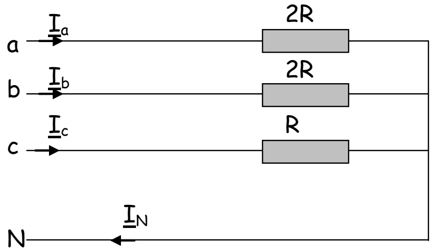
## *Exercice 1.*

On considère le montage étoile suivant :
Le système d'alimentation est triphasé déséquilibré. La résistance R est fixe, la phase « c » a été branchée par erreur en opposition de phase si bien que l'on écrit en notation complexe :

$\underline{V}_a = V$ ; $\underline{V}_b = \underline{a}^2 V$ ; $\underline{V}_c = -\underline{a}V$ .

On rappelle que $1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0$




1. Déterminer les composantes de Fortescue du système des tensions.
2. Exprimer les courants $\underline{I}_a$, $\underline{I}_b$, $\underline{I}_C$, $\underline{I}_N$ en notation complexe en fonction de $\frac{V}{R}$ .
3. En déduire les composantes de Fortescue du système des courants en fonction de $\frac{V}{R}$ .
4. Déterminer les puissances active et réactive absorbées par la charge, par un calcul direct, puis en utilisant les composantes des Fortescue et comparer.

**106** **1.** $V_0 = -\frac{2}{3} a\,V$ ; $V_d = +\left(\frac{1}{3}\right) V$ ; $V_i = -\frac{2}{3} a^2\,V$.

**2.** $I_a = \frac{V}{2R}$ ; $I_b = \frac{a^2 V}{2R}$ ; $I_c = -\frac{a\,V}{R}$ ; $I_N = -\frac{3\,a\,V}{2R}$

**3.** $I_0 = -\frac{a\,V}{2R}$ ; $I_d = 0$ ; $I_i = -\frac{a^2 V}{2R}$.

**4.** Calcul direct : $Q = 0$, et $P = \frac{2V^2}{R}$

À l'aide des composantes de FORTESCUE : ici $\underline{I}_d = 0$

Alors $\underline{S} = 3\,\underline{V}_0\,\underline{I}_0^* + 3\,\underline{V}_i\,\underline{I}_i^* = \frac{2V^2}{R}$ ; donc la puissance apparente complexe $\underline{S}$ est réelle et égale à P.

## *Exercice 2.*

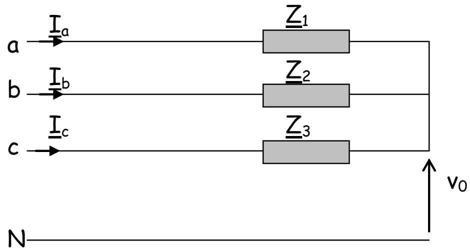
On considère le montage étoile suivant :
Le système d'alimentation est triphasé équilibré direct. On rappelle

l'expression des nombres complexes $\underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$ et

$\underline{a}^2 = e^{-j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$

La tension phase neutre a pour valeur efficace V=230 V . On donne :

$\underline{Z}_a = R$ ; $\underline{Z}_b = R\left(1 + j\sqrt{3}\right)$; $\underline{Z}_c = R\left(1 - j\sqrt{3}\right)$ avec R= 230 Ω




1. Calculer $\underline{V}_0$
2. En déduire les valeurs complexes des courants de chaque phase, et leur valeur efficace.
3. Calculer la puissance active fournie par chaque phase et la puissance totale absorbée par la charge.
4. Calculer la puissance réactive fournie par chaque phase et la puissance réactive totale absorbée par la charge.

Solution :

1. $\underline{V}_0 = 0$
2. $I_a = \frac{V}{R}$ ; $I_a = -\frac{V}{2R}$ ; $I_a = -\frac{V}{2R}$ ; $I_a$= 1 A : $I_b = I_c$ = 0,5 A
3. $P_a$ = 230 W ; $P_b = P_c$ = 57.5 W ; $P_T$=345 W
4. $Q_a$ = 0 VAr ; $Q_b$ = 100 Var ; $Q_c$ = -100 VAr ; $Q_T$ = 0 VAr

## *Exercice 3.*

Lors de la construction d'un transformateur triphasé, supposé parfait, une confusion s'est produite dans le repérage des bornes d'un enroulement secondaire ; de ce fait, dans le branchement étoile de ces enroulements secondaires, le système triphasé de tensions simples obtenu est celui représenté par la figure 1.

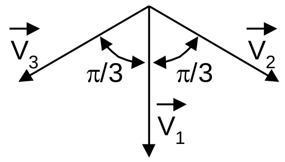


figure 1

Les valeurs efficaces $V_1$, $V_2$, $V_3$ de ces tensions simples sont égales et leur fréquence est 50 Hz.

L'opérateur complexe noté $\underline{a}$ représente une rotation de $\dfrac{2\pi}{3}$ dans le sens trigonométrique.

**1.** Exprimer en fonction de $\underline{a}$ et de $\underline{V}_1$ (expression complexe associée à $v_1$) :

**1.1.** les expressions complexes $\underline{V}_2$ et $\underline{V}_3$ associées aux tensions $v_2$ et $v_3$.

**1.2.** les expressions complexes $\underline{U}_{23}$, $\underline{U}_{12}$ et $\underline{U}_{31}$ associées aux tensions composées $u_{23}$, $u_{12}$ et $u_{31}$.

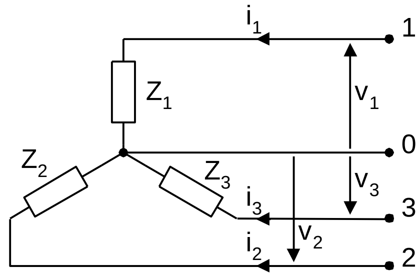


figure 2

**2.** Le secondaire du transformateur alimente 3 impédances $Z_1$ , $Z_2$ , $Z_3$ d'expressions complexes $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$ et $\underline{Z}_3$ montées en étoile avec fil de retour (figure 2).

**2.1.** Montrer que, si $\underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = -\underline{Z}_1$, les courants en ligne $i_1$, $i_2$ et $i_3$ forment un système direct de courants triphasés équilibrés.

Si $Z_1$ est une bobine non résistante d'inductance :
L = 0,318 H, caractériser physiquement $Z_2$ et $Z_3$.

**2.2.** Montrer que, si $\underline{Z}_2 = -\underline{a}\,\underline{Z}_1$ et $Z_3 = -\underline{a}^2\,\underline{Z}_1$, les courants en ligne $i_1$, $i_2$ et $i_3$ forment un système inverse de courants triphasés équilibrés.

Si $Z_1$ est une résistance pure de 100 Ω, caractériser physiquement les impédances $Z_2$ et $Z_3$ sachant qu'elles sont formées d'éléments simples (R, L ou C) montés en série.

**3.** Dans les conditions de la question **2.2.**, sachant que la valeur efficace commune des 3 tensions simples est V = 400 V, calculer :

**3.1.** la puissance active fournie par chaque enroulement secondaire du transformateur ;

**3.2.** les indications de chacun des 2 wattmètres utilisés dans la méthode classique des 2 wattmètres sachant que leurs circuits "courants" sont branchés sur les fils de ligne 1 et 2.

**4.**

**4.1.** Exprimer en fonction de $\underline{V}_1$ et de A les composantes symétriques $\underline{V}_d$, $\underline{V}_i$ et $\underline{V}_0$ des 3 tensions $\underline{V}_1$, $\underline{V}_2$ et $\underline{V}_3$.

**4.2.** Les secondaires du transformateur alimentent 3 résistances R égales à 40/3 Ω montées en étoile sans fil de retour (figure 3).

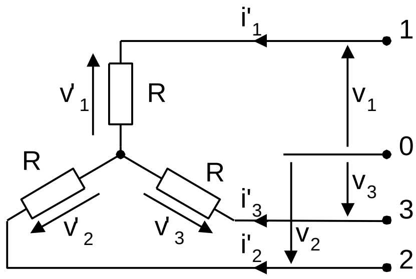


figure 3

**4.2.1.** Montrer que, dans ces conditions, les tensions $\underline{V}'_1$, $\underline{V}'_2$, $\underline{V}'_3$ aux bornes des 3 résistances ont les mêmes composantes directe et inverse que les tensions $\underline{V}_1$, $\underline{V}_2$, $\underline{V}_3$ et que leur composante homopolaire est nulle.

Calculer, en fonction de $\underline{V}_1$, les expressions complexes des composantes symétriques des courants en ligne.

**4.2.2.** En déduire, en fonction de $\underline{V}_1$, les expressions complexes des courants en ligne.

**4.2.3.** Calculer les valeurs efficaces de ces courants en ligne sachant que V = 400 V.

On rappelle que si $\underline{a}_0$, $\underline{a}_d$, $\underline{a}_i$ sont les composantes symétriques d'un système de trois grandeurs complexes $\underline{a}_1$, $\underline{a}_2$, $\underline{a}_3$ on a les relations :

$$\begin{Vmatrix} \underline{a}_0 \\ \underline{a}_d \\ \underline{a}_i \end{Vmatrix} = \frac{1}{3} \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{Vmatrix} \times \begin{Vmatrix} \underline{a}_1 \\ \underline{a}_2 \\ \underline{a}_3 \end{Vmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{Vmatrix} \underline{a}_1 \\ \underline{a}_2 \\ \underline{a}_3 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{Vmatrix} \times \begin{Vmatrix} \underline{a}_0 \\ \underline{a}_d \\ \underline{a}_i \end{Vmatrix}$$

<u>*Solution :*</u>

**1.**

**1.1.** $\underline{V}_2 = -\underline{a}^2.\underline{V}_1$ ; $\underline{V}_3 = -\underline{a}.\underline{V}_1$

**1.2.** $\underline{U}_{23} = \underline{V}_1(\underline{a} - \underline{a}^2)$ ; $\underline{U}_{12} = -\underline{a}.\underline{V}_1$ ; $\underline{U}_{31} = \underline{a}^2.\underline{V}_1$

**2.**

**2.1.** $\underline{I}_1 = \frac{\underline{V}_1}{\underline{Z}_1}$ ; $\underline{I}_2 = \frac{\underline{V}_2}{\underline{Z}_2} = \underline{a}^2.\underline{I}_1$ ; $\underline{I}_3 = \frac{\underline{V}_3}{\underline{Z}_3} = \underline{a}.\underline{I}_1$ $\Rightarrow$ $i_1$, $i_2$ et $i_3$ : système direct équilibré ; $Z_2$ et $Z_3$ sont des condensateurs de capacité 31,9 µF

**2.2.** $\underline{I}_1 = \frac{\underline{V}_1}{\underline{Z}_1}$ ; $\underline{I}_2 = \frac{\underline{V}_2}{\underline{Z}_2} = \underline{a}.\underline{I}_1$ ; $\underline{I}_3 = \frac{\underline{V}_3}{\underline{Z}_3} = \underline{a}^2.\underline{I}_1$ $\Rightarrow$ $i_1$, $i_2$ et $i_3$ : système inverse équilibré ; $Z_2$ est une association série de $R_2$ = 50 Ω et $C_2$ = 36,8 µF ; $Z_3$ est une association série de $R_3$ = 50 Ω et $L_3$ = 0,276 H

**3.**

**3.1.** $P_1$ = 1600 W ; $P_2$ = 800 W ; $P_3$ = 800 W

**3.2.** Indications des wattmètres : 800 W pour celui traversé par $i_1$ ; 2400 W pour l'autre

**4.**

**4.1.** $\underline{V}_0 = \frac{2}{3}\underline{V}_1$ ; $\underline{V}_d = -\frac{1}{3}\underline{V}_1$ ; $\underline{V}_i = \frac{2}{3}\underline{V}_1$

**4.2.**

**4.2.1** $\underline{I}'_0 = 0$ ; $\underline{I}'_d = -\frac{1}{40}\underline{V}_1$ ; $\underline{I}'_i = \frac{1}{20}\underline{V}_1$

**4.2.2** $\underline{I}'_1 = \frac{1}{40}\underline{V}_1$ ; $\underline{I}'_2 = \frac{1}{40}\underline{V}_1(1 + 3.\underline{a})$ ; $\underline{I}'_3 = \frac{1}{40}\underline{V}_1(-2 - 3.\underline{a})$

**4.2.3** $I'_1$ = 10 A ; $I'_2$ = 26,5 A ; $I'_3$ = 26,5 A

<u>***Exercice 4.***</u>

Une résistance de chauffage permettant d'obtenir une puissance P = 104 kW est branchée entre les phases R et S (figure 1), d'un réseau triphasé 400 V, 50 Hz.

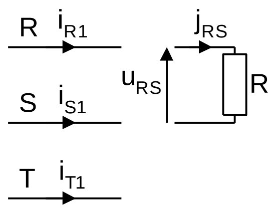


figure 1

1. Quel est le déphasage $\varphi$ du courant $j_{RS}$ dans la résistance R par rapport à la tension $u_{RS}$ ?
2. Calculer les intensités efficaces et les phases à l'origine des trois courants en ligne $i_{R1}$, $i_{S1}$, $i_{T1}$,
3. Placer ces courants sur le diagramme de Fresnel correspondant du document-réponse a). On notera $\psi_{R1}$ la phase de $i_{R1}$ et $\psi_{S1}$ celle de $i_{S1}$.
4. Calculer les composantes de Fortescue des 3 courants.

On utilise le circuit d'équilibrage de la figure 2 : une inductance L entre les phases R et T et une capacité C entre les phases S et T. Dans les questions 1 et 2 seuls ces éléments sont branchés sur le réseau.

Les valeurs de C et de L sont choisies de manière à ce que les puissances réactives mises en jeu dans ces deux dipôles soient égales entre elles en valeur absolue Q = 60 kVAR.

1. Déterminer les valeurs de $C\omega$ et de $L\omega$.
2. Calculer l'intensité du courant $i_{S2}$ et son déphasage $\varphi_{S2}$ par rapport à $u_{ST}$. Calculer l'intensité efficace du courant $i_{R2}$ et son déphasage par rapport à $u_{RT}$, puis sa phase $\psi_{R2}$ par rapport à $u_{TR}$.
3. Placer ces courants sur le diagramme de Fresnel du document-réponse b).
4. En déduire l'intensité du courant $i_{T2}$ et sa phase par rapport à $u_{RS}$.
5. Calculer les composantes de Fortescue des 3 courants

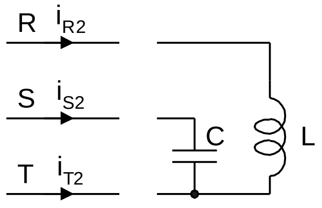


figure 2

6. On ajoute ce circuit de compensation à la résistance de la première question (figure 3) (superposition). Déterminer les intensités efficaces et les phases des trois courants de ligne $i_{R3}$, $i_{S3}$, $i_{T3}$. Placer ces courants sur le diagramme de Fresnel du document-réponse c).
7. Conclure quand au système obtenu. Pourquoi parle-t-on d'équilibrage ?
8. Calculer la puissance active P et la puissance réactive Q fournies par le réseau R, S, T.

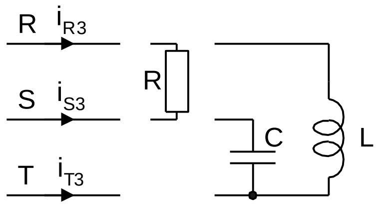


figure 3