

## (I) أسئلة نظرية ( 8 ن):

- 1- تعريف الميكانيكا السماوية ( 1.5 ن) : الميكانيكا السماوية هي دراسة و وصف حركة الأجسام الفلكية مثل النجوم و الكواكب (الأفلاك بصفة عامة) تحت تأثير قوى الجاذبية و بالاستعانة بقوانين الفيزياء (ميكانيكا نيوتن، النسبية العامة، ... و الرياضيات (الهندسة التفاضلية، ...).
- 2- الثقب الأسود ( 1.5 ن) : الثقب الأسود هو جسم سماوي مضغوط و كثيف جدًا، بحيث أنّ حقل جاذبيته لا يسمح لأي شكل من أنواع الطاقة أو الاشعاعات بالمرور. النجم النوتروني: هو نجم كثافة مادته عالية جدًا، فكثافتها تقارب كثافة النواة الذرية (فمثلا، نجم نوتروني نصف قطره  $10\text{ km}$  يمكن أن تصل كتلته  $1.5$  من كتلة الشمس).
- 3- فرضية السديم الشمسي ( 2 ن) : تنص هذه الفرضية على أنّ النظام الشمسي كان في البدء عبارة عن سديم (دخان) عظيم، أغلب مادته مكونة من الهيدروجين. أدت قوى الجاذبية بين عناصره إلى إنطغاطه، و من ثمّ إرتفاع درجة حرارته و زيادة سرعته الدورانية و كذلك تسطّيح شكله. بمرور الزمن (ملايين السنين!) و تحت تأثير هذه العوامل، انفصل مركز هذا الأخير عن أطرافه ليتكوّن لدينا الشمس (النجم) و الكواكب الابتدائية حولها. عند وصول درجة حرارة نواة الشمس الابتدائية إلى بعض ملايين الدرجات المئوية، إنطلقت تفاعلات الانصهار النوويّ مؤدية إلى توازن هذه الأخيرة هيدروليكيًا، و مشكلة مصدر طاقتها الأساسي. يمكن تلخيص مراحل تشكّلها بـ:
  - ذوبان السديم الأصلي و إنقسامه إلى نجم و كواكب ابتدائية.
  - بفعل الإنضغاط الناتج عن الجاذبية تنطلق التفاعلات النووية في هذا النجم (الشمس).
  - بفعل الضّغط الناتج عن قوى الجاذبية و الضّغط الناتج عن الانصهار النووي، تتوازن الشمس هيدروليكيًا.
  - بمرور الزمن، تتحوّل الكواكب الابتدائية إلى كواكب سيّارة... الخ.
- 4- مصدر طاقتها : ( 1.5 ن) هو الهيدروجين عن طريق الانصهار النوويّ بروتون-بروتون و ذلك يتمّ على مستوى النواة.
- 5- بإستعمال قانون كبلر الثالث و الذي يطبق على النجوم المزدوجة ( 1.5 ن) .

## (II) مسألة: تحديد كتلة و بعد الأرض عن الشمس ( 12 ن)

- 1- نبرهن عن الطّبيعة الإهليجيّة لمسار القمر الصّناعي حول الأرض بإستعمال قانون نيوتن للجذب العام بين

كتلتين أحدهما صغيرة جدًا أمام الأخرى. باستعمال المبدأ الأساسي للتّحريك، نتحصّل على معادلة الحركة التّالية :  
( 1.5 ن )

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = - \frac{mMG}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}.$$

حيث أنّ  $M$  هي كتلة الأرض،  $m$  هي كتلة القمر الصّناعي و  $\vec{r}$  هو شعاع الموضع. باستعمال نظرية إنحفاظ العزم الحركي (  $d\vec{\sigma}/dt = 0$  )، نثبت أنّ القمر يتحرّك وفق المستوي العمودي على  $\vec{\sigma}$ ، حيث أنّ طويلة العزم الحركي هي  $\|\vec{\sigma}\| = r^2 \frac{d\theta}{dt}$ . باستعمال المعادلتين السابقتين، نتحصّل على المعادلة التفاضلية للحركة والتي حلّها من الشّكل :

$$r(\theta) = \frac{p}{1 + e \cos(\theta - \theta_0)}, \quad p = \frac{\sigma^2}{MG}, \quad e = \frac{\epsilon \sigma^2}{MG}.$$

تسمّى  $e$  الانحراف المداري. إذا كان  $e = 0$  فإنّ المسار يكون دائري و إذا كان  $0 < e < 1$  فإنّ المسار يكون قطع ناقص كما في حالة الكواكب (هذا برهان القانون الأوّل).

2- هو قانون كيبلر الثالث. عبارته:  $\frac{T^2}{A^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$  ( 1.5 ن ).

3- كتلة الأرض في الحالات التّالية : ( 3 ن )

إسم القمر الصّناعي	Alcomsat	Nilesat	Arabsat
إرتفاعه عن الأرض A (km)	36000	35819	35849
الدّور (دقيقة)	1383.70	1435.8	1390.1
كتلة الأرض (kg)	$3.99995 \times 10^{24}$	$3.65917 \times 10^{24}$	$3.91354 \times 10^{24}$

1.4-  $\beta = 17.54'' = 0.0000849932 \text{ rd}$  . بعد المّريخ عن الأرض :

$$D_m = \frac{6400 \text{ km}}{0.0000849932} = 7.53001 \times 10^7 \text{ km} \quad ( 1.5 ن ) .$$

2.4- المسافة بين الأرض و الشّمس . ( 1.5 ن ) قانون كيبلر على الجملة أرض - شمس :  $\frac{T_1^2}{A_1^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$  و

قانون كيبلر على الجملة مّريخ - شمس :  $\frac{T_2^2}{A_2^3} = \frac{T_1^2}{(A_1 + D_m)^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$  . حيث أنّ  $T_1 = 1$  سنة،  $T_1 = 1.88$  سنة و

$D_m$  هي المسافة بين الأرض و المّريخ (  $A_2 = A_1 + D_m$  ). بقسمة القانونين نجد أنّ :  $\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{(A_1 + D_m)^3}{A_1^3}$  . إذن :

$$A_1 = \frac{D_m}{\sqrt[3]{T_2^2/T_1^2 - 1}} = 1.43908 \times 10^8 \text{ km} .$$

1.5- المسافة بين الأرض و الزّهرة. ( 1.5 ن )  $D_s = (276 \text{ s}/2) \times 3 \times 10^3 \text{ m/s} = 41.4 \times 10^6 \text{ km}$  .

2.5- بنفس الطريقة السابقة نثبت أنّ:  $A_1 = \frac{D_s}{1 - \sqrt{T_3^2/T_1^2}}$  ، حيث أنّ  $T_3$  هو دور الزّهرة. إذن:

$$A_1 = 1.49559 \times 10^6 \text{ km} \quad ( 1.5 ن ) .$$