سلسلة 4

تمرين 1

قناص يصيب في العادة بمعدل 90% يطلق طلقات على هدف متحرك إلي غاية إصابة الهدف .

1_ماهو إحتمال إصابة الهدف في الطلقة 2.

2_ماهو إحتمال إصابة الهدف بعد الطلقة 2

3_أوجد التوقع الرياضي و التباين .

تمرين 2

شحنة تتكون من N=50 وحدة من منتوج ,بها 10 وحدات معيبة , أخدت عينة n=3 وحدات بدون إرجاع .

1_ماهو إحتمال أن يكون العدد المعيب 2

2_ماهو إحتمال أن يكون العدد المعيب أقل أو يساوي 1 .

3_أوجد التوقع الرياضي و التباين .

تمرين 3

شحنة كبيرة من منتوج تحتوي على 20% وحدات معيبة , أخدت عينة n=10 وحدات .

1_ماهو إحتمال أن يكون العدد المعيب أقل أو يساوي 2 .

2_ماهو إحتمال أن يكون العدد المعيب بين : $1 \leq x \leq 3$

3_أوجد التوقع الرياضي و التباين .

تمرين 4

في مصنع للمصابيح 1% معيبة . أخدت عينة n=30 مصباح .

_ماهو إحتمال أن يكون العدد المعيب أكبر من 1 . إستخدم توزيعين : binomiale , poisson

تمرين (1)

معدل النجاح ثابت $p = 0,9$ معدل الفشل $q = 0,1$

كل طلبة : إما نجاح أو فشل

إلى غاية الحصول على نجاح (إصابة)

دالة التوزيع الجداء هي : $f(x) = p \cdot (1-p)^{x-1}$ géométrique

$f(x) = 0,9 \cdot 0,1^{(x-1)}$

$x = 1, 2, 3, \ldots K$

1) احتمال إصابة الهدف في الطلقة 2 :

$f(2) = 0,9 \cdot 0,1^{(2-1)} = 0,09$

2) احتمال إصابة الهدف بعد الطلقة 2 :

$Pr(x > 2) = 1 - Pr(x \leq 2)$ $\quad Pr(x \leq 2) = f(1) + f(2)$

$= 1 - f(1) - f(2)$

$= 1 - 0,9 \cdot 0,1^0 - 0,09 = 0,01$

3) الأمل الرياضي :

$E(x) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0,9} = 1,1111$

التباين :

$V(x) = \frac{1-p}{p^2} = \frac{0,1}{0,92} = 0,1234$

تمرين (2)

عدد العمال الكلي $N=50$

عدد العمال المصابين (نجاحات) $r=10$

عينة $n=3$ بدون إرجاع نسبة النجاح غير ثابتة $\frac{r}{N}$

دالة التوزيع ما فوق الهندسي : hypergéométrique

$$f(x)=\frac{C_r^x \cdot C_{N-r}^{n-x}}{C_N^n}$$

x عدد العمال المصابين (نجاح)

$r=10$ حالات ممكنة

$N-r=50-10=40$ حالات ممكنة (فشل) عدد العمال غير المصابين $n-x=3-x$

$$f(x)=\frac{C_{10}^x \cdot C_{40}^{3-x}}{C_{50}^3}$$

$X=0,1,2,3$

1) احتمال أن يكون العدد المصاب 2 :

$$f(2)=\frac{C_{10}^2 \cdot C_{40}^{3-2}}{C_{50}^3}$$

$$f(2)=\frac{\frac{10!}{2!\,8!}\cdot\frac{40!}{1!\,39!}}{\frac{50!}{3!\,47!}}=\frac{5\cdot 9\cdot 40}{50\cdot 49\cdot 48/6}$$

$$=\frac{1800}{19600}=0,0918$$

احتمال أن تكون العدد المسحوب أقل أو يساوي 1 : (2

$$Pr(X \leq 1) = f(0) + f(1)$$

$$= \frac{C_{10}^{0} \cdot C_{40}^{3}}{C_{50}^{3}} + \frac{C_{10}^{1} \cdot C_{40}^{2}}{C_{50}^{3}}$$

$$= \frac{40 \cdot 39 \cdot 38/6 + 10 \cdot 40 \cdot 39/2}{19600} = \frac{17680}{19600} = 0,9020$$

الأمل الرياضي : (3

$$E(X) = \frac{n \cdot r}{N} = \frac{3 \cdot 10}{50} = 0,6$$

التباين :

$$V(X) = \frac{n \cdot r (N-r)(N-n)}{N^2 (N-1)}$$

أو

$$= \frac{n \cdot r}{N} \cdot \frac{(N-r)}{N} \cdot \frac{(N-n)}{(N-1)}$$

$$= 0,6 \cdot \frac{40}{50} \cdot \frac{47}{49} = 0,46804$$

التباين : ثنائي الحدين :

$$n \cdot p \cdot q$$

حاصل الجداء : $n \cdot \left(\frac{r}{N}\right) \cdot \left(\frac{N-r}{N}\right) \cdot \left(\frac{N-n}{N-1}\right)$

نسبة النجاح — نسبة الفشل — معامل عدم الإرجاع

(3) تمرين

: عدد (حجم) العينة ، N : حجم المجتمع

$p = 0,20$: نسبة الذكور ، $q = 980$: عدد الإناث

توزيع ثنائي الحدين : Binomiale

$$f(x) = C_n^x \cdot p^x \cdot q^{n-x}$$

: $n = 10$ حيث

$$f(x) = C_{10}^x \cdot 0,2^x \cdot 0,8^{(10-x)}$$

$$X = 0, 1, 2 \ldots\ldots 10$$

1) احتمال أن يكون العدد المختار أقل أو يساوي 2 :

$$Pr(X \leq 2) = f(0) + f(1) + f(2)$$

$$= C_{10}^0 \cdot 0,2^0 \cdot 0,8^{10} + C_{10}^1 \cdot 0,2 \cdot 0,8^9 + C_{10}^2 \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^8$$

$$= \frac{10!}{0!\,10!} \cdot 0,8^{10} + \frac{10!}{1!\,9!} \cdot 0,2 \cdot 0,8^9 + \frac{10!}{2!\,8!} \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^8$$

$$= 0,107374 + 0,268435 + 0,301989 = 0,677798$$

2) احتمال أن يكون العدد المختار بين : $1 \leq X \leq 3$

$$Pr(1 \leq X \leq 3) = f(1) + f(2) + f(3)$$

$$= 0,268435 + 0,301989 + C_{10}^3 \cdot 0,2^3 \cdot 0,8^7$$

$$\frac{10!}{3!\,7!} \cdot 0,2^3 \cdot 0,8^7$$

$$= 0,201326$$

$$= 0,77175$$

3) احتمال أن يكون العدد المسحوب أكبر من 1 :

$$Pr(X > 1) = 1 - Pr(X \leq 1)$$
$$= 1 - f(0) - f(1)$$
$$= 1 - 0,107374 - 0,268435$$
$$= 0,624191$$

4) الأمل الرياضي : $E(X) = n \cdot p = 10 \cdot 0,2 = 2$

التباين : $V(X) = n \cdot p \cdot q = 10 \cdot 0,2 \cdot 0,8 = 1,6$

تعليق (4)

$p = 0,01$: (عيب) لقطعة الواحدة لاحتمال

$n = 30$ حجم العينة ، عدد القطع في العينة : $X = 0, 1, 2, \ldots, 30$

لحساب احتمال أن يكون عدد القطع المعيبة أكبر من 1 :

نستخدم توزيع : Binomiale

$$f(x) = C_{30}^{x} \cdot 0,01^{x} \cdot 0,99^{30-x}$$

$$Pr(X > 1) = 1 - Pr(X \leq 1) = 1 - f(0) - f(1)$$

$$= 1 - C_{30}^{0} \cdot 0,01^{0} \cdot 0,99^{30} - C_{30}^{1} \cdot 0,01 \cdot 0,99^{29}$$

$$= 1 - 0,7397003 - 0,2241151 = 0,0361849$$

نستخدم توزيع : Poisson

شروط التقريب : $\begin{cases} n > 30 \\ n \cdot p < 5 \end{cases}$

$$\lambda = n \cdot p = 30 \cdot 0,01 = 0,3$$

$$f(x) = \frac{0,3^{x} \cdot e^{-0,3}}{x!}$$

$$Pr(X > 1) = 1 - Pr(X \leq 1) = 1 - f(0) - f(1)$$

$$= 1 - \frac{0,3^{0} \cdot e^{-0,3}}{0!} - \frac{0,3 \cdot e^{-0,3}}{1!}$$

$$= 1 - e^{-0,3} - 0,3 \cdot e^{-0,3}$$

$$= 1 - 0,7408182 - 0,2222245 = 0,0369573$$