Université Mohamed Seddik Ben Yahia - Jijel -

Faculté des Sciences Exactes et Informatique **Année Universitaire 2022/2023**

Département d'Informatique

Serie 3 : Matrices et Déterminants

Exercice 1:

Dans l'exercice 4 (Seie 2), déterminer la matrice de *f* dans la base canonique B_C de R^3.

Dans l'exercice 5 (Seie 2), déterminer la matrice de *u* dans la base canonique B_C de $IR_3[X]$

Exercice 2:

Démontrer que les familles $B=\{v_1=(1,-1,0), v_1=(1,0,1), v_1=(0,-1,1)\}$ forme une base de IR^3.
Donner la matrice de passage de la base canonique B_C de IR^3 à la base B.
Donner la matrice de passage de la base B de $IR_2[X]$ à la base B_C.

Exercice 3:

1- Démontrer que les familles $B=\{P_1=(1-X)^2, P_2= X(1-X) ,P_3= X^2\}$,
$B'=\{P_1=X, P_2= 1-X ,P_3= X(1-X)\}$ forment des bases de $IR_2[X]$.
2- Donner la matrice de passage de la base canonique B_C de $IR_2[X]$ à la base B.
3- Donner la matrice de passage de la base B' de $IR_2[X]$ à la base B_C.
4- Donner la matrice de passage de la base B de $IR_2[X]$ à la base B'.

Exercice 4: 1- Calculer si possible les produit AB et BA, CD et DC tel que

$A=\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

2- Calculer C^t, B^t, $C+ B^t$, $2C^t-3B$.
3- Déterminer BC et CB, Tr(BC) et Tr(CB) (Tr représente la trace).

Exercice 5: Soit $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

1- Trouver toutes les matrices $B \in M_2(IR)$ qui commutent avec A, c'est-à-dire telles que AB=BA.
2- Même question pour $A=\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$, tel que a, b des réels non nuls.

Exercice 6: Soit $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

1- Calculer A^2, A^3. En déduire la valeur de A^n pour tout $n \geq 1$
2- Même question pour B (Aux étudiants).

Exercice 7: Soient $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$

1- Supposons *ad-bc* non nul, trouver la matrice inverse de A.
2- Calculer det(B) et déduire l'inverse de B.