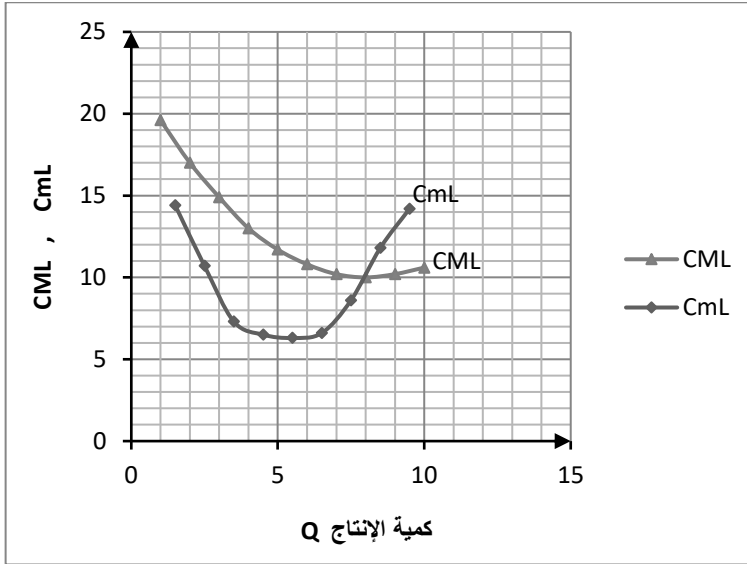
(المشتقة في حالة المتغير المستمر): $CmL = \Delta CTL / \Delta Q = \partial CTL / \partial Q$

مثال:

يوضح الجدول الموالي قيمة التكلفة المتوسطة التي تتحملها مؤسسة ما من عملية الإنتاج بدلالة كمية الإنتاج في المدى الطويل. المطلوب: أحسب التكلفة الكلية و الحدية للمدى الطويل مع تمثيل منحنيات CML و CmL، و التعليق على المنحنى البياني.

الحل:

أ/ حساب التكلفة الكلية و الحدية للمدى الطويل مع تمثيل منحنيات CML و CmL:



Q	CML	CTL = CML (Q)	CmL
1	19,6	19,6	-
2	17	34	14,4
3	14,9	44,7	10,7
4	13	52	7,3
5	11,7	58,5	6,5
6	10,8	64,8	6,3
7	10,2	71,4	6,6
8	10	80	8,6
9	10,2	91,8	11,8
10	10,6	106	14,2

ب/التعليق على المنحنى البياني:

- 1- نلاحظ أنه عندما يتناقص CML فإن CmL يقع تحته و لما يتزايد CML فإن CmL يقع فوقه، أي أنه:
أ/ لكي يتناقص CML يجب أن تكون زيادة CTL الناتجة عن زيادة Q (التكلفة الحدية CmL) أقل من قيمة CML.
ب/ لكي يرتفع CML يجب أن تكون زيادة CTL الناتجة عن زيادة Q (التكلفة الحدية CmL) أقل من قيمة CML.
- 2- عندما تصل CML إلى قيمتها الدنيا فإن $CML = CmL$.

إستنتاج قيمة التكاليف المثلى:

- في المدى الطويل، تكون التكاليف الثابتة الكلية CFT قد وزعت بالكامل على الكمية المنتجة، و بالتالي فأدنى تكلفة إنتاج في المدى الطويل تساوي أدنى قيمة للتكلفة المتوسطة (المساوية أيضا للتكلفة المتغيرة المتوسطة)، و تكون عندها مساوية للتكلفة الحدية. إذن، فالمنتج لن ينتج (يتوقف عن الإنتاج و يغلق المؤسسة) إلا إذا كان سعر البيع P أكبر من التكلفة المتوسطة CM أو للتكلفة المتغيرة المتوسطة CVM، و يعرف سعر البيع P المساوي لتكلفة المتوسطة CM بعبارة الإغلاق le seuil de fermeture للمدى الطويل، و سنرى لاحقا أنه يمثل أيضا عتبة مردودية المؤسسة le seuil de la rentabilité.

ملاحظة:

منحنى التكلفة الكلية للمدى الطويل CTL نحصل عليه انطلاقا من منحنيات التكلفة الكلية للمدى القصير CTC، حيث يكون منحنى CTL مماسا لجميع دوال التكلفة الكلية للمدى القصير CTC، و يمثل CTL رياضيا مغلفا لجميع دوال CTC كما هو موضح في الشكل الموالي:

