Université Mohamed Seddik Ben Yahia - Jijel -

Faculté des Sciences Exactes et Informatique **Année Universitaire 2022/2023**

Département d'Informatique **Module : Alg2**

Serie 3 : Matrices et Déterminants +Systèmes Linéaires

Exercice 8:

1- Montrer sans développer (c.à.d. par les transformations élémentaires) que

det(A)=$\begin{vmatrix} 1+a & a & a \\ b & 1+b & b \\ c & c & 1+c \end{vmatrix}$=a+b+c+1.

2- Calculer det(A), det(B) tel que :

A=$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ a & a & b & c \\ a & a & a & b \\ a & a & a & a \end{pmatrix}$.

Et trouver les valeurs de a, b, c pour que B soit inversible.

1- Mêmes questions pour les matrices $N_b=\begin{pmatrix} b & b+1 & b+2 \\ b+1 & b+2 & b+3 \\ b+2 & b+3 & b+4 \end{pmatrix}$, $R_b=\begin{pmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{pmatrix}$ **(Devoir).**

2- Soient les matrices T=$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} 1 & -10 & 11 \\ -3 & 6 & 5 \\ -6 & 12 & 8 \end{pmatrix}$. Calculer B=TA et puis det(B) et déduire det(A).

Exercice 9: Soit la matrice $M_b=\begin{pmatrix} 1 & 3 & b \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

1- Calculer det(M_b) et déduire les valeurs de b pour que M_b soit inversible.
2- Déterminer selon les valeurs de b le rang de M_b.
3- Mêmes questions pour les matrices : $M_a=\begin{pmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a \end{pmatrix}$, $N_a=\begin{pmatrix} a & -1 & 0 & -1 \\ -1 & a & -1 & 0 \\ 0 & -1 & a & -1 \\ -1 & 0 & -1 & a \end{pmatrix}$ **(Devoir)**

Exercice 10:

a) Écrivez les systèmes d'équations suivants sous forme matricielle (AX=B), trouver r=rg(A), puis résolvez-les.

1- $\begin{cases} x+y+2z=3 & \dots(1) \\ x+2y+z=1 & \dots(2) \\ 2x+y+z=0 & \dots(3) \end{cases}$ (S)

2- $\begin{cases} x+2y-3z=4 & \dots(1) \\ x+3y-z=11 & \dots(2) \\ 2x+5y-5z=13 & \dots(3) \\ x+4y+z=18 & \dots(4) \end{cases}$ (S)

3- $\begin{cases} 3x+y-2z+3t=0 & \dots(1) \\ -x+2y-4z+6t=2 & \dots(2) \\ 2x-y+2z-3t=0 & \dots(3) \end{cases}$ (S)

b) Soit le polynôme $P(X)=aX^2+bX+c$. Déterminer les valeurs a, b, c pour que P(X) vérifie : P(-1)=5, P(1)=1 et P(2)=2. **(Au étudiants)**

c) Résoudre (par la méthode matricielle) selon a$\in\mathbb{R}$ le système : $\begin{cases} x+y+az=0 & \dots(1) \\ x+ay+z=0 & \dots(2) \\ ax+y+z=0 & \dots(3) \end{cases}$ (S)

d) Résoudre (par la méthode matricielle) selon a, b$\in\mathbb{R}$ le système : $\begin{cases} x+by+az=1 & \dots(1) \\ x+aby+z=b & \dots(2) \\ ax+by+z=1 & \dots(3) \end{cases}$ (S) **(Au étudiants)**