

## Chapitre 1

# Généralités sur les systèmes d'entraînements

## SOMMAIRE DU CHAPITRE

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Composantes d'un système d'entraînement</b>	<b>3</b>
2.1	Interface homme- machine	3
2.2	Contrôleur de mouvement	4
2.3	Dispositif d'entraînement, variateur, amplificateur, convertisseur	5
2.4	Actionneur	6
2.5	Mécanisme de transmission de mouvement	6
2.6	Dispositif de rétroaction	6
<b>3</b>	<b>Profils de mouvement (trajectoires) dans un système d'entraînement</b>	<b>7</b>
3.1	Rappel du cinématique	7
3.2	Profils de mouvement les plus courants	8
3.2.1	Profil de la vitesse trapézoïdale	8
3.2.2	Profil de vitesse de la courbe en S	9
3.3	Mouvement multiaxial	11

## 1 Introduction

L'entraînement est largement utilisés dans tous les types d'industries, y compris :

- l'emballage,
- l'assemblage,
- le textile,
- l'industrie du papier,
- l'impression,
- la transformation des aliments,
- la production du bois,
- les machines électronique
- la fabrication des semi-conducteur....etc.

L'entraînement est le cœur de presque toutes les machines et processus automatisés.

L'entraînement consiste à Contrôler le mouvement d'une charge ou d'un processus mécanique.

Par exemple, dans le cas d'une imprimante à jet d'encre, la charge à entrainer est la cartouche d'encre qui doit être déplacée d'avant en arrière sur le papier avec précision de vitesse et de position.

Une machine industrielle est composée de plusieurs segments et composantes mécaniques. Durant l'entraînement de cette machine industrielle, chaque moteur entraine un segment de la machine.

Un segment, en plus du moteur qui l'entraine, constitue **un axe**.

Dans le cas d'une imprimante par exemple (l'imprimante est ici une machine industrielle), les parties mécaniques impliqués dans le déplacement de la cartouche d'encre, ainsi que le moteur qui les entraînent, constituent ensemble un axe de la machine (de l'imprimante). Un autre axe de l'imprimante est composé par les parties mécaniques et le moteur qui alimentent l'imprimante par le papier.

Un système d'entraînement typique gère la position, la vitesse, le couple et l'accélération d'un axe. Souvent, une machine se compose de plusieurs axes dont la position et / ou la vitesse doivent être contrôlé de manière synchronisée. Par exemple, l'axe X et l'axe Y de la table d'une fraiseuse doit être contrôlée de manière coordonnée afin que la machine puisse couper un coin rond dans une pièce.

La capacité (la possibilité) de contrôler et de coordonner avec précision les mouvements complexes de plusieurs axes permet de concevoir des machines industrielles complexes. Exemples des machines complexes à multiaxes ; Bobineuse de feuilles (figure 1), étiqueteuse (figure 2).

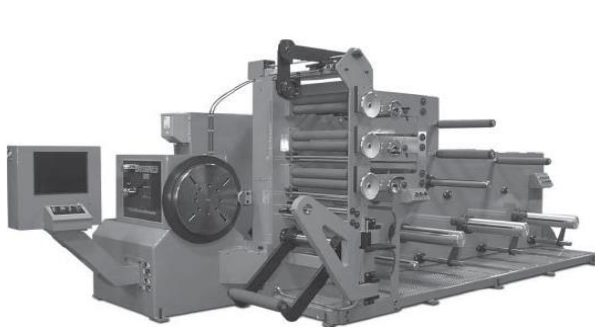


Figure 1

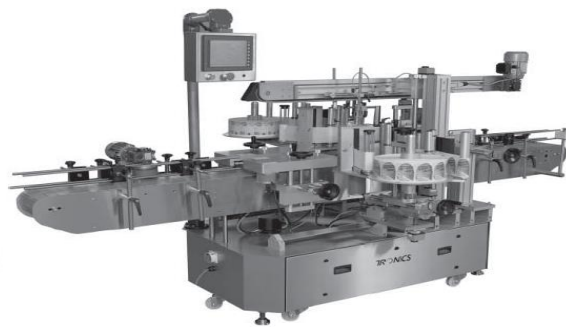


Figure 2

Avant L'apparition des contrôleurs d'entraînements programmables, la coordination des mouvements complexes des axes était assurée par des moyens mécaniques : un arbre de ligne centrale était connecté à un gros moteur électrique ou à un moteur fonctionnant à vitesse constante. Cette source de mouvement a ensuite été utilisée pour piloter tous les axes de la machine en les accouplant à l'arbre de ligne par des poulies, des courroies, des engrenages, des cames et des tringleries (figure 3). Des embrayages et des freins ont été utilisés pour démarrer ou arrêter les axes individuels. Les rapports de multiplication entre l'arbre de ligne et les axes individuels a déterminé la vitesse de chaque axe. Les trains d'entraînement, qui étaient souvent de longs arbres, transféraient le mouvement coordonné à la partie appropriée de la machine.

Les machines industrielles complexes nécessitaient des conceptions mécaniques sophistiquées. Les contrecoups, l'usure et les déviations dans les longs arbres étaient problématiques. Un des grands défis était quand un changement de produit devait être introduit dans le système de production. Il a fallu changer physiquement les réducteurs, ce qui était coûteux et très long. Aussi, réaligner la machine pour un chronométrage précis a été difficile après des changements de train d'entraînement.

Grâce au développement de la technologie des microprocesseurs et de l'électronique, la coordination des mouvements dans les machines multi-axes a commencé à être gérée par ordinateur. Dans une machine multi-axe moderne, chaque axe possède son propre moteur et son propre entraînement électrique. La coordination entre les axes est désormais réalisée grâce à un « engrenage électronique » par des outils logiciels. Les longs arbres de lignes sont remplacés par des arbres courts et des accouplements beaucoup plus rigides entre le moteur et le mécanisme qu'il entraîne. Le contrôleur d'entraînement interprète un programme et génère des commandes de position pour les entraînements des axes. Ces profils de mouvement sont mis à jour en temps réel lorsque les entraînements commutent les moteurs et ferment les boucles de commande. Dans la technologie d'aujourd'hui, il est typique qu'un contrôleur d'un système d'entraînement ordinaire coordonne jusqu'à huit axes à la fois. Des contrôleurs avec plus de 60 axes sont disponibles.

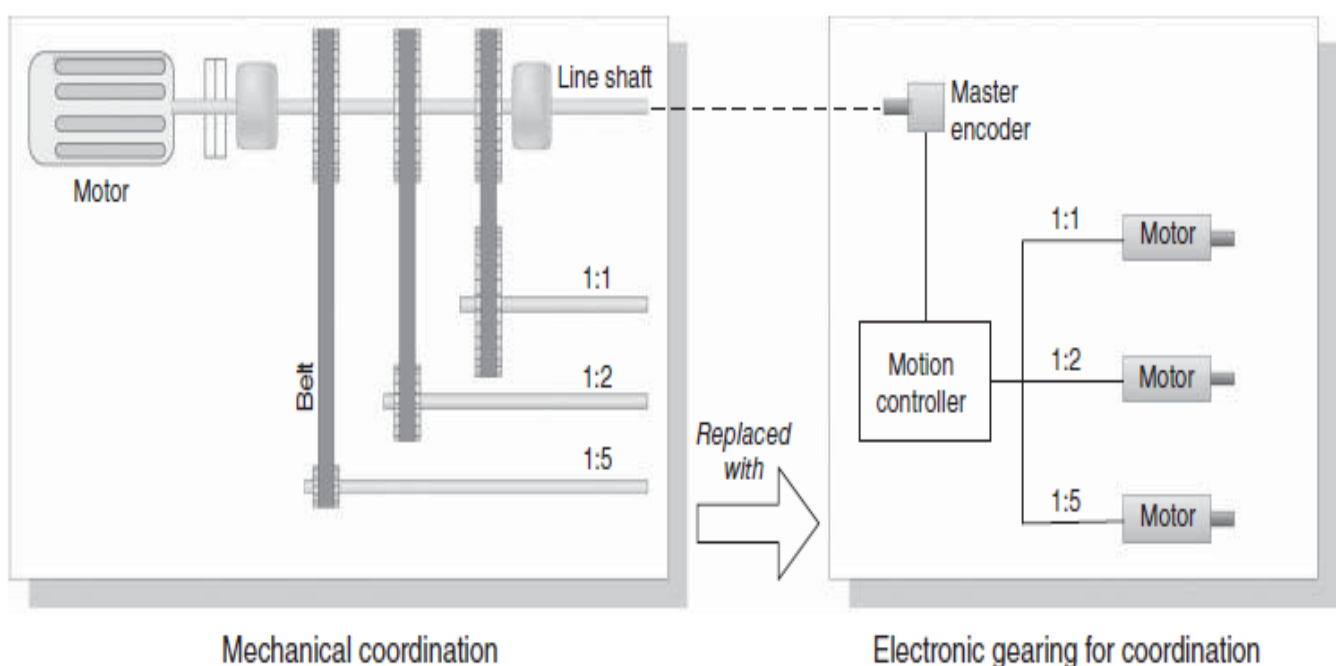


Figure 3



## 2 Composantes d'un système d'entraînement

La figure 4 indique le schéma d'un système d'entraînement typique. Il est composé des éléments suivants :

- Une interface Homme-machine
- Un contrôleur de mouvement
- Un dispositif d'entraînement
- Un actionneur
- Un mécanisme de transmission de mouvement
- Dispositif de rétroaction (feedback)

### 2.1 Interface homme- machine

Cette interface permet de communiquer avec le contrôleur de mouvement. Elle permet de programmer ce contrôleur pour gérer le mouvement de la machine industrielle Contrôlée (la charge).

L'interface homme-machine peut être à base des composantes matérielles ou à base de logiciels (figure 5). Les composantes matérielles utilisées sont les voyants lumineux, les boutons poussoirs, les indicateurs, les afficheurs numériques...etc. L'interface à base de logiciels peut contenir des écrans tactiles et des ordinateurs intégrés qui gèrent un affichage graphique. Evidemment, Les interfaces à base de logiciels sont préférées à cause de la simplicité et la facilité d leur reconfiguration pour ajouter des nouvelles fonctionnalités.

L'interface à base de logiciel permet, à travers un logiciel personnalisé fourni par le fabricant du contrôleur de programmer ce contrôleur : écrire, éditer, télécharger et tester les programmes de contrôle de la machine. Ce logiciel comprend également des fonctionnalités pour tester les moteurs, surveiller les signaux d'entrée / sortie et ajuster les gains du contrôleur.

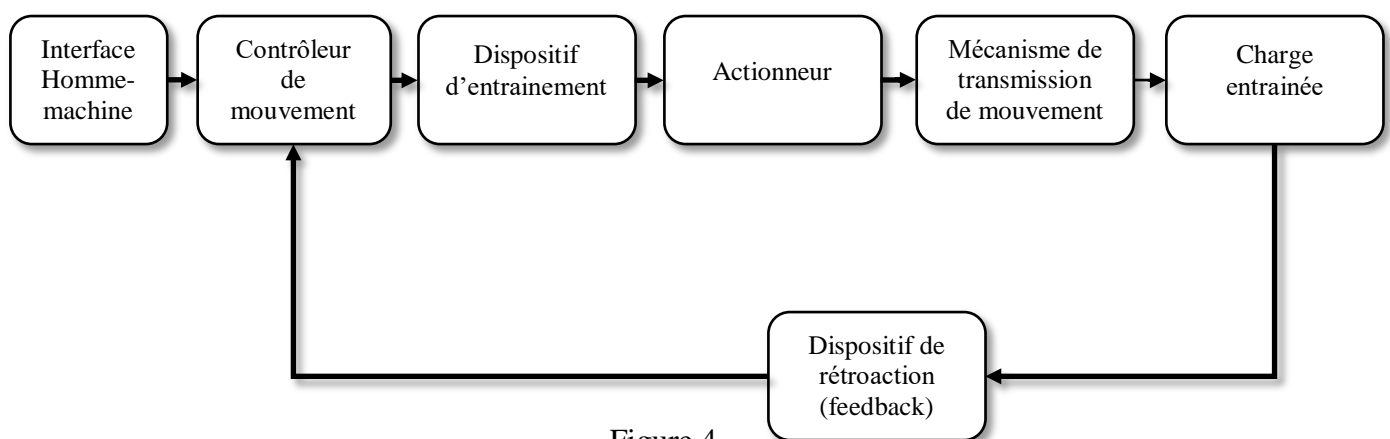


Figure 4

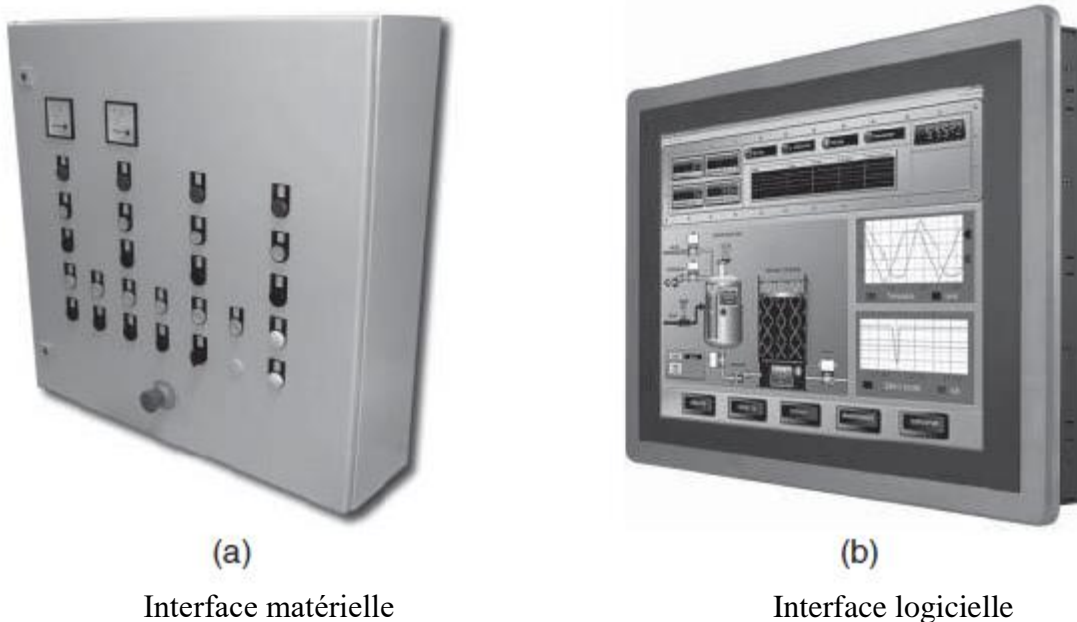


Figure 5

## 2.2 Contrôleur de mouvement

Le contrôleur de mouvement est le «cerveau» du système. Il génère des profils de mouvement pour tous les axes, surveille les E / S et ferme les boucles de rétroaction.

Le contrôleur génère le profil de mouvement pour un axe sur la base des paramètres de mouvement souhaités définis par l'utilisateur ou le programmeur.

Pendant que la machine contrôlée est en marche, le contrôleur reçoit des signaux retour de chacun des moteurs d'axe. En cas de différence (erreur de poursuite) entre le profil généré et la position ou la vitesse réelle d'un axe, le contrôleur génère des commandes de correction, qui sont envoyées au dispositif d'entraînement de cet axe (Par exemple : changement de la valeur de référence pour une commande en MLI d'un onduleur -dispositif d'entraînement- qui alimente un moteur –actionneur-).

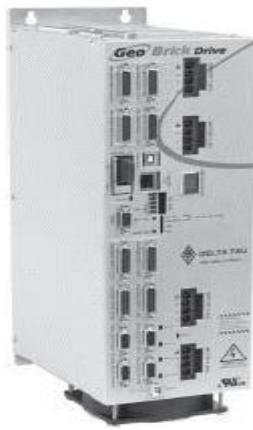
Les contrôleurs de mouvement sont disponibles dans différents formes :

**Forme intégrée** : le contrôleur, le dispositif d'entraînement des axes et les E / S de la machine sont intégrées dans une seule unité (figure 6.a)

**Forme modulaire** : Dans un système modulaire, le dispositif d'entraînement et les E / S de la machine sont des unités distinctes connectées les unes aux autres par des interfaces de communication (figure 6.b).

Les taches principales du contrôleur de mouvement :

- ❖ Interprétation des programmes utilisateurs
- ❖ Génération de trajectoire
- ❖ Fermeture des boucles d'asservissement
- ❖ Génération de commandes pour les dispositifs d'entraînement (les variateurs, les amplificateurs)
- ❖ Surveillance des limites d'axe et les verrouillages de sécurité
- ❖ Gestion des interruptions et des erreurs telles qu'une erreur de poursuite de position excessive.



a. Forme intégrée



b. Forme modulaire



Figure 6

Le contrôleur de mouvement possède des interfaces E/S avec la machine industrielle et ses axes :

Interfaces d'E/S avec les axes de la machine :

- ❖ Sortie d'alimentation en puissance du moteur de chaque axe ;
- ❖ Sortie de commande du dispositif d'entraînement (du variateur) ;
- ❖ Entrée pour les signaux de rétroaction (feedback signals) et les signaux des différents capteurs ;
- ❖ Entrée pour les signaux de références.

Le contrôleur possède aussi un bus de communication avec l'interface homme-machine

### 2.3 Dispositif d'entraînement, variateur, amplificateur, convertisseur

Les signaux de commande générés par le contrôleur sont de petits signaux. Le dispositif d'entraînement (figure 7) amplifie ces signaux aux niveaux de tension et de courant de haute puissance nécessaires au fonctionnement d'un moteur. Par conséquent, ce dispositif est également appelé un amplificateur. Dans le cas des *entraînements électriques*, le dispositif d'entraînement est composé d'un **convertisseur de puissance** et éventuellement de son **modulateur MLI**.



Figure 7. Dispositif d'entraînement

## 2.4 Actionneur

Un actionneur est un dispositif qui fournit l'énergie pour déplacer une charge. Les systèmes d'entraînement peuvent être construits à l'aide de technologies hydrauliques, pneumatiques ou électromécaniques (moteurs-figure 8). Dans ce cours, on s'intéresse uniquement aux entraînements électriques, pour lesquelles, les actionneurs sont les moteurs électriques.

Les machines utilisées dans les systèmes d'entraînement électriques sont : les machines à courant continu, les machines asynchrones, les machines synchrones à aimant permanent et les machines à réluctance variable.

## 2.5 Mécanisme de transmission de mouvement

Un mécanisme de transmission de mouvement est utilisé pour connecter la charge au moteur d'un axe. Il aide à répondre aux exigences du profil de mouvement. Parmi les exemples de ce mécanisme, on cite les réducteurs de vitesse (figure 9), les poulies, les courroies, les engrenages, les cames, les tringleries....etc. Lorsqu'une charge est couplée à un moteur à travers un mécanisme de transmission, l'inertie de la charge et le couple sont reflétés à travers le mécanisme au moteur.

## 2.6 Dispositif de rétroaction

Les dispositifs de rétroaction sont utilisés pour mesurer la position ou la vitesse de la charge. Ainsi, le dispositif d'entraînement et le contrôleur utilisent les informations issues de la rétroaction pour déterminer la quantité de courant qui doit être appliquée au moteur (actionneur). Les dispositifs de rétroaction les plus courants sont les résolveurs (capteurs de position angulaire), les tachymètres et les encodeurs (capteur de déplacement linéaire ou rotatif- figure 10).



Figure8. Moteur asynchrone :  
actionneur d'un système d'entraînement



Réducteur en ligne



Réducteur à vis sans fin  
à angle droit

Figure9. Réducteurs de vitesse



Encodeur rotatif



Encodeur linéaire

Figure 10. Encodeur

### 3 Profils de mouvement (trajectoires) dans un système d'entraînement

Dans les systèmes d'entraînement, un objet en mouvement suit une trajectoire. Dans une machine industrielle, le mouvement peut impliquer un seul axe se déplaçant le long d'une ligne droite, ou dans des cas plus complexes, plusieurs axes provoquant un mouvement coordonné. Par exemple, le déplacement de l'outil de coupe d'une fraiseuse dans une trajectoire circulaire résulte d'un mouvement coordonné de deux axes perpendiculaire.

Le déplacement d'un axe d'une machine industrielle d'un point A vers un point B nécessite la génération d'une trajectoire ou d'un profil de mouvement. Ce profil de mouvement est caractérisé par une allure bien déterminée de la vitesse de déplacement et de l'accélération correspondante.

Le profil de mouvement (la trajectoire) est généré par le contrôleur de mouvement. Ce contrôleur envoie des signaux de commande vers le dispositif d'entraînement (variateur) du moteur responsable du déplacement de l'axe concerné. Le variateur agit alors sur le moteur de la manière adéquate pour déplacer l'axe suivant la trajectoire désirée.

#### 3.1 Rappel du cinématique

La cinématique régit les relations entre le temps, la position, la vitesse et l'accélération. L'étude de la cinématique d'une machine est nécessaire pour les calculs de profil de mouvement.

Soit un axe se déplaçant d'un point A vers un point B. Sa position  $s(t)$  le long de cette trajectoire est une fonction de temps. Sa vitesse de déplacement,  $v(t)$ , est la variation de sa position  $s(t)$  durant un intervalle de temps donné :

$$v(t) = \frac{ds}{dt}$$

Son accélération,  $a(t)$ , est la variation de sa vitesse  $v(t)$  dans un intervalle de temps donné :

$$a(t) = \frac{dv}{dt}$$

On a

$$s = \int v(t)dt$$

$$v = \int a(t)dt$$

Comme indiqué à la figure 11, La position  $s(t)$ , à un instant  $t$  donné est égale à la surface sous la courbe de la vitesse jusqu'au temps  $t$ . L'accélération est la pente de la courbe de la vitesse.

Le calcul des intégrales de  $s$  et de  $v$  permet de déduire les deux expressions suivantes :

$$v = v_0 + a(t - t_0)$$

$$s = s_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

Avec  $t_0$  : instant initial,  $v_0$  : vitesse initial,  $s_0$  : position initial.

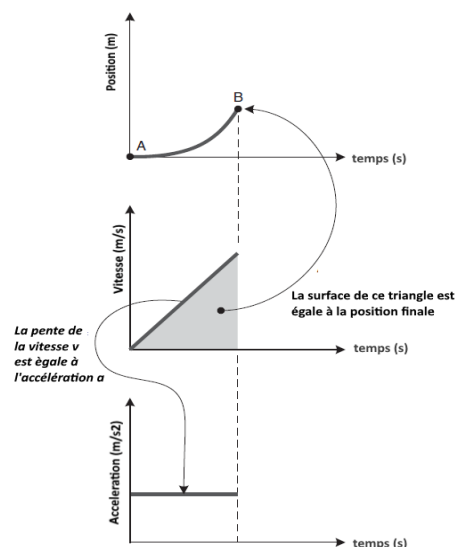


Figure 11. Relation entre position, vitesse et accélération

## 3.2 Profils de mouvement les plus courants

Il existe deux profils de mouvement couramment utilisés : le profil de la vitesse trapézoïdale, et le profil de la vitesse de la courbe en S.

### 3.2.1 Profil de la vitesse trapézoïdale

La figure 12 indique la forme de la vitesse, de la position et de l'accélération pour ce type de profil.

Le mouvement comporte trois phases distinctes :

(1) accélération, (2) vitesse constante (accélération nulle) et (3) décélération.

Pour déplacer un axe de la machine, les paramètres de mouvement souhaités sont généralement connus :

- La vitesse de déplacement  $v_m$
- L'accélération  $a$
- La distance  $s$  à parcourue par l'axe.

Le temps d'accélération  $t_a$  et de décélération  $t_d$  sont supposés égaux (c'est souvent le cas, mais ils ne sont pas forcément égaux). En tenant compte de la forme de la vitesse, ils se calculent par :

$$t_a = t_d = \frac{v_m}{a}$$

La distance totale parcourue par l'axe correspond aux surfaces des deux triangles et du rectangle sous la courbe de vitesse :

$$L = \frac{t_a v_m}{2} + t_m v_m + \frac{t_d v_m}{2} = t_a v_m + t_m v_m = v_m (t_a + t_m)$$

On déduit le temps  $t_m$  :  $t_m = \frac{L}{v_m} - t_a$

On peut calculer la position de l'axe à tout moment, en utilisant les relations issues des intégrales précédentes. Pour cela, on doit établir les conditions initiales ( $t_0$ ,  $v_0$  et  $s_0$ ) de chacune des trois phases de mouvement.

Pour la première phase :  $0 \leq t \leq t_a$

$$t_0 = 0, v_0 = 0, s_0 = 0$$

$$s(t) = \frac{1}{2} a t^2$$

Pour la deuxième phase :  $t_a \leq t \leq t_a + t_m$

$$t_0 = t_a, v_0 = v_m, s_0 = s(t_a), a = 0$$

$$s(t) = s(t_a) + v_m(t - t_a)$$

Avec  $s(t_a)$  c'est la position atteinte à la fin de la première phase.

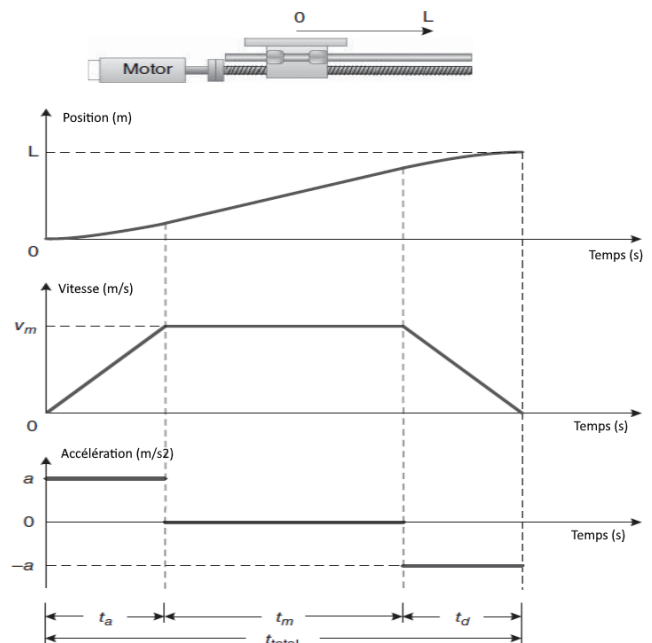


Figure 12. Profil de la vitesse trapézoïdale

Pour la troisième phase :  $t_a + t_m \leq t \leq t_a + t_m + t_d = t_{total}$

$$t_0 = t_a + t_m, v_0 = v_m, s_0 = s(t_a + t_m)$$

$$s(t) = s(t_a + t_m) + v_m(t - (t_a + t_m)) - \frac{1}{2}a(t - (t_a + t_m))^2$$

Avec  $s(t_a + t_m)$  c'est la position atteinte à la fin de la deuxième phase.

### 3.2.2 Profil de vitesse de la courbe en S

Le profil de vitesse trapézoïdal est simple à calculer mais il présente l'inconvénient des angles vifs du trapèze qui provoquent des discontinuités dans l'accélération et des secousses dans le système. Pour atténuer l'accélération, les angles vifs sont arrondis pour créer le profil de vitesse de la courbe en S illustré à la figure 13. Cette modification du profil de vitesse adoucit les transitions entre les phases d'accélération positive, nulle et négative. A Noter que contrairement au profil de vitesse trapézoïdal, il n'y a pas de discontinuité dans la courbe de l'accélération : il n'y aura pas de chocs soudains qui peuvent perturber le fonctionnement en douceur de la charge.

Les changements instantanés de force / couple et les demandes de courant sur le moteur sont éliminés. De plus, les mouvements oscillatoires à haute fréquence sont réduits. La longévité du moteur et la précision du système sont augmentées grâce à l'utilisation du profil de mouvement de la courbe en S.

Comme le montre la figure 13, il y a sept phases distinctes représentées dans ce profil de vitesse. Les quatre segments courbés du profil sont implémentés à l'aide d'équations quadratiques. Les trois segments restants sont des lignes droites avec une pente positive, nulle et négative.

Une autre variante de la courbe en S est indiquée à la figure 14, pour laquelle les deux segments linéaires à vitesse variable sont éliminés. Le profil obtenu est noté : courbe en S pure. La courbe en S pure est composée de deux morceaux de courbes quadratiques, désignés comme «A» et «B». Chaque morceau peut être exprimé par l'équation suivante

$$v(t) = C_1 t^2 + C_2 t + C_3$$

Les coefficients  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  se déterminent en utilisant les conditions aux limites.

*Conditions aux limites Pour le morceau A :*

$$v(0) = 0$$

$$a(0) = \frac{dv}{dt} = 0$$

$$v\left(\frac{t_a}{2}\right) = \frac{v_m}{2}$$

$$a\left(\frac{t_a}{2}\right) = a$$

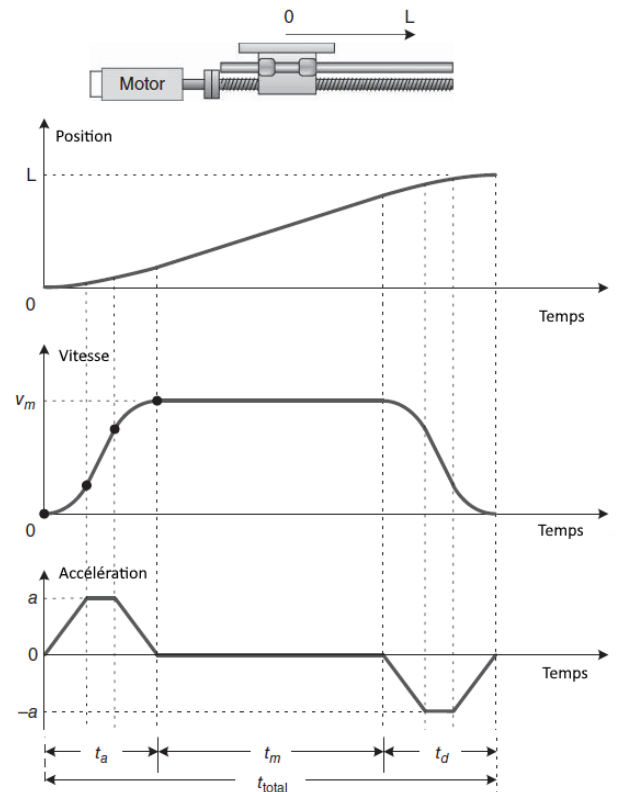


Figure 13. Profil de vitesse de la courbe en S



On déduit que :

$$C_3 = 0, C_2 = 0, C_1 = \frac{2v_m}{t_a^2}$$

On peut aussi déduire que l'accélération maximale est donnée par :  $a = C_1 t_a$

On a alors :

$$C_1 = \frac{a^2}{2v_m}$$

On a alors l'expression de la vitesse pour le morceau A du profil de la courbe en S pure, correspondant à l'intervalle du temps  $0 \leq t \leq \frac{t_a}{2}$  :

$$v(t) = \frac{a^2}{2v_m} t^2$$

En supposant que la position initial est zéro, la distance parcourue pendant le morceau A de la courbe de la vitesse est obtenue par intégration :

$$s(t) = \frac{a^2 t^3}{6v_m}$$

Le temps de la phase d'accélération  $t_a$  se déduit :

$$t_a = \frac{2v_m}{a}$$

Conditions aux limites Pour le morceau B :

Le segment B correspond à l'intervalle de temps

$$\frac{t_a}{2} \leq t \leq t_a :$$

Pour des considérations géométriques de symétrie, on peut écrire l'expression de la vitesse dans le segment B.

$$v(t) = v_m - \frac{a^2}{2v_m} (t_a - t)^2$$

La distance parcourue durant le segment B se déduit par intégration de la vitesse :

$$s_B(t) = s_A(t) \Big|_0^{\frac{t_a}{2}} + \int_{\frac{t_a}{2}}^{t_a} (v_m - C_1(t^2 - 2tt_a + t_a^2)) dt$$

Le premier terme de cette expression est la position initiale du segment B, obtenue par l'évaluation du déplacement à la fin du segment A.

On résume pour le profil de vitesse de la courbe en S pure :

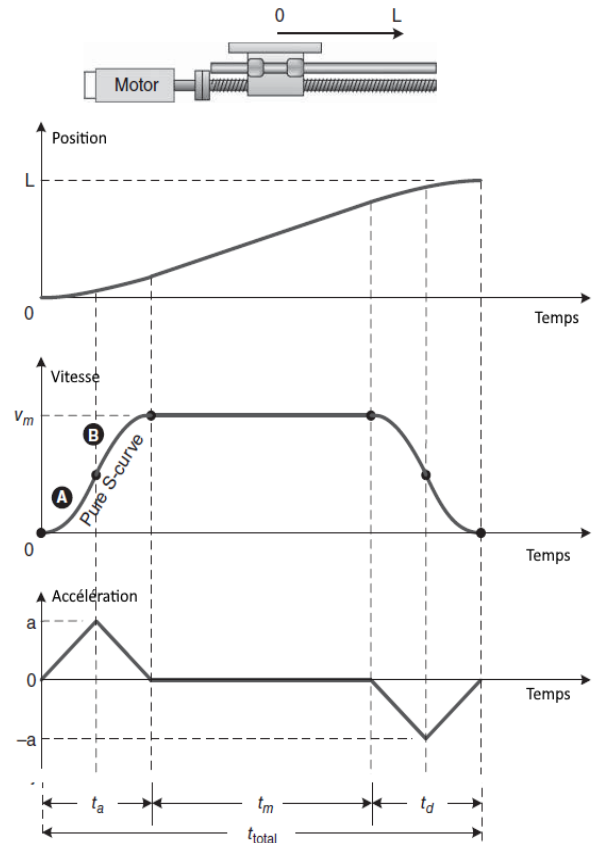


Figure 14. Profil de vitesse de la courbe en S pure



$$t_a = \frac{2v_m}{a}$$

$$C_1 = \frac{a^2}{2v_m}$$

**Segment A :**

$$0 \leq t \leq \frac{t_a}{2}$$

$$s_A(t) = C_1 \frac{t^3}{3}$$

$$v_A(t) = C_1 t^2$$

$$a_A(t) = 2C_1 t$$

**Segment B :**

$$\frac{t_a}{2} \leq t \leq t_a$$

$$s_B(t) = C_1 \frac{t_a^3}{24} + v_m \left( t - \frac{t_a}{2} \right) - C_1 \left\{ t_a^2 \left( t - \frac{t_a}{2} \right) - t_a \left( t^2 - \left( \frac{t_a}{2} \right)^2 \right) + \frac{1}{3} \left( t^3 - \left( \frac{t_a}{2} \right)^3 \right) \right\}$$

$$v_B(t) = v_m - C_1 (t_a - t)^2$$

$$a_B(t) = 2C_1 (t_a - t)$$

### 3.3 Mouvement multiaxial

Les machines multiaxes nécessitent une coordination du mouvement des axes individuels pour effectuer une tâche. Considérons par exemple une fraiseuse avec une table à deux axes et un troisième axe Z vertical. En coordonnant les deux axes de la table, nous pouvons créer des coupes circulaires dans une pièce. La coordination des trois axes permet des coupes 3D complexes.

Il existe trois approches de base pour déplacer les axes d'une machine multiaxes :

- ❖ Déplacement d'un seul axe à la fois,
- ❖ Mouvement d'orientation : tous les axes commencent à se déplacer à la même vitesse et en même temps mais chaque axe termine son mouvement à un moment différent.
- ❖ Mouvement interpolé : ajustez le mouvement des axes pour qu'ils commencent et se terminent tous en même temps.

## Chapitre 2

# Charge et chaîne de motorisation des systèmes d'entraînement

## SOMMAIRE DU CHAPITRE

<b>1</b>	<b><i>Inertie et réflexion du couple</i></b>	<b>1</b>
1.1	<b>Rapport de multiplication d'engrenage</b>	<b>1</b>
1.2	<b>Inertie réfléchi</b>	<b>3</b>
1.3	<b>Couple réfléchi</b>	<b>4</b>
1.4	<b>Rendement</b>	<b>4</b>
1.5	<b>Inertie totale</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b><i>Rapport d'inertie</i></b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b><i>Mécanismes de transmission</i></b>	<b>6</b>
3.1	<b>Réflexion de la charge et de l'inertie par les mécanismes de transmission</b>	<b>6</b>
3.2	<b>Système poulie et courroie (Pulley-and-Belt)</b>	<b>7</b>
3.2.1	Rapport de transmission	7
3.2.2	Couple de charge	8
3.3	<b>Système vis et écrou (screw and nut)</b>	<b>9</b>
3.3.1	Rapport de transmission	9
3.3.2	Couple de charge	9
3.4	<b>Système crémaillère et pignon (rack and pinion)</b>	<b>11</b>
3.4.1	Rapport de transmission	11
3.4.2	Couple de charge	11
3.5	<b>Système d'entraînement par courroie (Belt-Drive)</b>	<b>12</b>
3.5.1	Rapport de transmission	12
3.5.2	Couple de charge	12
3.6	<b>Système d'entraînement par convoyeur (Convoyer)</b>	<b>12</b>
3.6.1	Rapport de transmission	13
3.6.2	Couple de charge	13
<b>4</b>	<b><i>Caractéristique couple –vitesse</i></b>	<b>13</b>
4.1	<b>Caractéristique couple –vitesse de la charge</b>	<b>13</b>
4.2	<b>Caractéristique mécanique d'un moteur électrique.</b>	<b>14</b>
4.3	<b>Point de fonctionnement.</b>	<b>14</b>
4.4	<b>Zone de fonctionnement</b>	<b>15</b>
4.5	<b>Bidirectionnalité du couple et de la vitesse</b>	<b>18</b>
4.6	<b>Quadrants de fonctionnement</b>	<b>19</b>

La chaîne de motorisation désigne les composantes mécaniques qui transmettent le mouvement de l'actionneur (moteur) à la charge. Dans un système d'entraînement, le profil de mouvement impose le type du moteur qu'on doit utiliser, ainsi que les composantes de la chaîne de motorisation (courroie, boîte de vitesse...etc.).

Dans les systèmes d'entraînement, la *sélection des moteurs* est souvent appelée *dimensionnement des moteurs*. La *taille* du moteur fait référence au *couple* et à la *puissance* d'un moteur. Le *surdimensionnement* d'un moteur par une grande marge *augmente le coût* du système et entraînera une *réponse plus lente* du système car la majeure partie de l'énergie sera dépensée pour accélérer l'inertie du moteur. Un moteur *sous-dimensionné ne pourra pas fournir le mouvement de charge nécessaire*. Dans certaines situations, même s'il répond à peine aux exigences de mouvement de charge, il aura très probablement une *courte durée de vie* en raison d'une *surchauffe*.

Le dimensionnement du moteur nécessite une analyse des exigences de couple et d'inertie pour le profil de mouvement souhaité. Ainsi, on commence ce chapitre par introduire le concept d'inertie et de réflexion de couple.

## 1 Inertie et réflexion du couple

Le moment d'inertie de masse,  $J$ , est une propriété d'un objet. Il combine la masse et la forme de l'objet en une seule quantité.

L'inertie définit la résistance d'un objet à changer sa vitesse angulaire autour d'un axe de rotation. En d'autres termes, l'inertie s'oppose au changement de mouvement.

Dans la dynamique de rotation, la deuxième loi de Newton est :

$$\sum T = J\alpha \quad (1)$$

Avec  $T$  est le couple, et  $\alpha$  est l'accélération angulaire.

En comparant cela à la forme traditionnelle de la deuxième loi de Newton ( $\sum F = ma$ ), nous pouvons voir que *l'inertie est l'équivalent en rotation de la masse en mouvement linéaire*. En raison de cette analogie, les masses en rotation et en translation sont simplement appelées inertie dans la conception d'une chaîne de motorisation.

### 1.1 Rapport de multiplication d'engrenage

Le rapport de multiplication d'engrenage est défini par :

$$N_{GB} = \frac{\text{Vitesse du moteur}}{\text{Vitesse de la charge}}$$

#### Vitesse tangentielle

Au point de maillage entre les engrenages de la figure 2, nous pouvons écrire la vitesse tangentielle comme suit :

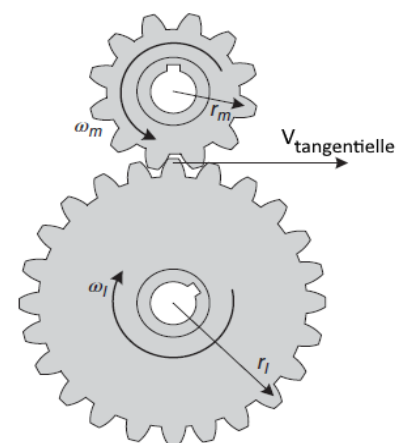


Figure 1

$$V_{tangentielle} = \omega_m r_m = \omega_l r_l \quad (2)$$

où  $\omega_m$  est la vitesse de l'arbre du moteur en rad / s,  $\omega_l$  est la vitesse de l'arbre de charge en rad / s,  $r_m$  et  $r_l$  sont les rayons de l'engrenage du moteur et de l'engrenage de charge, respectivement. On peut écrire :

$$N_{GB} = \frac{\omega_m}{\omega_l} = \frac{r_l}{r_m} \quad (3)$$

### Nombre de dents d'engrenage

Une autre façon de dériver le rapport de multiplication d'engrenage est d'utiliser le nombre de dents sur chaque engrenage. Le nombre de dents sur un engrenage est directement proportionnel à sa taille (diamètre ou rayon). Par exemple, si l'un des deux engrenages engrenés est plus grand que l'autre, le plus grand engrenage aura plus de dents.

Donc :

$$\frac{n_l}{n_m} = \frac{r_l}{r_m} \quad (4)$$

où  $n_l$  et  $n_m$  sont le nombre de dents sur les engrenages de charge et de moteur, respectivement.

On peut écrire alors :

$$N_{GB} = \frac{\omega_m}{\omega_l} = \frac{r_l}{r_m} = \frac{n_l}{n_m} \quad (5)$$

### Couple

Encore une autre façon de définir le rapport de multiplication d'engrenage consiste à utiliser les couples sur les arbres d'entrée et de sortie de l'entraînement par engrenages. En supposant une efficacité de 100%, la puissance  $P$  transmise via l'entraînement à engrenages reste constante. Donc :

$$P = T_m \omega_m = T_l \omega_l \quad (6)$$

Ainsi :

$$\frac{\omega_m}{\omega_l} = \frac{T_l}{T_m} \quad (7)$$

où  $T_l$  et  $T_m$  sont le couple sur l'arbre de charge et l'arbre du moteur, respectivement.

On peut écrire alors :

$$N_{GB} = \frac{\omega_m}{\omega_l} = \frac{r_l}{r_m} = \frac{n_l}{n_m} = \frac{T_l}{T_m} \quad (8)$$

## 1.2 Inertie réfléchi

L'inertie vue (ou ressentie) par le moteur change lorsque la charge est couplée au moteur via une boîte de vitesses, par opposition au couplage direct

Pour la charge directement couplée au moteur comme indiqué à la figure 2.a, l'équation du mouvement pour la charge peut simplement s'écrire :

$$T_m = J_{load} \ddot{\theta}_m \quad (9)$$

Lorsque la même charge est couplée au moteur via une boîte de vitesses comme le montre la figure 2.b, en négligeant l'inertie de l'engrenage, nous pouvons écrire l'équation du mouvement de la charge comme :

$$T_l = J_{load} \ddot{\theta}_l \quad (10)$$

où  $T_l$  est le couple moteur transféré à la charge via les engrenages et  $\ddot{\theta}$  est l'accélération angulaire de l'arbre de charge.

En utilisant l'expression du rapport de multiplication d'engrenages, on obtient :

$$\frac{r_l}{r_m} T_m = J_{load} \ddot{\theta}_l \quad (11)$$

Lorsque les engrenages tournent, la distance parcourue le long de la circonférence de chaque engrenage est la même et donnée par :

$$r_l \theta_l = r_m \theta_m \quad (12)$$

Si nous différencions deux fois les deux côtés, nous pouvons également écrire :

$$r_l \ddot{\theta}_l = r_m \ddot{\theta}_m \quad (13)$$

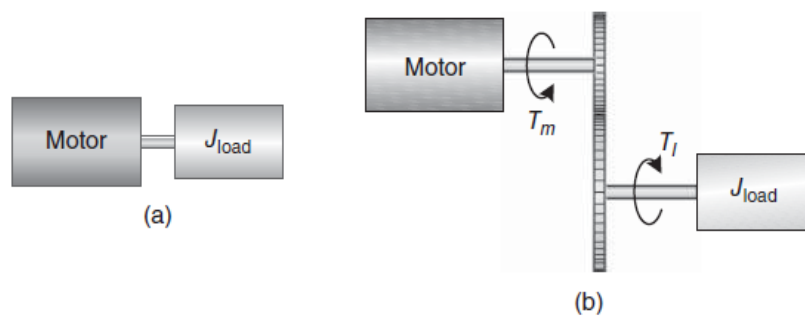


Figure 2

Déduisons  $\ddot{\theta}_l$  à partir de (11) et la remplaçons dans (13) :

$$\frac{r_l}{r_m} T_m = J_{load} \frac{r_m}{r_l} \ddot{\theta}_m \quad (14)$$

Alors :

$$T_m = J_{load} \left( \frac{r_m}{r_l} \right)^2 \ddot{\theta}_m = J_{load} \frac{1}{N_{GB}^2} \ddot{\theta}_m \quad (15)$$

En comparant ce résultat à l'équation (1), nous pouvons voir que l'équation (15) est la deuxième loi de Newton appliquée à l'arbre du moteur. Par conséquent, le terme devant  $\ddot{\theta}_m$  doit être l'inertie de la charge réfléchi vers le moteur à travers les engrenages :

$$J_{ref} = \frac{J_{load}}{N_{GB}^2} \quad (16)$$

On déduit que les éléments à changement de vitesse, tels que les engrenages ou les poulies, modifient l'inertie de charge vue par le moteur.

### 1.3 Couple réfléchi

En se référant à l'équation (6), on peut écrire :

$$T_m = \frac{T_L}{N_{GB}} \quad (17)$$

On déduit que les éléments à changement de vitesse, modifient également le couple réfléchi vers le moteur. On note que, contrairement à la réflexion d'inertie, le rapport d'engrenage  $N_{GB}$  n'est pas au carré.

### 1.4 Rendement

Les équations (16) et (17) sont pour une transmission de mouvement idéale où aucune énergie n'est perdue. En d'autres termes, le mécanisme est efficace à 100%. Cependant, dans un véritable entraînement à engrenages, le rendement est toujours inférieur à 100% car une partie de la puissance d'entrée est perdue par la transmission due au frottement et à l'échauffement. Le rendement,  $\eta$ , d'une transmission est défini comme le rapport de la puissance de sortie à la puissance d'entrée :

$$\eta = \frac{P_{output}}{P_{input}} \quad (18)$$

A partir des équations (6) et (22), on déduit que

$$T_l \omega_l = \eta T_m m \quad (19)$$

On introduit le rendement dans l'équation (16)

$$T_m = \frac{T_L}{\eta N_{GB}} \quad (20)$$

On introduit le rendement dans l'équation (18) :

$$J_{ref} = \frac{J_{load}}{\eta N_{GB}^2} \quad (21)$$

## 1.5 Inertie totale

Si une boîte de vitesses ou un mécanisme de transmission (comme une poulie et une courroie) est utilisé dans la conception d'un axe, une certaine inertie sera sur l'arbre du moteur tandis que d'autres seront sur l'arbre de charge. Il y a aussi l'inertie du moteur  $J_m$  (inertie du rotor).

Un moyen pratique de prendre en compte correctement toute l'inertie dans le système consiste à refléter toute l'inertie sur l'arbre du moteur. Ainsi, l'inertie totale sur l'arbre du moteur se compose des éléments suivants :

$$J_{total} = J_m + J_{sur\ l'arbre\ du\ moteur} + J_{ref} \quad (22)$$

où  $J_m$  est l'inertie du rotor du moteur,  $J_{sur\ l'arbre\ du\ moteur}$  est l'inertie externe totale sur l'arbre moteur et  $J_{ref}$  est l'inertie de la charge réfléchie vers l'arbre du moteur.

## 2 Rapport d'inertie

Le rapport d'inertie  $J_R$  est définie par :

$$J_R = \frac{J_{sur\ l'arbre\ du\ moteur} + J_{ref}}{J_m} \quad (23)$$

où le numérateur est constitué de la somme de toute l'inertie extérieure au moteur. Ainsi, le rapport d'inertie compare simplement l'inertie de charge totale contre laquelle le moteur doit travailler à l'inertie du moteur lui-même.

Le rapport d'inertie doit être sélectionné en conséquence des exigences de performance de l'application concernée. Plusieurs moteurs peuvent être disponibles pour fournir le rapport d'inertie nécessaire requis pour l'application.

Pour des raisons pratiques, le rapport d'inertie doit être :

$$J_R \leq 5 \quad (24)$$

Les performances ont tendance à augmenter à mesure que le rapport d'inertie diminue. Si la machine doit être souple avec des mouvements rapides et des démarrages et arrêts fréquents, des rapports d'inertie jusqu'à 2 ou 1 peuvent être utilisés. Mais si des performances élevées et une dynamique rapide ne sont pas primordiales, un rapport d'inertie de 10 est courant et, 100, voire plus sont possibles.

En général, la facilité de réglage du contrôleur et les performances de la machine augmentent à mesure que le rapport d'inertie diminue. Si tous les autres facteurs sont égaux, un rapport d'inertie inférieur est préférable. Cependant, si le rapport d'inertie est très faible, le moteur peut être surdimensionné, et donc coûteux et encombrant, avec peu d'amélioration des performances globales de la machine.

Le choix du rapport d'inertie dépend également de la rigidité du système. Un système est considéré comme rigide s'il ne se déforme pas, ne s'étire pas ou ne se plie pas sous la charge. Un système avec un moteur et une boîte de vitesses correctement connectés à la charge est considéré comme rigide. Pour un système rigide, le rapport d'inertie peut être de 5 à 10. D'un autre côté, les systèmes utilisant des courroies et des poulies peuvent fléchir sous la charge en raison de l'étirement de la courroie. Par conséquent, le rapport d'inertie doit être maintenu faible.



### 3 Mécanismes de transmission

La plupart des systèmes d'entraînement impliquent des mécanismes de transmission entre la charge et le moteur. Un mécanisme de transmission relie la charge au moteur et aide à répondre aux exigences du profil de mouvement. Les cinq types les plus courants des mécanismes de transmission sont les suivants :

- ❖ Poulie et courroie
- ❖ Vis mère et vis à billes
- ❖ Crémaillère
- ❖ Entraînement par courroie pour mouvement linéaire
- ❖ Convoyeur.

À l'exception de la poulie et de la courroie, tous les autres mécanismes convertissent le mouvement de rotation en mouvement linéaire.

#### 3.1 Réflexion de la charge et de l'inertie par les mécanismes de transmission

Tout comme les boîtes de vitesses, les mécanismes de transmission modifient également l'inertie et le couple vus par le moteur. Chaque mécanisme de transmission a un rapport de transmission "N", similaire au rapport de boîte de vitesses  $N_{GB}$ .

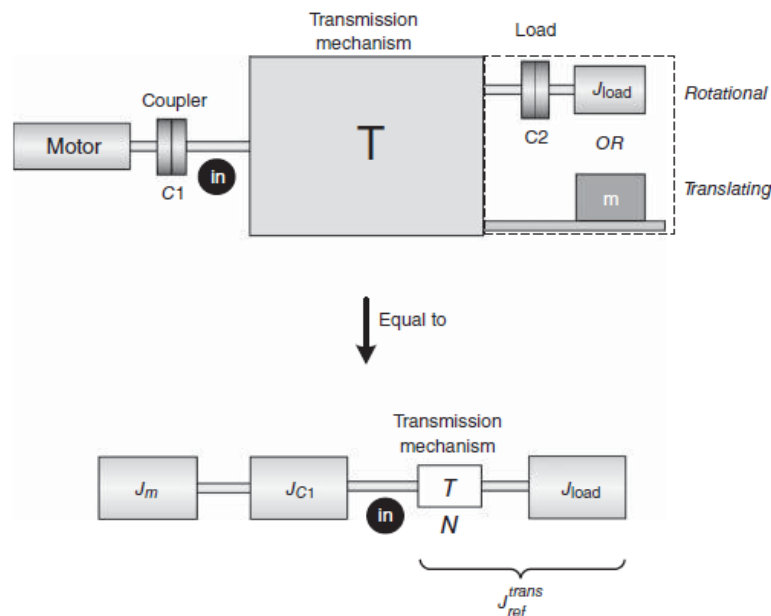


Figure 3

La figure 3 montre le schéma d'une transmission typique avec un mécanisme de transmission T où la charge est en rotation ou en translation. Dans cette configuration, l'inertie totale vue par le moteur est donné par :

$$J_{total} = J_m + J_{C1} + J_{ref}^{trans} \quad (25)$$

où  $J_m$  est l'inertie du moteur,  $J_{C1}$  est l'inertie du coupleur du moteur et  $J_{ref}^{trans}$  est l'inertie réfléchie par le mécanisme de transmission à son arbre d'entrée. Chaque mécanisme de transmission T a une formule spécifique pour le terme de référence  $J_{ref}^{trans}$  dans cette équation.

Les couples ou forces externes agissant sur la charge sont reflétés dans l'arbre d'entrée du mécanisme de transmission sous la forme d'une demande de couple  $T_{load \rightarrow IN}$ . Ce couple est à compenser par le moteur (figure 4). Chaque mécanisme de transmission reflète la demande de couple de charge à son arbre d'entrée d'une manière spécifique.

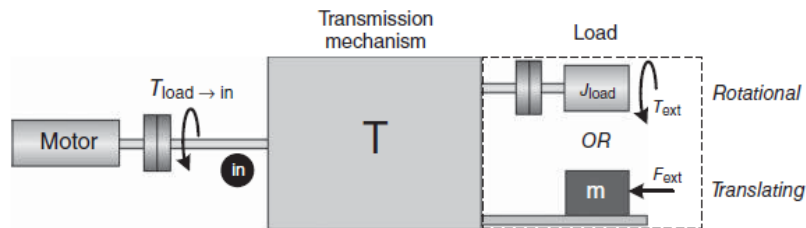


Figure 4

### 3.2 Système poulie et courroie (Pulley-and-Belt)

Une transmission à poulies et courroies se compose de deux poulies et d'une courroie les reliant. Dans les systèmes d'entraînement, on utilise généralement des courroies dentées, comme illustré à la figure 5. Cela permet un positionnement plus précis de la charge sans glissement de la courroie. Les poulies pour courroies dentées sont appelées pignons.

#### 3.2.1 Rapport de transmission

Dans la figure 5, la vitesse linéaire d'un point sur la courroie peut être écrite en termes de vitesses angulaires de chaque poulie comme :

$$V_{tangentielle} = \omega_{ip} r_{ip} = \omega_{lp} r_{lp} \quad (26)$$

où  $\omega_{ip}$  et  $\omega_{lp}$  sont les vitesses de la poulie d'entrée et de la poulie de charge respectivement en rad / s,  $r_{ip}$  et  $r_{lp}$  sont les rayons des poulies d'entrée et de charge, respectivement.

Nous pouvons réécrire cette équation pour définir le rapport de transmission comme :

$$N_{BP} = \frac{\omega_{ip}}{\omega_{lp}} = \frac{r_{lp}}{r_{ip}} = \quad (27)$$



Figure 5

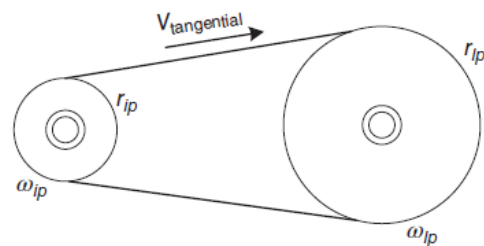


Figure 6

### 3.2.2 Couple de charge

La figure 6.a montre la vue de dessus de la transmission par courroie et poulie. La même chaîne cinématique est représentée sous forme de schéma sur la figure 6.b. Cette figure montre le couple externe total  $T_{\text{ext}}$  agissant sur la charge et la demande de couple résultante  $T_{\text{load} \rightarrow \text{in}}$  provenant du moteur réfléchi par la transmission à courroie et poulie. Le couple de charge vu par le moteur est donné par l'équation

$$T_{\text{load} \rightarrow \text{in}} = \frac{T_{\text{ext}}}{\eta N_{GB}} \quad (28)$$

où  $T_{\text{ext}}$  est la somme de tous les couples externes agissant sur la charge.

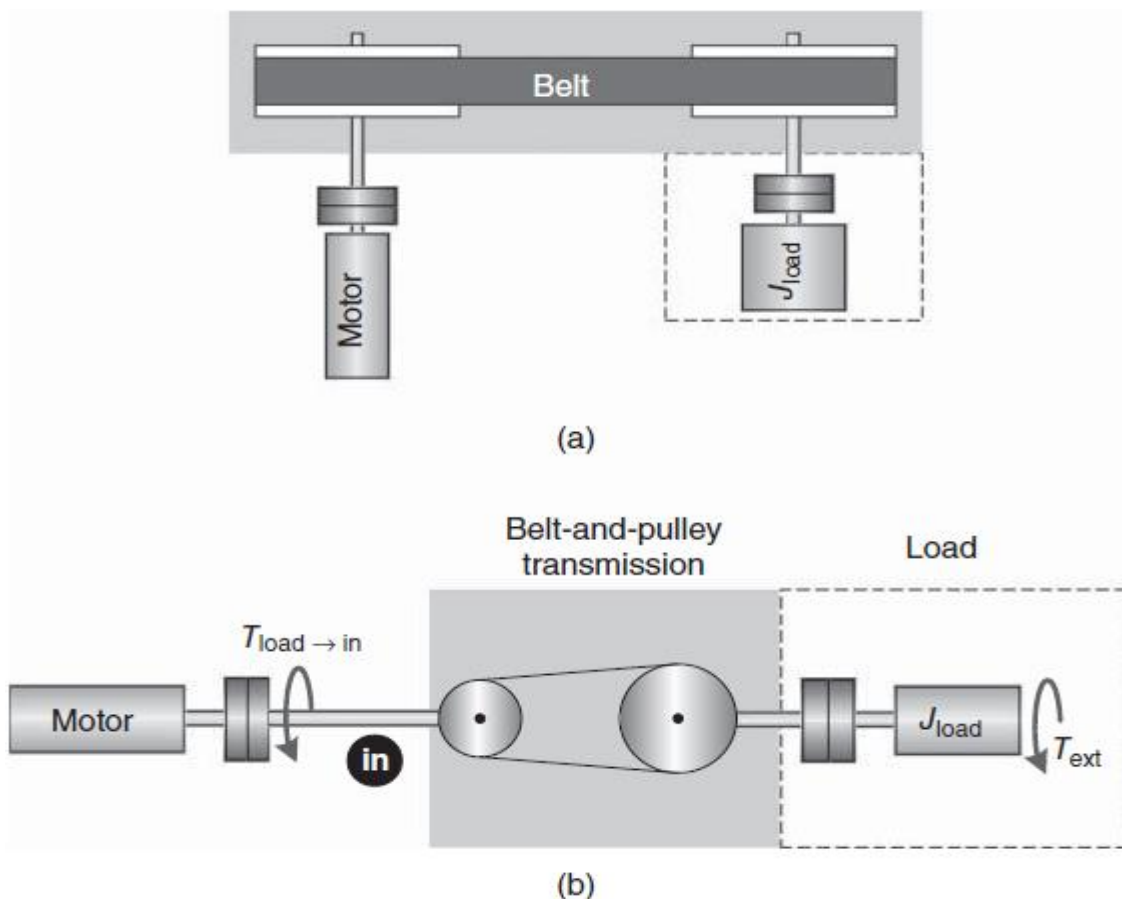


Figure 6

### 3.3 Système vis et écrou (screw and nut)

C'est un mécanisme utilisée pour convertir le mouvement rotatif en mouvement linéaire.

Puisque la sortie du mécanisme est un mouvement linéaire, l'entrée de couple du moteur est convertie en force à la sortie.

Les deux types de ce système les plus courants utilisent des vis ACME et des vis à billes, comme illustré sur les figures 7.a et 7.b, respectivement.

#### 3.3.1 Rapport de transmission

Le rapport de transmission de la vis mère peut être calculé à partir de la définition du pas : **Le Pas (p)** c'est le nombre de tours de vis requis pour que l'écrou se déplace de 1 mètre.

Nous pouvons exprimer la définition du pas sous forme d'équation :

$$\Delta\theta = 2\pi p \Delta x \quad (29)$$

où  $\Delta\theta$  est la rotation de l'arbre (du vis) ( en radians),  $p$  est le pas et  $\Delta x$  est le déplacement linéaire de l'écrou (en mètre).

Le rapport de transmission est défini comme la vitesse du moteur divisée par la vitesse de charge. Ainsi, en supposant que nous divisons les deux côtés de l'équation 29 par le temps  $\Delta t$ , nous pouvons la réorganiser comme :

$$\frac{\text{vitesse d'entrée}}{\text{vitesse de sortie}} = \frac{\dot{\theta}}{\dot{\Delta x}} = 2\pi p \quad (30)$$

Par conséquent, le rapport de transmission pour le mécanisme à vis sans fin est :

$$N_s = 2\pi p \quad (31)$$

#### 3.3.2 Couple de charge

L'écrou sur la vis fonctionne contre toutes les forces externes,  $F_{ext}$  donné par :

$$F_{ext} = F_f + F_g + F_p \quad (32)$$



Figure 7

où  $F_f$  est la force de frottement,  $F_g$  est la composante de la force gravitationnelle le long de l'axe de la vis et  $F_p$  est une force externe agissant sur le chariot - solidaire à l'écrou - en raison de l'interaction du mécanisme avec l'environnement (comme les forces exercées sur l'outil d'une machine lors de l'assemblage).

Pour étudier ces forces, considérons la transmission à vis de la figure 3.8 où le mécanisme est à un angle  $\beta$  avec l'horizontale. Le poids total en mouvement est la somme des poids de la charge et du chariot. Nous pouvons exprimer la force de friction et la composante de la force gravitationnelle comme suit :

$$F_f = \mu(W_L + W_C)\cos\beta \quad (33)$$

$$F_g = (W_L + W_C)\sin\beta \quad (34)$$

où  $\mu$  est le coefficient de frottement de la vis. On peut écrire alors :

$$F_{ext} = F_p + (W_L + W_C)(\sin\beta + \mu \cos\beta) \quad (35)$$

Notez que lorsque le mécanisme est horizontal ( $\beta = 0$ ), la composante de force gravitationnelle  $F_g$  contre laquelle le mécanisme doit travailler devient nulle.

Le couple de charge vu par le moteur peut être calculé en considérant le travail effectué :

$$Work = F_{ext} \Delta x \quad (36)$$

où  $\Delta x$  est la distance linéaire parcourue par la charge.

En tenant compte de l'équation (29) :

$$Work = F_{ext} \frac{\Delta\theta}{2\pi p} \quad (37)$$

mais aussi du côté entrée :

$$Work = T_{load \rightarrow in} \Delta\theta \quad (38)$$

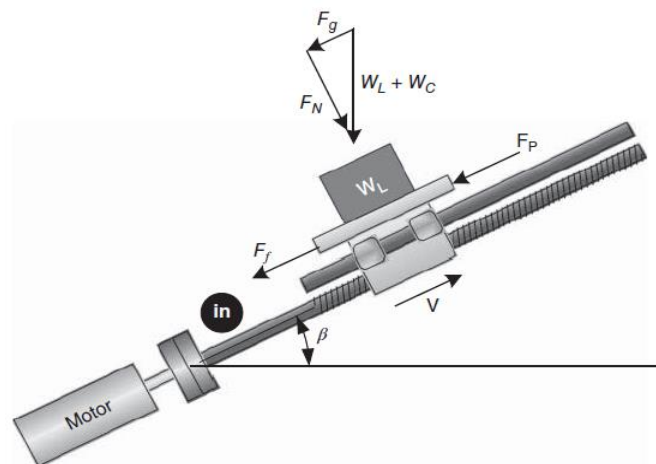


Figure 8

Alors :

$$T_{load \rightarrow in} = \frac{F_{ext}}{p} \quad (39)$$

En tenant compte du rendement du système d'entraînement :

$$T_{load \rightarrow in} = \frac{F_{ext}}{\eta p} \quad (40)$$

Ce résultat est très similaire à ce que nous avons dans l'équation (28) avec le couple externe total maintenant remplacé par la somme de toutes les forces externes et le rapport de boîte de vitesses remplacé par le rapport de transmission pour la vis.

### 3.4 Système crémaillère et pignon (rack and pinion)

La crémaillère de la figure 9 est un autre type de transmission utilisé pour convertir un mouvement rotatif en mouvement linéaire.

#### 3.4.1 Rapport de transmission

Le rapport de transmission entre le mouvement linéaire de la charge et le mouvement de rotation du pignon peut être calculé à partir de la relation suivante :

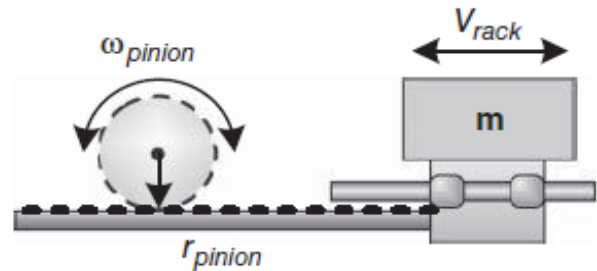


Figure 9

$$V_{rack} = r_{pinion} \omega_{pinion} \quad (41)$$

Le rapport de transmission de mouvement entre la crémaillère et le pignon :

$$N_{Rp} = \frac{V_{rack}[m/s]}{\omega_{pinion}[rd/s]} = \frac{1}{r_{pinion}[m]} \quad (42)$$

#### 3.4.2 Couple de charge

Tout comme la transmission par le système vi- écrou, la force externe totale agissant sur le mécanisme le long de la direction de mouvement de la charge peut être trouvée dans l'équation (32). Ensuite, la demande de couple réfléchi sur l'arbre d'entrée du pignon est :

$$T_{load \rightarrow in} = \frac{F_{ext}}{\eta N_{RP}} \quad (43)$$

### 3.5 Système d'entraînement par courroie (Belt-Drive)

Si la charge est connectée à une courroie et à deux poulies identiques, comme illustré à la figure 10, le mouvement rotatif du moteur peut être converti en mouvement linéaire de la charge. Il s'agit d'un système fréquemment utilisé dans les entraînements à faible inertie et à faible charge.

#### 3.5.1 Rapport de transmission

Le rapport de transmission entre le mouvement linéaire de la charge et le mouvement de rotation de l'arbre d'entrée de l'entraînement par courroie peut être calculé en utilisant la même approche que pour le système crémaillère et pignon.

Le rayon du pignon est remplacé par le rayon de la poulie d'entrée,  $r_{ip}$  :

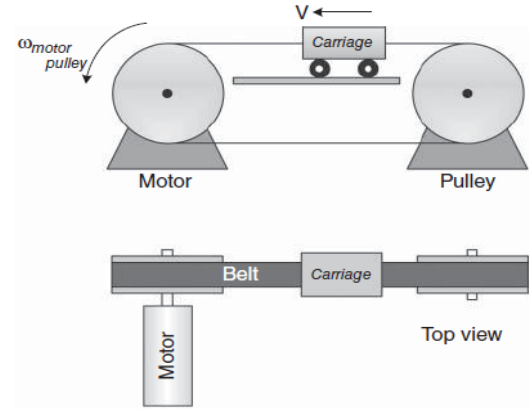


Figure 10

$$N_{BD} = \frac{1}{r_{ip[m]}} \quad (44)$$

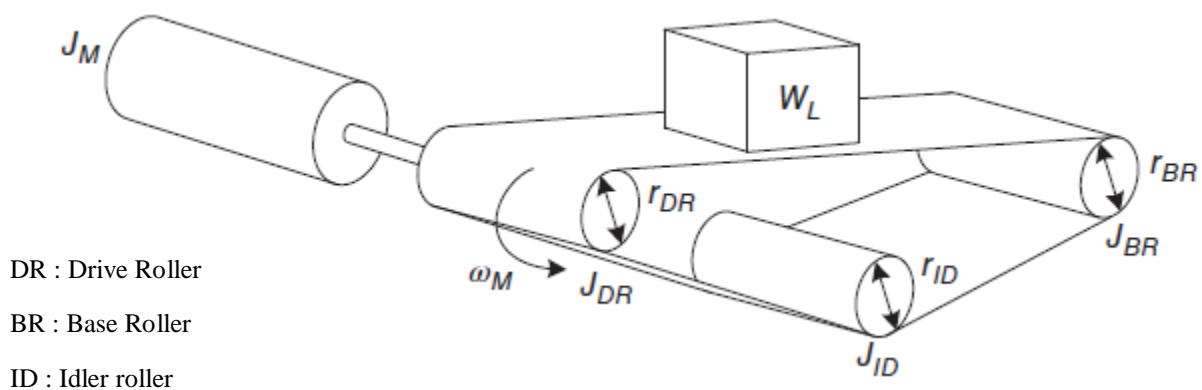
#### 3.5.2 Couple de charge

Tout comme le système vis-écrou, la force de frottement et la composante de force gravitationnelle le long de la direction de mouvement de la charge peuvent être trouvées à partir de l'équation (32). Alors, la demande de couple reflétée sur la poulie d'entrée est :

$$T_{load \rightarrow in} = \frac{F_{ext}}{\eta N_{BD}} \quad (45)$$

### 3.6 Système d'entraînement par convoyeur (Convoyer)

Un convoyeur peut avoir un ou plusieurs rouleaux, comme illustré à la figure 11. Cela permet d'utiliser des courroies plus longues et de manipuler des charges plus lourdes.



DR : Drive Roller

BR : Base Roller

ID : Idler roller

Figure 10

### 3.6.1 Rapport de transmission

Comme dans le cas de la crémaillère, un rapport de transmission entre le mouvement linéaire de la charge sur la courroie et le mouvement de rotation du rouleau d'entraînement (drive roller, DR) du convoyeur peut être calculé à partir de la relation suivante :

$$N_{CV} = \frac{1}{r_{DR[m]}} \quad (46)$$

### 3.6.2 Couple de charge

La même équation que dans le système vis-écrou s'applique également ici car la charge se déplace pendant que les poulies de courroie tournent. En considérant un cas général où le haut de la bande transporteuse présente un angle  $\beta$  avec l'horizontale, la demande de couple reflétée sur l'arbre de la poulie d'entrée est :

$$T_{load \rightarrow in} = \frac{F_{ext}}{\eta N_{CV}} \quad (47)$$

Où :

$$F_{ext} = F_p + (W_L + W_{belt})(\sin\beta + \mu \cos\beta) \quad (48)$$

## 4 Caractéristique couple –vitesse

### 4.1 Caractéristique couple –vitesse de la charge

Pour la plupart des charges mécaniques le couple statique de charge  $T_L$  dépend de la vitesse de rotation  $\omega_L$ . La relation  $T_L(\omega_L)$  est la caractéristique mécanique de la charge. C'est une caractéristique importante de la charge, car c'est son intersection avec la caractéristique mécanique du moteur  $T_M(\omega_M)$  qui détermine le point de fonctionnement de l'entraînement en régime permanent.

La caractéristique mécanique de la charge peut être exprimée par la relation générale suivante :

$$T_L = T_{L0} + \tau \omega_L^k$$

$T_{L0}$  et  $\tau$  sont des constantes.

On peut distinguer entre trois types de caractéristiques de charge  $T_L - \omega_L$  (figure 11) :

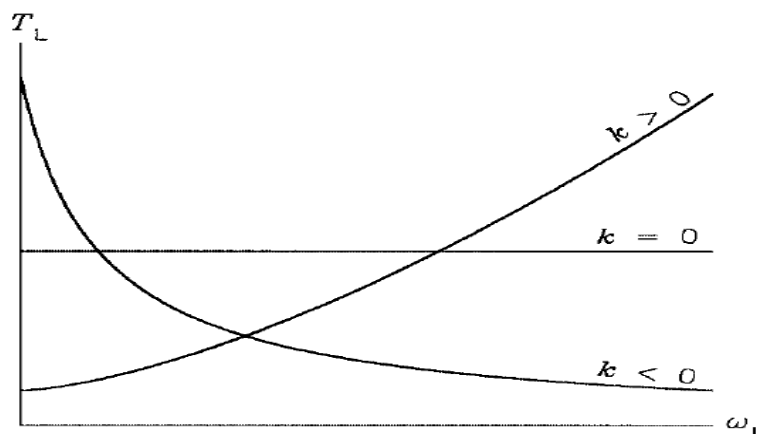




Figure 11

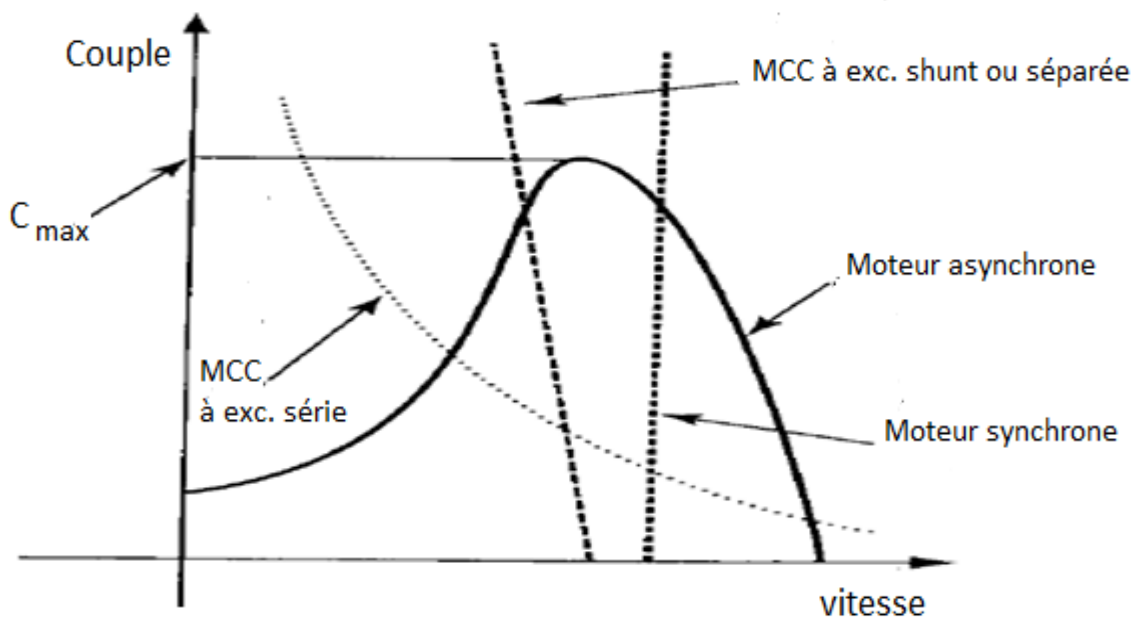


Figure 12

- **La caractéristique à couple constant** :  $k \approx 0$ . C'est la caractéristique des charges dont la plage de variation de la vitesse est étroite, telles que les **ascenseurs**, les **grues**, et les **convoyeurs**
- **La caractéristique à couple progressif** :  $k > 0$ . C'est la caractéristique des charge ayant une large plage de variation de la vitesse, telles que **les pompes**, **les ventilateurs**, **les souffleurs /aspirateurs**, **les compresseurs**, **les véhicules électriques...etc.**
- **La caractéristique à couple régressif** :  $k < 0$ . C'est la caractéristique des **remontoirs** par exemple (mécanisme qui sert à armer le ressort ou remonter le poids des instruments horaires). Un autre exemple est **les enrouleurs de textile** et la fabrication des bandes enroulée : l'augmentation du rayon de la bobine s'accompagne d'une diminution de la vitesse et augmentation du couple.

#### 4.2 Caractéristique mécanique d'un moteur électrique.

La caractéristique mécanique d'un moteur électrique est la relation entre le couple développé par le moteur et sa vitesse de rotation. Cette caractéristique dépend de plusieurs paramètres, tels que la configuration de ces enroulements (moteur à excitation séparé, shunt ou série, dans le cas des MCC, moteur à cage ou à rotor bobiné dans le cas des MAS) ou le niveau de la tension d'alimentation. La figure 12 indique la caractéristique mécanique de quelques types des moteurs électriques.

#### 4.3 Point de fonctionnement.

Dans un système d'entraînement, le point de fonctionnement doit vérifier à la fois la caractéristique mécanique du moteur électrique et de sa charge mécanique. Ainsi, ce point de fonctionnement est déterminé par l'intersection de la courbe caractéristique du moteur et de la charge. La figure 13.a montre l'exemple d'intersection de la caractéristique d'un moteur série et les caractéristiques de deux types de charge : un ventilateur et une grue. Le point de fonctionnement du

système d'entraînement de la grue est G, et le point de fonctionnement du système d'entraînement du ventilateur est V.

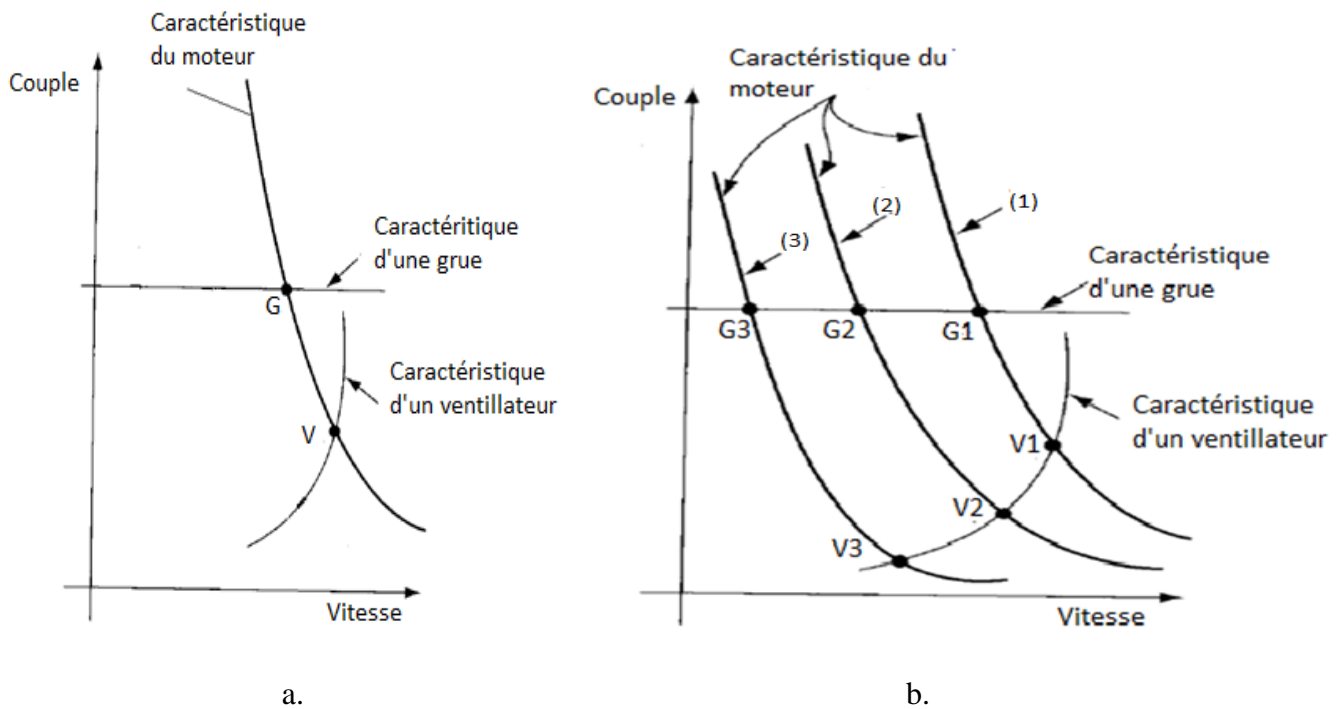


Figure 13.

La figure 13.b indique l'effet de la variation de la caractéristique du couple moteur sur le point de fonctionnement. On présente trois courbes de la caractéristique du moteur (1), (2) et (3), chacune correspond à un niveau donné de la tension d'alimentation. La tension correspondante à la courbe (1) est la plus forte, tandis que la tension correspondante à la courbe (3) est la plus faible.

Dans le cas où la charge du système est une grue, le déplacement de la caractéristique du moteur, par la variation de sa tension d'alimentation, provoque le déplacement du point de fonctionnement de G<sub>1</sub> vers G<sub>2</sub> puis G<sub>3</sub>. On note que le couple de fonctionnement reste inchangé pour les trois points de fonctionnement à cause de l'allure de la caractéristique mécanique de la grue, pour laquelle le couple est indépendant de la vitesse de fonctionnement.

Dans le cas où la charge est un ventilateur, la variation de la tension d'alimentation du moteur provoque le déplacement du point de fonctionnement de V<sub>1</sub> vers V<sub>2</sub> puis V<sub>3</sub>. On note que la variation de la caractéristique du couple provoque la variation à la fois de la vitesse et du couple de fonctionnement.

On conclue que la vitesse et le couple de fonctionnement d'un système d'entraînement donné, ne dépend pas seulement du moteur du système, mais aussi du type de la charge entraînée.

#### 4.4 Zone de fonctionnement

Souvent, les charges mécaniques sont mieux décrites par la zone de fonctionnement que par la caractéristique mécanique. La zone de fonctionnement représente l'ensemble des points de fonctionnement autorisés sur la caractéristique couple vitesse de la charge. Cette zone de

fonctionnement est imposée par les différentes caractéristiques et spécificités de la charge. Par exemple, la caractéristique de charge d'une pompe dépend fortement de la pression et de température du fluide pompé, ce qui donne un réseau de caractéristique à partir duquel on déduit la zone de fonctionnement. Un exemple de la zone de fonctionnement d'une charge est indiqué à la figure 14.a. Si cette charge est entraînée directement par un moteur sans utilisation d'un multiplicateur, la zone de fonctionnement de ce moteur est similaire que celle de la charge ; mais si la charge est entraînée à travers un multiplicateur, la zone de fonctionnement du moteur sera modifiée suivant le rapport de multiplication utilisé. La figure 14.b indique la zone de fonctionnement d'un moteur entraînant la charge de la figure 14.a à travers un multiplicateur de rapport de multiplication égale à 0.5.

### Exemple :

Le rayon  $r$  de la bobine dans un enrouleur de textile varie de 0.15 m (bobine vide) à 0.5 m (bobine pleine). La force  $F$  appliquée sur le tissu enroulé peut être réglée à n'importe quelle valeur entre 100 N et 500 N. La vitesse linéaire du tissu  $u$  est réglable entre 2m/s et 4.8 m/s. Déterminer la zone de fonctionnement de cet enrouleur de textile.

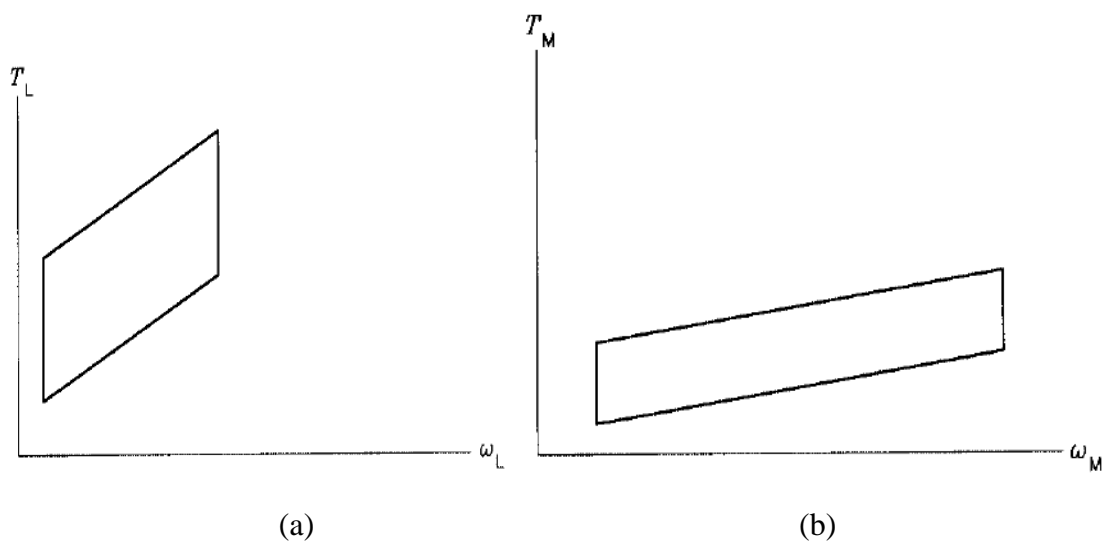


Figure 14.

La vitesse de rotation de la charge –enrouleur de textile- est :

$$\omega_L = \frac{u}{r}$$

Le couple de la charge est :

$$T_L = F \cdot r$$

alors :

$$T_L = F \cdot \frac{u}{\omega_L}$$

Par identification avec l'équation générale de la caractéristique de charge :  $T_L = T_{L0} + \tau \omega_L^k$ , on déduit que

$$k = -1 \quad ; \quad T_{L0} = 0 \quad ; \quad \tau = Fu$$

Les valeurs limites de la plage de variation de la vitesse angulaire  $\omega_L$  de la charge :

La valeur minimale de la vitesse correspond à la vitesse linéaire minimale et le rayon maximal :

$$\omega_{L\min} = \frac{2}{0.5} = 4 \text{rd} / \text{s} = 38.2 \text{tr} / \text{min}$$

La valeur maximale de la vitesse correspond à la vitesse linéaire maximale et le rayon minimal :

$$\omega_{L\max} = \frac{4.8}{0.15} = 32 \text{rd} / \text{s} = 305.5 \text{tr} / \text{min}$$

Les valeurs limites de la plage de variation du couple de la charge  $T_L$  :

La valeur minimale du couple correspond à la force minimale et au rayon minimal :

$$T_{L\min} = 100 \times 0.15 = 15 \text{N} . \text{m}$$

La valeur maximale du couple correspond à la force maximale et au rayon maximal :

$$T_{L\max} = 500 \times 0.5 = 250 \text{N} . \text{m}$$

La zone de fonctionnement de cette charge est indiquée à la figure 15. Les lignes en pointillés correspondent aux valeurs minimales et maximales de la vitesse et du couple, et les deux courbes correspondent aux valeurs maximales et minimales de la force  $F$  et de la vitesse linéaire  $u$ .

Dans un système d'entraînement bien conçu, Le moteur doit fonctionner en toute sécurité dans n'importe quel point de la zone de fonctionnement, c.à.d. que ni la tension, ni le courant, ni la vitesse dépassent ses valeurs admissibles. Le multiplicateur peut être indispensable pour l'adaptation correcte du moteur à la charge. Un rapport de transmission inférieur 1 est utilisé lorsque la charge doit fonctionner plus lentement que le moteur, avec un couple de charge supérieur à celui du moteur. Inversement, une charge à grande vitesse et faible couple nécessite un rapport d'engrenage supérieur à l'unité.

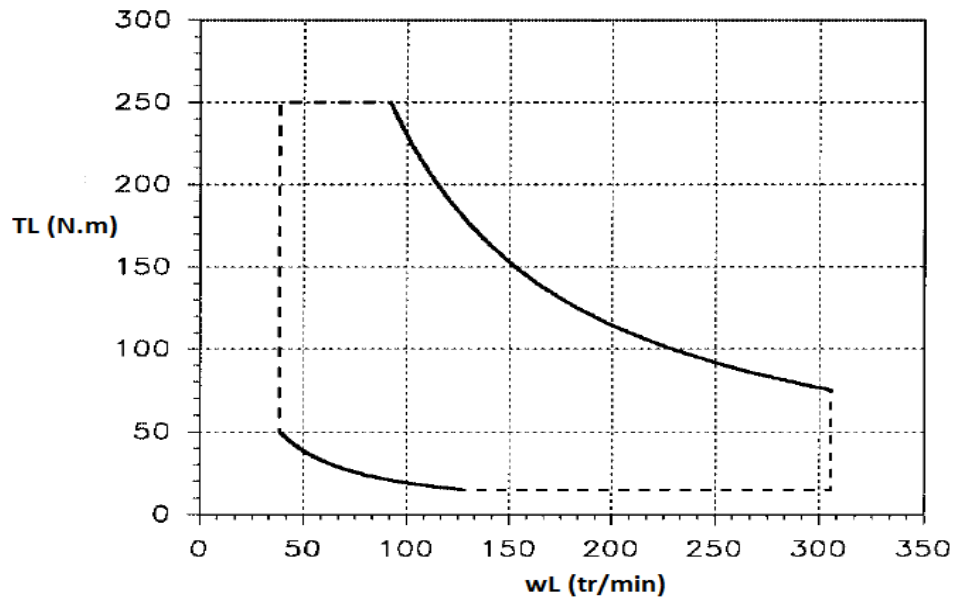


Figure 15.

#### 4.5 Bidirectionnalité du couple et de la vitesse

Suivant le type de l'application pour laquelle est destiné le système d'entraînement, Le rotor d'un moteur électrique peut tourner dans un sens, comme il peut tourner dans le sens opposé. De même, Le couple développé par un moteur électrique peut agir dans un sens, comme il peut agir dans le sens opposé.

La figure 16 indique le schéma d'une application qui nécessite un **couple bidirectionnel**. Il s'agit d'un bus électrique en montée, puis en descente. Pour simplifier, on suppose que le moteur est placé directement sur les roues avant du véhicule.

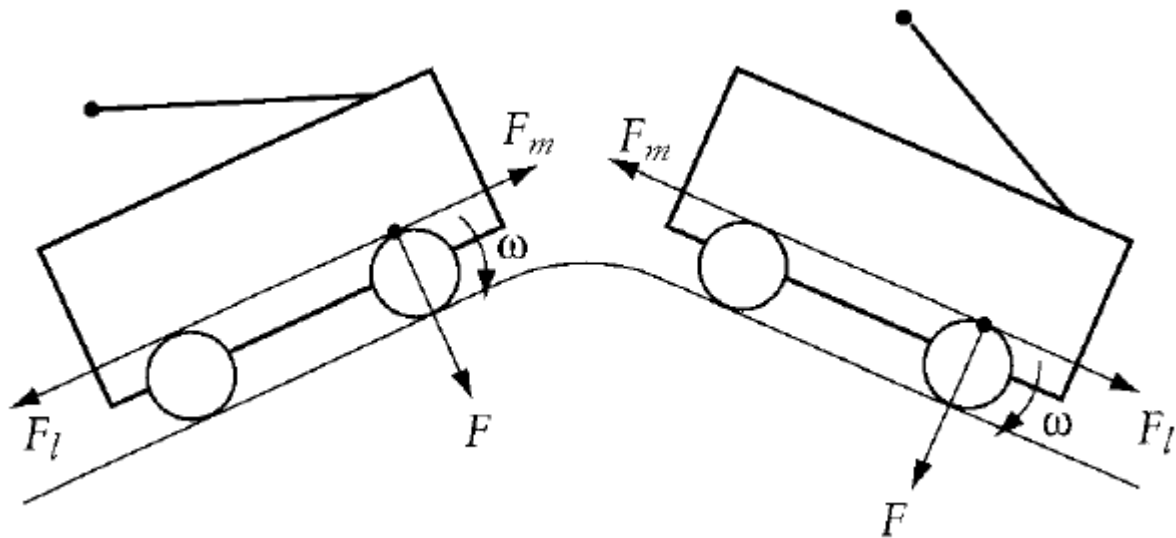


Figure 16

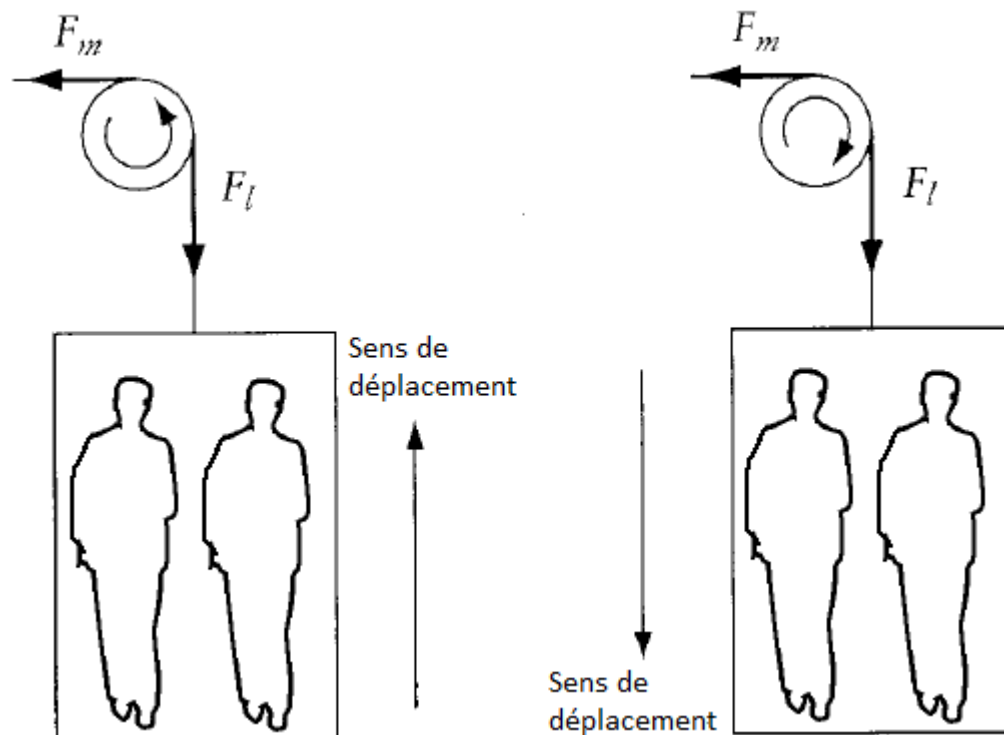


Figure 17

On analyse le mouvement en monté. La force de la charge est divisée en deux composantes : la composante perpendiculaire à la route,  $F$ , qui provoque la force de frottement, et la composante parallèle à la route,  $F_L$ , représentant le couple de charge appliqué au moteur. La force  $F_L$  tire le bus vers la base de la colline. Si on néglige la force de frottement, le couple de charge vu par le moteur est le produit de  $F_L$  par le rayon de la roue. Ce couple doit être balancé par le couple moteur dans la direction opposée.

On analyse le mouvement du véhicule dans la descente. A cause de la gravitation, la force  $F_L$  tire aussi le bus vers la base de la colline. Toutefois, le sens de cette force est inversé. Le couple du moteur doit aussi changer de sens pour compenser le couple de charge.

Le véhicule a un seul sens de déplacement en monté et en descente : la vitesse ne change pas de sens, tandis que le couple change de sens entre la monté et la descente.

La figure 17 indique le schéma d'une application à **vitesse bidirectionnel** et **couple unidirectionnel**. Il s'agit d'un ascenseur qui transporte les passagers dans les deux sens (monte et descente).

Dans les deux directions : ascendant et descendant, la charge applique sur l'ascenseur une force de charge  $F_L$ , qui dépend de la masse des passagers et de la cabine. Étant donné que cette force de charge est unidirectionnelle, la force motrice  $F_m$  est aussi unidirectionnelle, ainsi que le couple moteur. Ainsi, cette application nécessite une vitesse bidirectionnelle et un couple unidirectionnel.

#### 4.6 Quadrants de fonctionnement

La puissance mécanique d'une machine est donnée par le produit du couple et de la vitesse :

$$P_{out} = T_m \cdot \omega_m$$

Les polarités du couple et de la vitesse déterminent le sens de circulation de la puissance entre le moteur et la charge.

- Si le couple et la vitesse ont la même polarité, on a  $p_{out} > 0$  : la machine attire la puissance à partir d'une source électrique, la convertit en puissance mécanique, et la fournit à la charge mécanique. La machine fonctionne alors en moteur
- Si le couple et la vitesse ont des sens opposés, on a  $p_{out} < 0$ , le sens de circulation de la puissance est inversé : la machine est entraînée par la charge. Cette machine fonctionne alors en génératrice, si possible, et fournit une puissance électrique au système électrique d'alimentation. Ce mode de fonctionnement peut être utilisé par exemple pour freiner une charge à grande inertie, ou pour abaisser une charge dans un entraînement de levage.

Les quatre quadrants de fonctionnement dans le plan  $(T_m, \omega_M)$  sont indiqués sur la figure 18. Le couple et la vitesse ont la même polarité dans les quadrants 1 et 3. Dans ces deux quadrants, le sens d'écoulement de puissance est positif. Dans les quadrants 2 et 4, le couple et la vitesse ont des polarités opposées, et le sens d'écoulement de puissance est négatif.

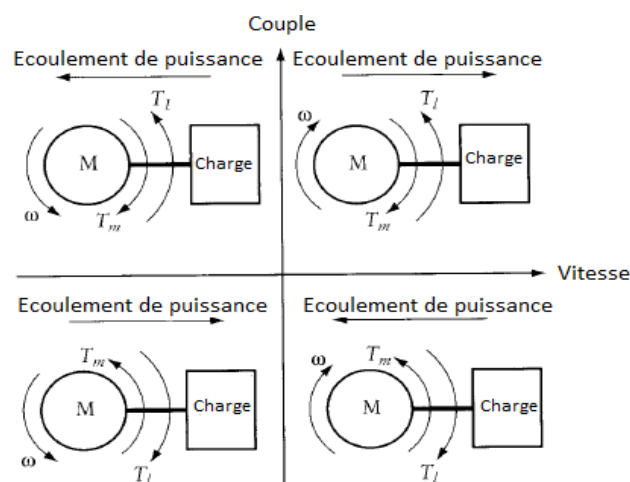


Figure 18.

Dans les quatre quadrants, le couple de charge est opposé au couple de la machine. On explique le fonctionnement dans les quatre quadrants à travers deux exemples : un ascenseur et une locomotive électrique.

#### **Ascenseur :**

Pendant le levage de la cage de l'ascenseur, le couple et la vitesse du moteur de l'ascenseur agissent dans le même sens, et ils ont alors la même polarité. Ce moteur fonctionne dans ce cas dans le quadrant 1.

Cependant, lors de l'abaissement de la cage, le moteur change le sens de sa rotation, tandis que son couple agit toujours dans le même sens. Le moteur fonctionne alors dans le quadrant 2.

Dans ces deux cas, le couple du moteur contrebalance le couple de gravité de la cage, qui agit toujours dans le même sens. Lors du levage de la cage, c'est la source électrique qui entraîne le moteur. Lors de l'abaissement de la cage, c'est le poids de cette cage qui entraîne le moteur, et l'énergie

potentielle de cette cage est alors convertie en énergie électrique par le moteur, fonctionnant alors en génératrice. Le système d'alimentation du moteur doit être conçu pour pouvoir dissiper cette énergie récupérée, ou la renvoyée vers la source d'alimentation. Ainsi le système d'entraînement d'un ascenseur peut fonctionner dans deux quadrants : les quadrants 1 et 2.

### **Locomotive électrique :**

La vitesse du moteur d'entraînement peut être positive ou négative, suivant le sens de déplacement linéaire de la locomotive. De même, le couple de ce moteur peut être positive-dans le même sens que la vitesse- lorsque la locomotive est en mode de conduite, ou négative –dans le sens opposée de la vitesse – lorsque la locomotive est en mode de freinage.

L'énorme énergie cinétique de la locomotive sollicitait des forts *freins mécaniques* s'il n'existerait pas d'autres méthodes de freinage. En réalité, les locomotives électriques, ainsi que les autres systèmes à véhicules électriques, ont un dispositif de *freinage électrique*, qui est exécuté en forçant le moteur à fonctionner comme un générateur.

La possibilité pour le couple et la vitesse d'avoir les deux polarités implique que la locomotive peut fonctionner dans les quatre quadrants. Les quadrants 1 et 3 correspondent au fonctionnement en moteur dans le sens positif de déplacement (quadrant 1) ou dans le sens opposé (quadrant 3). Les quadrants 2 et 4 correspondent au fonctionnement en freinage de la locomotive, qui se déplace dans le sens positif (quadrant 4) ou négative (quadrant 2).

Le couple du moteur est lié à son courant d'alimentation, tandis que sa vitesse est liée à sa tension d'alimentation. Ainsi, les quatre quadrants du plan  $(T_m, \omega_M)$  correspondent à quatre quadrants du plan (courant-tension) du convertisseur qui alimente le moteur. Si le moteur fonctionne dans un certain nombre des quadrants, le convertisseur d'alimentation fonctionne dans le même nombre des quadrants.



## Chapitre 3

# Commande scalaire de la machine asynchrone

## SOMMAIRE DU CHAPITRE

<b>1</b>	<b><i>Modèle de la MAS en régime permanent-relation du couple</i></b>	<b><i>1</i></b>
1.1	Schéma électrique équivalent :	2
1.2	Schéma équivalent ramené au stator avec inductance de fuite localisé au stator :	2
<b>2</b>	<b><i>Expression du couple en régime permanent</i></b>	<b><i>4</i></b>
<b>3</b>	<b><i>Commande à <math>v/f</math> constant (à flux constant)</i></b>	<b><i>7</i></b>
<b>4</b>	<b><i>Commande à <math>v/f</math> constant en boucle ouverte</i></b>	<b><i>8</i></b>
<b>5</b>	<b><i>Commande en boucle fermé avec réglage par la vitesse de glissement</i></b>	<b><i>9</i></b>
<b>6</b>	<b><i>Commande en boucle fermé avec réglage de flux et du couple</i></b>	<b><i>12</i></b>
<b>7</b>	<b><i>Commande en courant de l'onduleur</i></b>	<b><i>13</i></b>

La commande scalaire est une des commandes les plus anciennes de la MAS. Elle est simple à implémenter, Elle est fondée sur le modèle de la machine en régime permanent. En cherchant à maximiser les capacités du couple de la machine, le flux est gardé constant et égal à sa valeur nominale sur une large plage de fonctionnement. La commande « scalaire » est en opposé à la commande « vectorielle », dans laquelle on s'intéresse au module et à la position du flux, au lieu de s'intéresser seulement au module du flux, comme dans la commande scalaire. Il existe plusieurs variantes de la commande scalaire, selon que la commande est en courant ou en tension, en boucle ouverte ou fermée...etc.

## 1 Modèle de la MAS en régime permanent-relation du couple

Le régime permanent signifie que les tensions triphasées d'alimentations du stator de la machine sont sinusoïdales et équilibrées :

$$\begin{cases} v_a = \widehat{V}_s \cos(\omega_s t) \\ v_b = \widehat{V}_s \cos(\omega_s t - 2\pi/3) \\ v_c = \widehat{V}_s \cos(\omega_s t + 2\pi/3) \end{cases} \quad (2.1)$$

Notons que

$\omega_s$  : la pulsation des courants et tensions statoriques

$\Omega$  : la vitesse mécanique du rotor

$\omega_r$  : la vitesse électrique du rotor :  $\omega_r = \Omega \cdot p$

$\omega_{gl} = \omega_s - \omega_r$  ; la vitesse de glissement, qui est aussi la pulsation des courants rotoriques

$g = (\omega_s - \omega_r) / \omega_s = \omega_{gl} / \omega_s$  : le glissement

On effectue une transformation triphasée biphasée, en choisissant un repère (d-q) lié au champ tournant

$$\begin{aligned} V_{ds} &= \widehat{V}_s \cos(\omega_s t - \theta_s) \\ V_{qs} &= \widehat{V}_s \sin(\omega_s t - \theta_s) \end{aligned} \quad (2.2)$$

$\theta_s$  c'est l'angle de transformation, qui est dans notre cas égal à  $\omega_s t$ . Alors :

$$\begin{aligned} V_{ds} &= \widehat{V}_s \\ V_{qs} &= 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

On introduit la notation complexe :  $\bar{X} = X_d + jX_q$

$$\bar{V}_s = V_{ds} + jV_{qs} = R_s (I_{ds} + jI_{qs}) + \frac{d}{dt} (\phi_{ds} + j\phi_{qs}) + j\omega_s (\phi_{ds} + j\phi_{qs}) \quad (2.4)$$

$$\bar{V}_s = R_s \bar{I}_s + \frac{d}{dt} \bar{\phi}_s + j\omega_s \bar{\phi}_s \quad (2.5)$$

En régime permanent :  $\frac{d\bar{\phi}_s}{dt} = 0$ , alors :

$$\bar{V}_s = R_s \bar{I}_s + j\omega_s \bar{\phi}_s \quad (2.6)$$

Le même raisonnement pour l'équation du rotor :

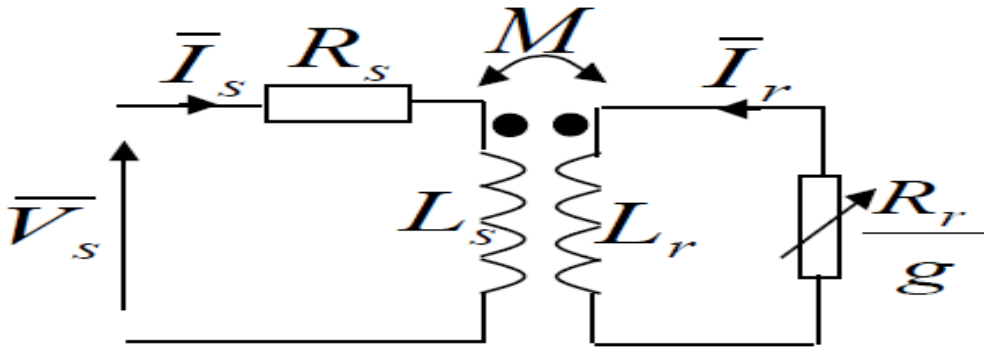


Fig.1. Schéma équivalent de la MAS

$$\bar{V}_r = R_r \bar{I}_r + j \omega_{gl} \bar{\phi}_r \quad (2.7)$$

Le rotor étant en court-circuit :

$$\begin{cases} \bar{V}_s = R_s \bar{I}_s + j \omega_s \bar{\phi}_s \\ 0_r = R_r \bar{I}_r + j \omega_{gl} \bar{\phi}_r \end{cases} \quad (2.8)$$

Les expressions des flux :

$$\begin{cases} \bar{\phi}_s = L_s \bar{I}_s + M \bar{I}_r \\ \bar{\phi}_r = L_r \bar{I}_r + M \bar{I}_s \end{cases} \quad (2.9)$$

On remplace dans les expressions des tensions :

$$\begin{cases} \bar{V}_s = R_s \bar{I}_s + j \omega_s L_s \bar{I}_s + j \omega_s M \bar{I}_r \\ 0_r = R_r \bar{I}_r + j \omega_{gl} L_r \bar{I}_r + j \omega_{gl} M \bar{I}_s = \frac{R_r}{g} \bar{I}_r + j \omega_s L_r \bar{I}_r + j \omega_s M \bar{I}_s \end{cases} \quad (2.10)$$

On divise les deux membres de l'équation rotorique par le glissement  $g$ , et en tenant compte que  $\omega_{gl} = g \cdot \omega_s$  :

$$\begin{cases} \bar{V}_s = R_s \bar{I}_s + j \omega_s L_s \bar{I}_s + j \omega_s M \bar{I}_r \\ 0 = \frac{R_r}{g} \bar{I}_r + j \omega_s L_r \bar{I}_r + j \omega_s M \bar{I}_s \end{cases} \quad (2.11)$$

### 1.1 Schéma électrique équivalent :

L'équation (2.10) peut être représentée par le schéma équivalent de la figure 1.

### 1.2 Schéma équivalent ramené au stator avec inductance de fuite localisé au stator :

Il est préférable de modifier le schéma précédent en le ramenant au stator. Pour cela, on pose :

$$N_r = \sigma L_r = L_r \left( 1 - \frac{M^2}{L_r L_s} \right) = L_r - \frac{M^2}{L_s} \quad (2.12)$$

Les composantes ramenées au stator sont exprimées par :

$$\begin{cases} N_r' = N_r \left( \frac{L_s}{M} \right)^2 \\ R_r' = R_r \left( \frac{L_s}{M} \right)^2 \\ \bar{I}_r' = \left( \frac{M}{L_s} \right) \bar{I}_r \end{cases} \quad (2.13)$$

En tenant compte de ces notations, la première équation de (2.11) est manipulée comme suit :

$$\begin{aligned} \bar{V}_s &= R_s \bar{I}_s + j \omega_s L_s \bar{I}_s + j \omega_s \frac{L_s}{L_s} M \bar{I}_r' \\ &= R_s \bar{I}_s + j \omega_s L_s \bar{I}_s + j \omega_s L_s \bar{I}_r' \end{aligned}$$

On a alors :

$$\bar{V}_s = R_s \bar{I}_s + j \omega_s L_s (\bar{I}_s + \bar{I}_r') \quad (2.14)$$

La deuxième équation de (2.11) est manipulée comme suit :

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{R_r}{g} \bar{I}_r + j \omega_s L_r \bar{I}_r + j \omega_s M (\bar{I}_s + \bar{I}_r' - \bar{I}_r') \\ 0 &= \frac{R_r}{g} \bar{I}_r + j \omega_s L_r \bar{I}_r - j \omega_s M \bar{I}_r' + j \omega_s M (\bar{I}_s + \bar{I}_r') \\ 0 &= \frac{R_r}{g} \frac{M}{L_s} \bar{I}_r + j \omega_s L_r \frac{M}{L_s} \bar{I}_r - j \omega_s \frac{M^2}{L_s} \bar{I}_r' + j \omega_s \frac{M^2}{L_s} (\bar{I}_s + \bar{I}_r') \\ 0 &= \frac{R_r}{g} \bar{I}_r' + j \omega_s L_r \bar{I}_r' - j \omega_s \frac{M^2}{L_s} \bar{I}_r' + j \omega_s \frac{M^2}{L_s} (\bar{I}_s + \bar{I}_r') \\ 0 &= \frac{R_r}{g} \bar{I}_r' + j \omega_s \left( L_r - \frac{M^2}{L_s} \right) \bar{I}_r' + j \omega_s \frac{M^2}{L_s} (\bar{I}_s + \bar{I}_r') \\ 0 &= \frac{R_r}{g} \bar{I}_r' + j \omega N_r \bar{I}_r' + j \omega_s \frac{M^2}{L_s} (\bar{I}_s + \bar{I}_r') \\ 0 &= \left( \frac{L_s}{M} \right)^2 \frac{R_r}{g} \bar{I}_r' + j \omega \left( \frac{L_s}{M} \right)^2 N_r \bar{I}_r' + j \omega_s \left( \frac{L_s}{M} \right)^2 \frac{M^2}{L_s} (\bar{I}_s + \bar{I}_r') \end{aligned}$$

On obtient alors :

$$0 = \frac{R_r'}{g} \bar{I}_r' + j \omega N_r' \bar{I}_r' + j \omega_s L_s (\bar{I}_s + \bar{I}_r') \quad (2.15)$$

On regroupe les équations (2.14) et (2.15) :

$$\begin{cases} \bar{V}_s = R_s \bar{I}_s + j \omega_s L_s (\bar{I}_s + \bar{I}_r') \\ 0 = \frac{R_r'}{g} \bar{I}_r' + j \omega N_r' \bar{I}_r' + j \omega_s L_s (\bar{I}_s + \bar{I}_r') \end{cases} \quad (2.16)$$

$$(2.17)$$

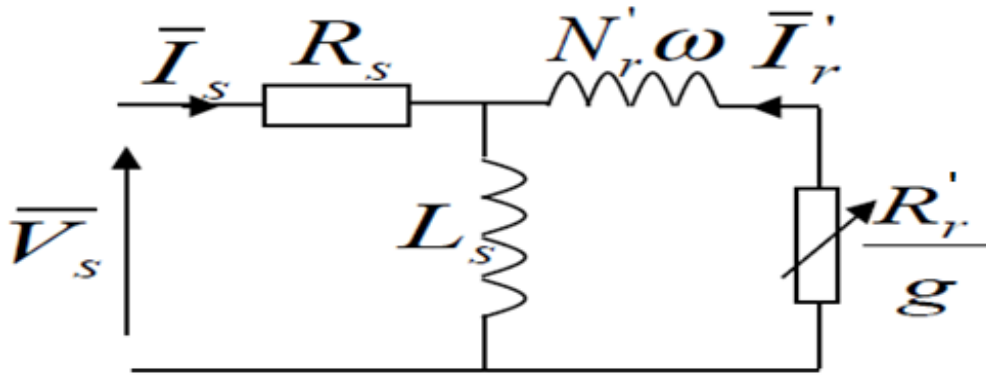


Fig.2. Schéma équivalent ramené au stator avec fuites magnétiques localisées au rotor

Ces deux équations se traduisent par le schéma équivalent ramené au stator, avec inductance des fuites ( $N_r' \omega$ ) localisée au rotor, comme indiqué à la figure 2.

## 2 Expression du couple en régime permanent

En négligeant les pertes Joule statoriques, la puissance transmise au rotor est la suivante :

$$P_{tr} = 3 \frac{R_r'}{g} I_r'^2 \quad (2.18)$$

Les pertes Joules au rotor :

$$p_{jr} = 3 R_r' I_r'^2 = g \cdot P_{tr} \quad (2.19)$$

La puissance électromagnétique :

$$P_e = P_{tr} - p_{jr} = (1 - g) P_{tr} = 3(1 - g) \frac{R_r'}{g} I_r'^2 \quad (2.20)$$

Le couple électromagnétique :

$$C_e = \frac{P_e}{\Omega} = 3 \frac{p}{\omega_r} (1 - g) \frac{R_r'}{g} I_r'^2 \quad (2.21)$$

Avec :  $p$  : nombre de paires de pôles du rotor. Notant que  $\omega_r = \omega_s - \omega_{gl} = (1 - g) \omega_s$ , alors :

$$C_e = 3 \frac{p}{\omega_s} \frac{R_r'}{g} I_r'^2 \quad (2.22)$$

En négligeant le courant magnétisant (courant dans l'inductance  $L_s$  de la figure 2), le courant  $I_r'$  est exprimé par :

$$\bar{I}_r' = \frac{V_s - R_s I_s}{\frac{R_r'}{g} + j \omega_s N_r'} \quad (2.23)$$

En négligeant la résistance statorique, on peut écrire :

$$I_r'^2 = \frac{V_s^2}{\left(\frac{R_r'}{g}\right)^2 + (\omega_s N_r')^2} \quad (2.24)$$

Le couple électromagnétique est alors exprimé par :

$$C_e = 3 \frac{p}{\omega_s} V_s^2 \frac{\frac{R_r'}{g}}{\left(\frac{R_r'}{g}\right)^2 + (\omega_s N_r')^2} \quad (2.25)$$

Pour un glissement  $g$  suffisamment faible, on peut écrire :  $\left(\frac{R_r'}{g}\right)^2 + (\omega_s N_r')^2 \approx \left(\frac{R_r'}{g}\right)^2$ , alors on peut approximer l'expression du couple de la manière suivante :

$$C_e = 3 \frac{p}{\omega_s} V_s^2 \frac{g}{R_r'} \quad (2.26)$$

L'équation (2.26) signifie une variation quasi linéaire du couple en fonction du glissement.

Le couple maximum est obtenu lorsque  $\frac{dC_e}{dg} = 0$ . A partir de l'équation (2.25), cette relation est vérifiée si :

$g = g_m = \frac{R_r'}{N_r' \omega_s}$ . Le couple maximal correspondant est :

$$C_{\max} = 3 \frac{p}{2N_r'} \left(\frac{V_s}{\omega_s}\right)^2 \quad (2.27)$$

La figure 3 indique la courbe du couple électromagnétique en fonction de glissement. On déduit facilement la courbe du couple en fonction de la vitesse (figure 4), en tenant compte que  $\Omega = (1-g) \omega_w/p$  ou  $g = 1 - p\Omega/\omega_s$ .

Sur la caractéristique couple vitesse on distingue entre (figure 5) :

La zone de fonctionnement en moteur

La zone de fonctionnement en génératrice

La zone de fonctionnement en frein

Le couple au démarrage : intersection de la courbe du couple avec l'axe vertical

La vitesse synchrone : point d'intersection de la courbe avec l'axe horizontal.

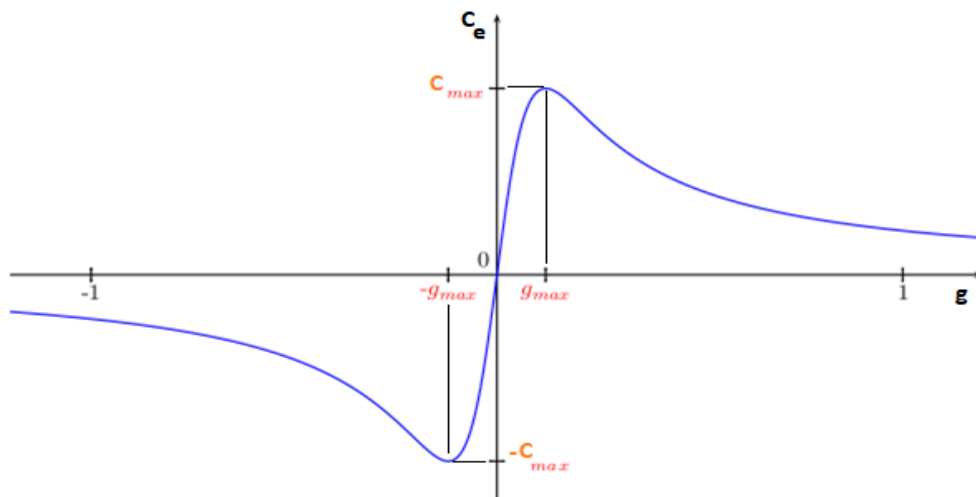


Fig.3. Couple en fonction de glissement

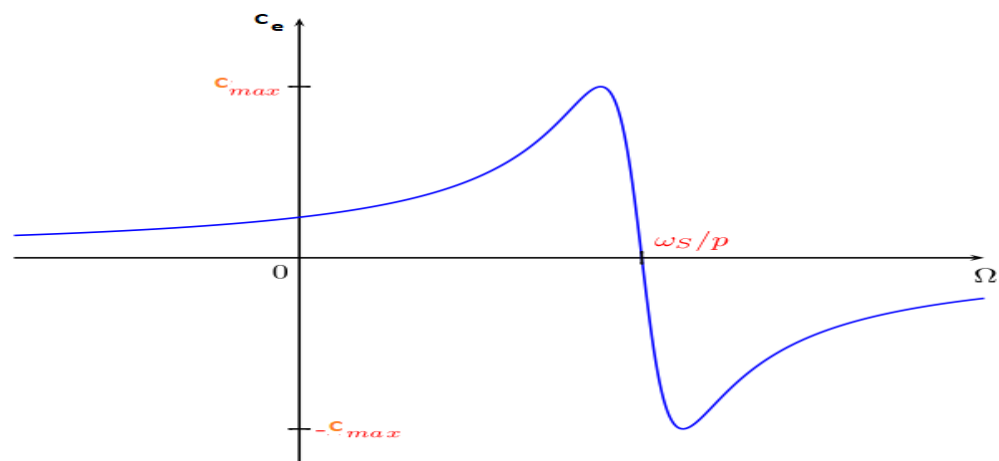


Fig.4. Couple en fonction de la vitesse du rotor

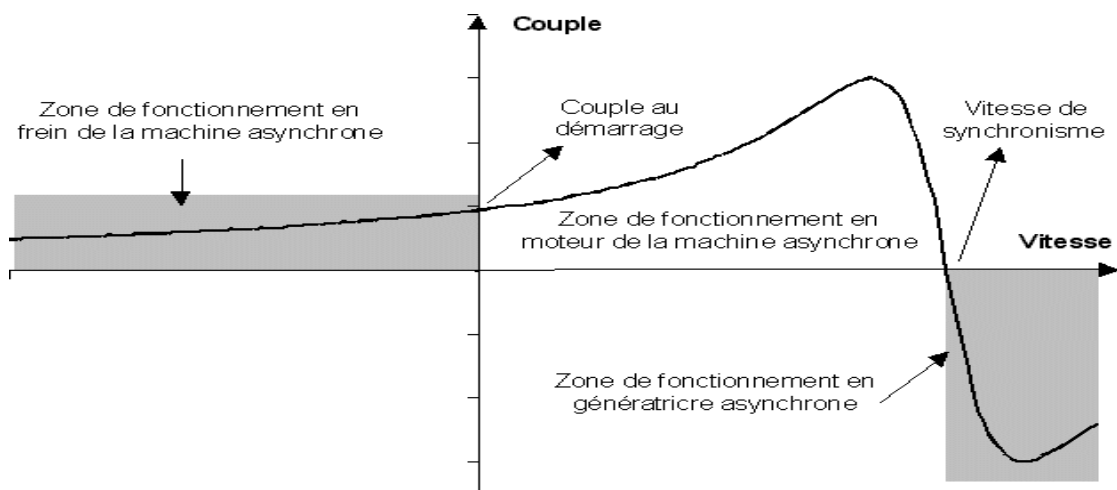


Fig.5. Domaines de fonctionnement de la machine asynchrone



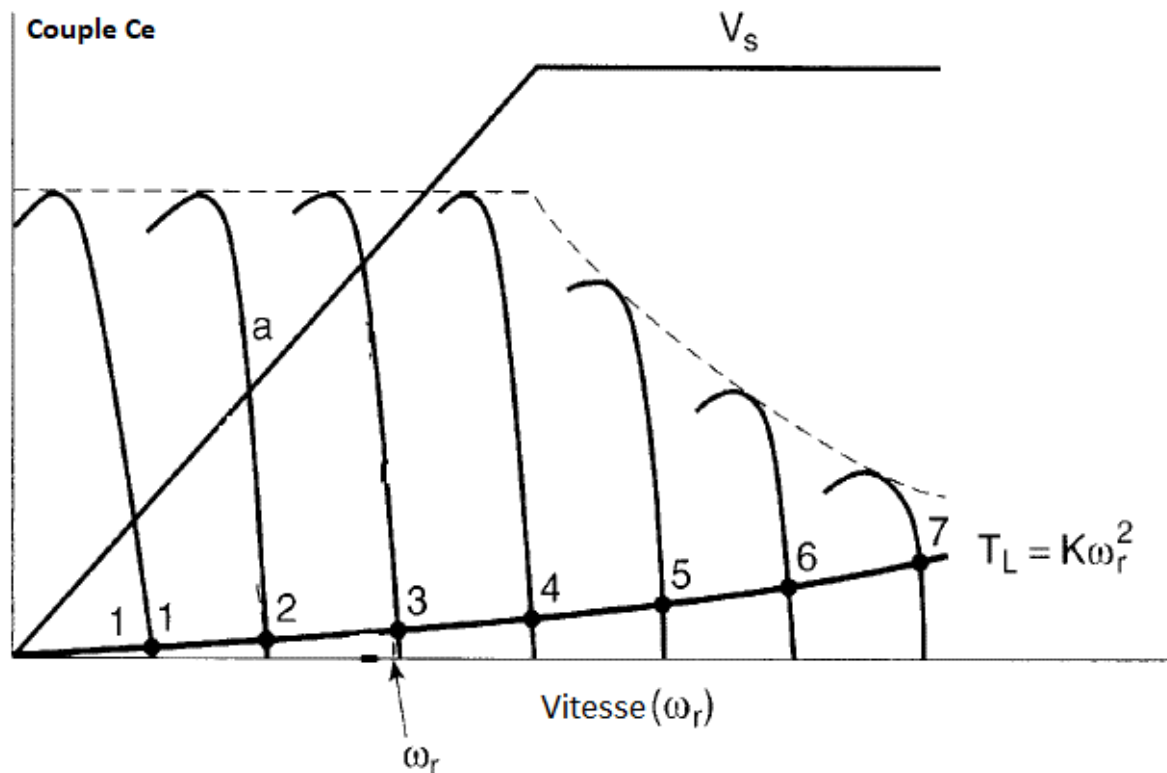


Fig.6. Effet de la variation de la fréquence d'alimentation  $\omega_s$  sur la vitesse  $\omega_r$

### 3 Commande à v/f constant (à flux constant)

Le principe de cette commande est de contrôler la vitesse de rotation de la machine asynchrone à travers le réglage de la fréquence d'alimentation du stator  $f$  (autrement dit  $\omega_s$  qui est égal à  $2\pi f$ ).

Dans cette commande, on maintient le rapport  $(V/f)$  (Tension/fréquence) constant, ce qui est équivalent à garder le flux constant. En effet, en négligeant la résistance statorique, on peut écrire :

$$v_s \approx \frac{d\phi_s}{dt} = \frac{d(\phi_{\max} \sin(\omega_s t))}{dt} = \omega_s \phi_{\max} \cos(\omega_s t) \Rightarrow V_s = \omega_s \phi = 2\pi f \phi \Rightarrow \frac{V}{f} = 2\pi \phi$$

$$\frac{V}{f} \text{ constant} \Rightarrow \phi \text{ constant}$$

Le point de fonctionnement représente l'intersection entre la courbe du couple de la charge et celle du couple de la machine. La figure 6 montre la procédure de réglage à  $V/f$  constant. Le couple de la charge montrée dans cet exemple est de type  $C_r = k \cdot \omega_r^2$ . L'augmentation graduelle de la fréquence  $\omega_s$  provoque l'augmentation pratiquement proportionnelle de la vitesse de la machine (obtenue par la projection des points de fonctionnement successifs 1, 2, 3, 4... sur l'axe horizontal). Pour garder le rapport  $V/f$  constant (i.e le flux constant), l'augmentation de la fréquence  $\omega_s$  est accompagnée avec l'augmentation de la tension d'alimentation  $V_s$ .

Quand la tension atteint sa valeur maximale, on doit la garder fixe à cette valeur, on ne peut pas l'augmenter davantage. L'augmentation de la fréquence dans ce cas s'accompagne avec une diminution du flux inducteur  $\phi_s$ , et aussi du couple maximale qui peut développer la machine. Ce régime de fonctionnement est appelé : **régime de défluxage**. Ce régime permet de dépasser la vitesse nominale de la machine, on l'appelle donc aussi : **régime de survitesse**.

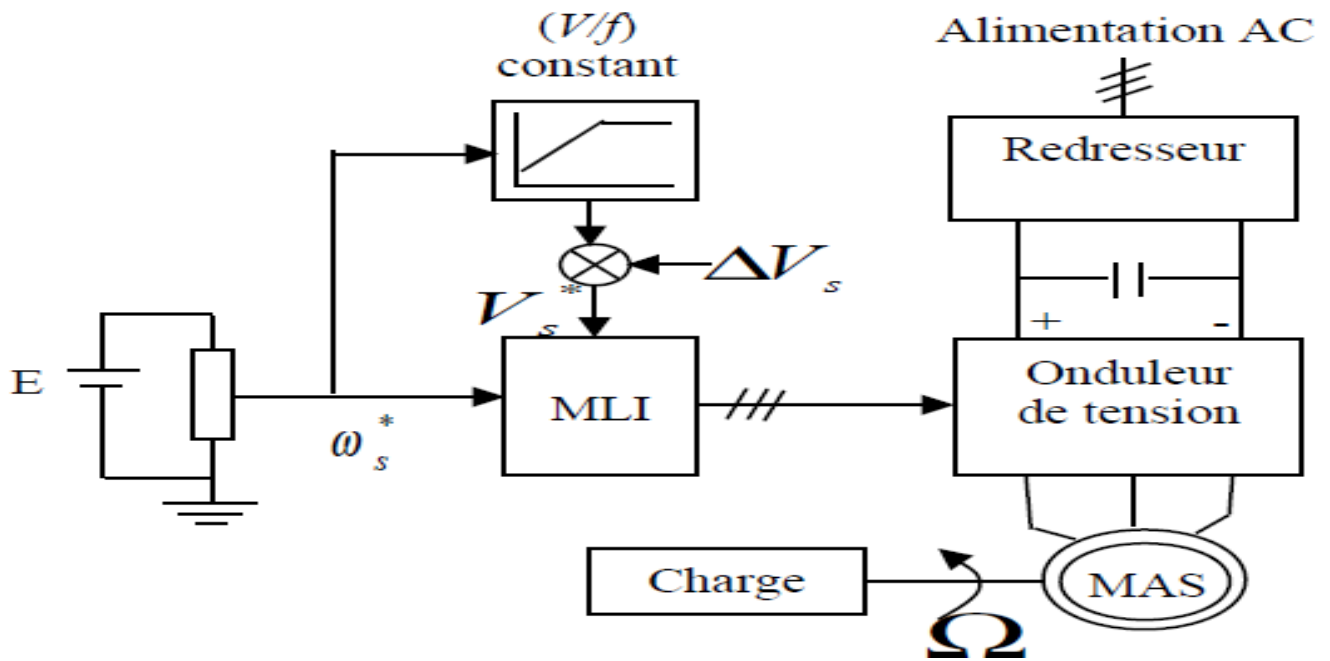


Fig.7. Commande à V/f constant, en boucle ouverte

#### 4 Commande à v/f constant en boucle ouverte

Le schéma de la commande scalaire à V/f constant en boucle ouverte est indiqué à la figure 7.

- La grandeur de référence est la fréquence  $\omega_s^*$ , générée par un potentiomètre.
- La tension de référence  $V_s^*$  se déduit à partir de  $\omega_s^*$  en la multipliant par une constante qui est égal au rapport constant  $v/\omega_s$  connu en préalable.
- A basse fréquence (vitesse), la chute de tension dans la résistance du stator ne peut pas être négligée. On compense alors en ajoutant un terme  $\Delta V_s = V_0$ .
- A partir de la tension  $V_s^*$  et la fréquence  $\omega_s^*$  on calcule les tensions de référence  $v_a^*$ ,  $v_b^*$  et  $v_c^*$  de la manière suivante :

$$\begin{cases} v_a^* = V_s^* \sin \omega_s^* t \\ v_b^* = V_s^* \sin \left( \omega_s^* t - \frac{2\pi}{3} \right) \\ v_c^* = V_s^* \sin \left( \omega_s^* t + \frac{2\pi}{3} \right) \end{cases} \quad (2.28)$$

- A partir des tensions de référence  $v_a^*$ ,  $v_b^*$  et  $v_c^*$  est d'un signal de modulation rectangulaire, on effectue la commande en MLI de l'onduleur qui assure l'alimentation de la machine.

On veut analyser l'effet de la variation du couple de charge sur le point de fonctionnement (fig.8). Pour un couple de charge  $C_r$  le point de fonctionnement est 3. En gardant la fréquence à  $\omega_s$ , si couple de charge passe de  $C_r$  à  $C_r'$ , le point de fonctionnement se déplace de 3 à 3' et la vitesse de la machine passe de  $\omega_r$  à  $\omega_r'$ . Cette chute de vitesse est relativement faible, et acceptable (tolérée) pour les applications qui n'exigent pas une grande précision de réglage de la vitesse, telles que le pompage.

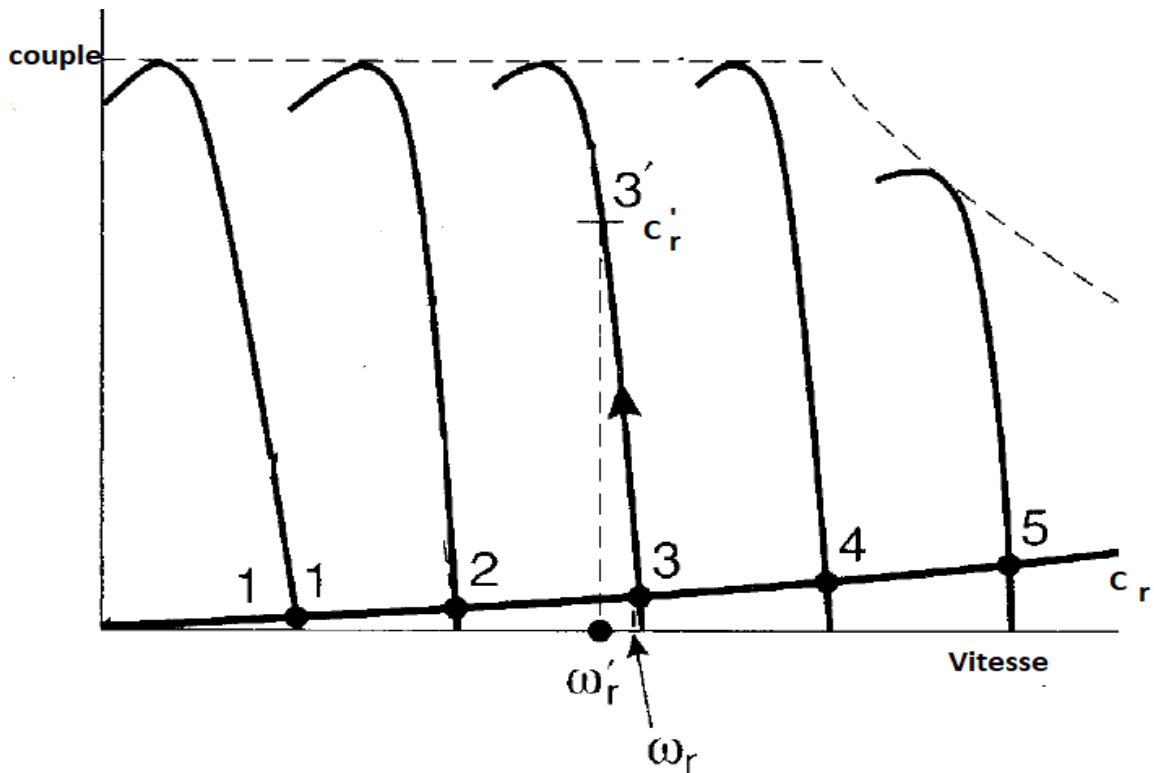


Fig.8. Effet de la variation du couple de charge sur la précision du réglage

## 5 Commande en boucle fermée avec réglage par la vitesse de glissement

Le schéma de cette commande en boucle fermée est indiqué à la fig.9. C'est une amélioration de la commande précédente. La vitesse de rotation de la machine  $\omega_r$  est captée et comparée avec la vitesse de référence  $\omega_r^*$ . Un régulateur (de type PI en général) utilise l'erreur de comparaison pour générer une référence de la vitesse de glissement  $\omega_{gl}$ . Cette dernière est ajoutée à la vitesse du rotor pour obtenir la fréquence statorique de référence  $\omega_s^*$ , à partir de laquelle on calcule l'amplitude de la tension de référence  $V_s^*$  de manière à respecter la constance du rapport  $V/f$ . A partir de la tension  $V_s^*$  et la fréquence  $\omega_s^*$  on calcule les tensions de référence  $v_a^*$ ,  $v_b^*$  et  $v_c^*$  qui servent à la commande en MLI de l'onduleur.

A noter que le couple de la machine est proportionnel à la vitesse de glissement. C'est la raison pour laquelle, on a considéré que la sortie du régulateur est la vitesse de glissement de référence. Le rôle du limiteur dans le schéma est de limiter le couple et par conséquent le courant d'induit de la machine.

L'augmentation de la vitesse de référence provoque un écart positif, et par conséquent une vitesse de glissement de référence et un couple de référence positifs. Ce couple de référence positif provoque une augmentation de la vitesse de la machine, pour atteindre la vitesse de référence.

De même, la diminution de la vitesse de référence provoque un écart négatif, et par conséquent une vitesse de glissement de référence et un couple de référence négatifs. Ce couple de référence négatif provoque une diminution de la vitesse de la machine, pour atteindre la vitesse de référence.

La figure 10.a montre l'effet de la variation du couple de charge sur le réglage de la vitesse. Le point de fonctionnement initial est 1. Le couple de charge varie de  $C_r$  à  $C_r'$ . Le point de fonctionnement se déplace alors de 1 à 2, et la vitesse de rotation de la machine subit une légère diminution. A cause de la boucle fermée de réglage, la diminution de la vitesse de rotation provoque l'augmentation de la vitesse de glissement de référence  $\omega_{gl}^*$ , qui provoque une augmentation la fréquence de référence  $\omega_s^*$ . La courba de la caractéristique se déplace par conséquent légèrement à droite, et le point de fonctionnement passe alors de 2 à 3. La vitesse se trouve de nouveau à sa valeur d'origine. La figure 10.b montre la forme temporelle de la vitesse

pendant ce processus.

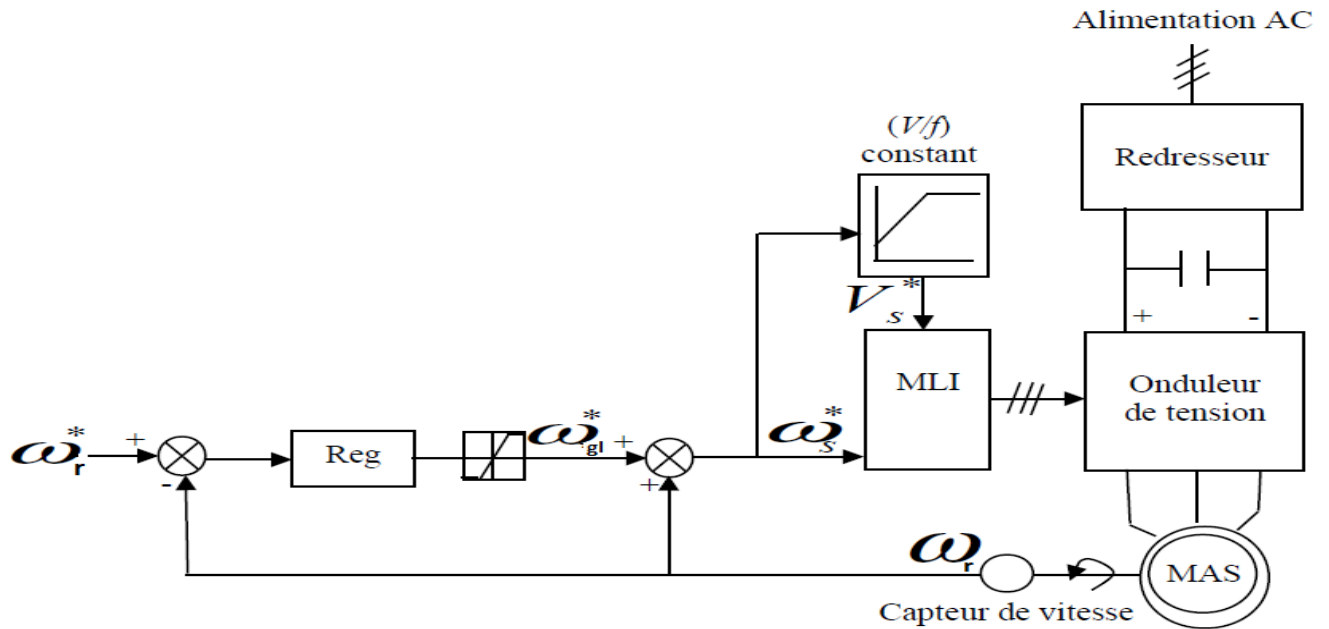


Fig.7. Commande à V/f constant, en boucle fermée

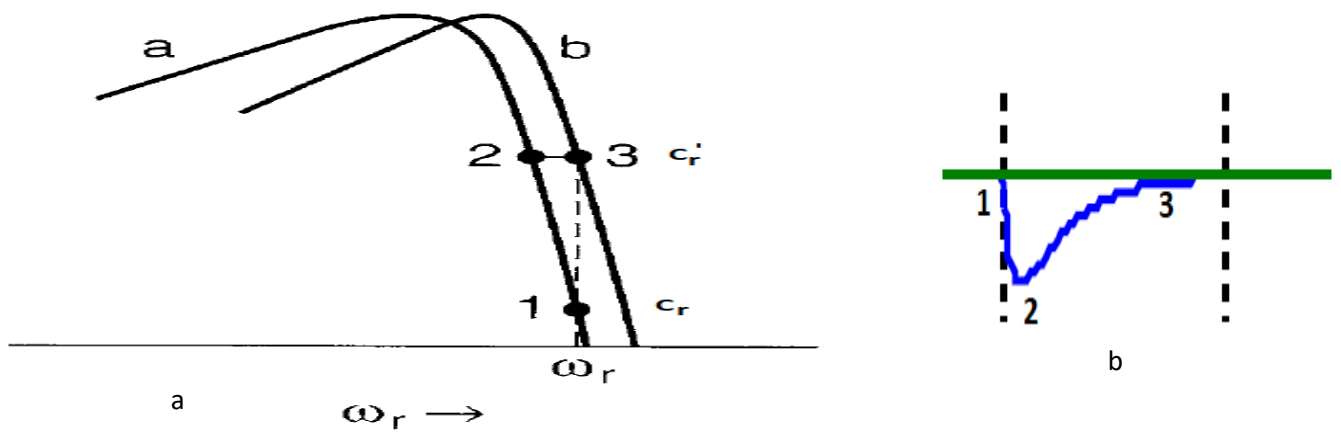


Fig.10. Effet de la variation du couple de charge sur le réglage

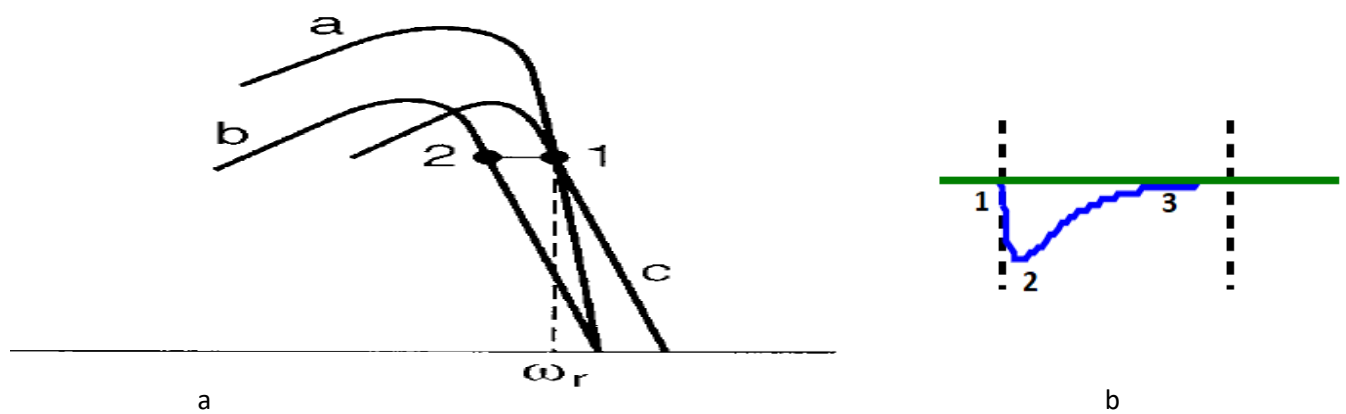
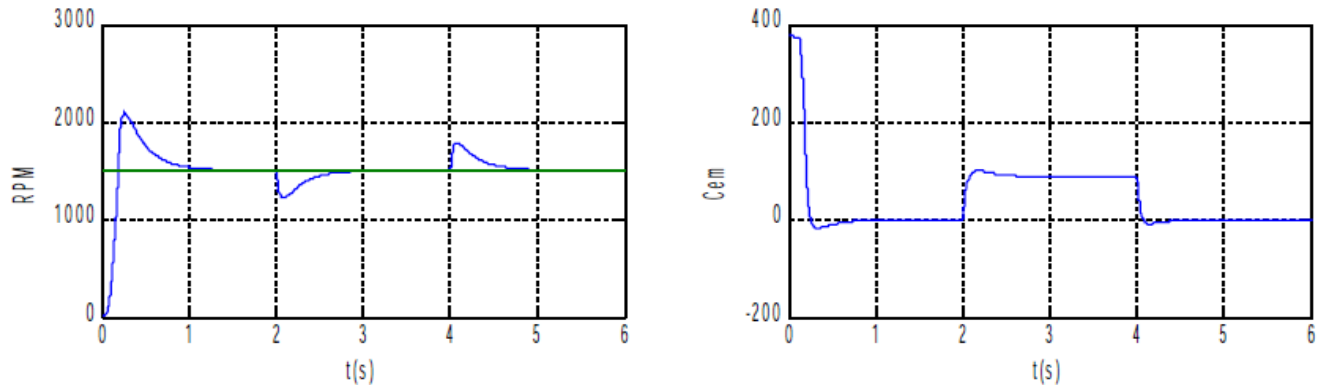
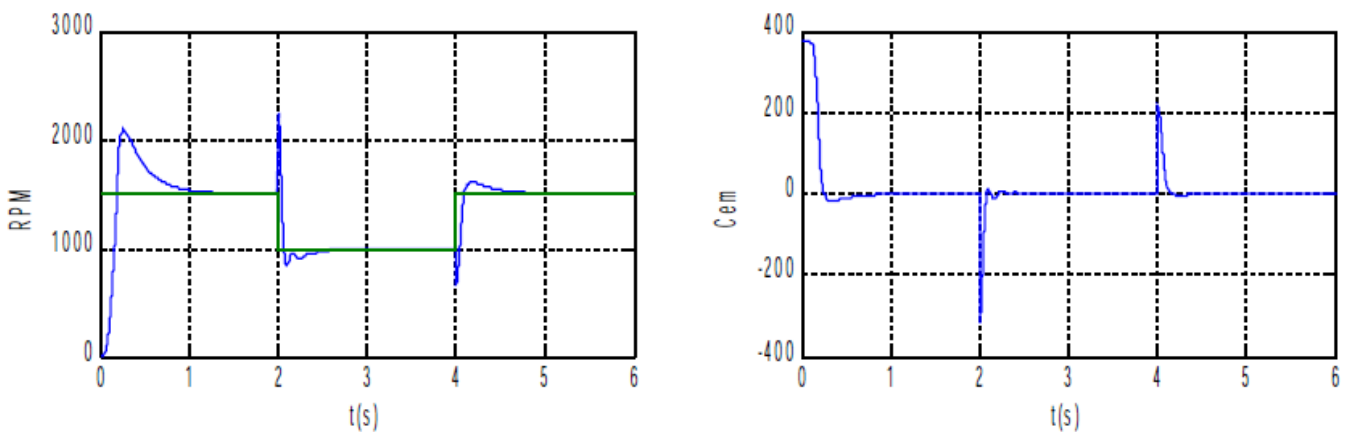


Fig.11. Effet de la variation de la tension d'alimentation sur le réglage



a. Test de variation du couple de charge



b. Test de variation de la tension d'alimentation

Fig.12. Simulation de la commande de la MAS par la commande scalaire à  $v/f$  cte en boucle fermée

La figure 11.a montre l'effet de la variation de la tension d'alimentation. Le point de fonctionnement initial est 1 sur la courbe a. La réduction de la tension d'alimentation provoque le déplacement de la caractéristique de a vers b, et le passage du point de fonctionnement de 1 vers 2. La vitesse de rotation diminue alors. A cause de la boucle de réglage, la diminution de la vitesse provoque la diminution de la vitesse de glissement, et de la fréquence synchrone  $\omega_s^*$ . La caractéristique se déplace alors de b vers c. Le point de fonctionnement passe alors de 2 vers 1, et par conséquent la vitesse retrouve sa valeur initiale. La forme temporelle de la vitesse est indiquée à la figure 11.b.

La figure 12 montre la simulation de la commande scalaire en boucle fermée de la MAS. On présente la réponse de la vitesse du rotor et le couple de la machine, après un test de variation du couple de charge et de la référence de la vitesse. On constate bien que la boucle de réglage compense l'effet de la variation du couple de charge sur la vitesse, et impose à la vitesse de poursuivre la référence.

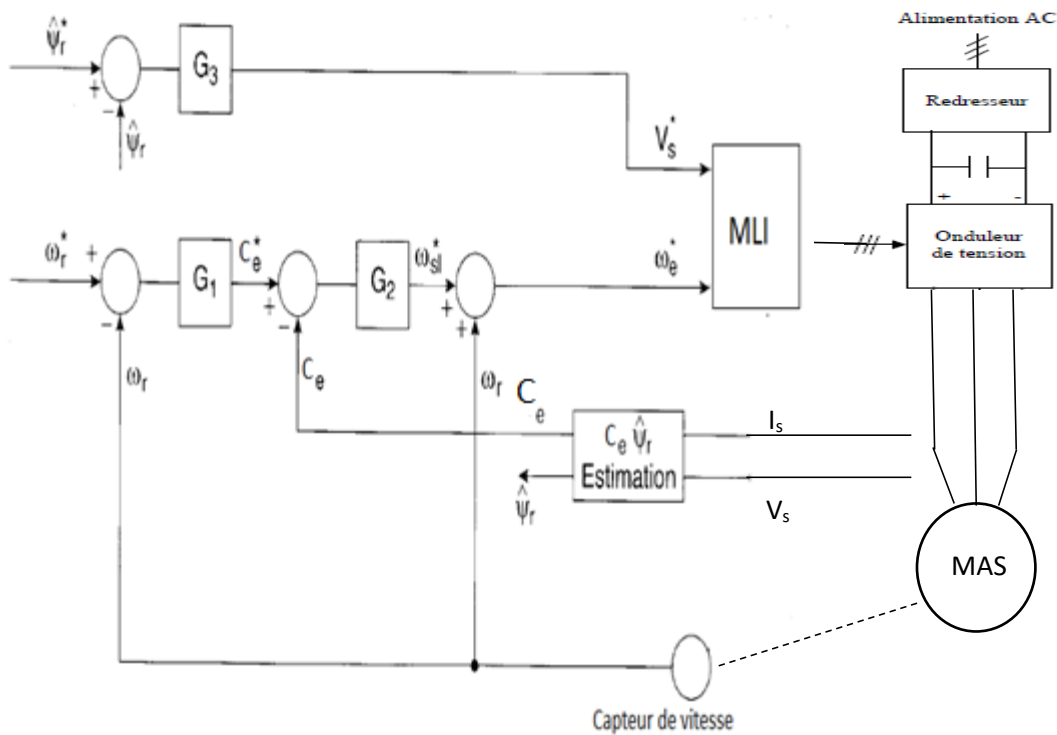


Fig.13. Commande en boucle fermée avec réglage du flux et du couple

## 6 Commande en boucle fermé avec réglage de flux et du couple

L'incertitude des paramètres de la machine pendant le fonctionnement peut provoquer un décalage entre la valeur exacte du flux et la valeur utilisée par le bloc de commande. Ce décalage affecte l'exactitude de la commande.

On peut réduire cette sensibilité de la commande aux variations paramétriques en utilisant une commande ayant deux boucles de réglage indépendantes : une boucle pour le réglage du flux, et une boucle pour le réglage du couple et de la vitesse. La figure 13 indique le schéma de ce type de commande.

La boucle de réglage du flux fournit la tension de référence, tandis que la boucle de réglage de couple et de la vitesse fournit la vitesse de glissement de référence, qui s'ajoute à la vitesse de rotation du moteur pour avoir la fréquence synchrone de référence. Similairement aux commandes précédentes, à partir de la tension  $V_s^*$  et la fréquence  $\omega_s^*$  on calcule les tensions de référence  $v_a^*$ ,  $v_b^*$  et  $v_c^*$  qui servent à la commande en MLI de l'onduleur.

Les signaux de couple et de flux, nécessaires pour les boucles de réglage, sont estimés à partir des mesures des tensions et des courants de la machine.

L'augmentation de la vitesse est accompagnée par l'augmentation de la tension d'alimentation, étant donné que le flux est constant. Si la tension d'alimentation atteint sa valeur nominale, on doit diminuer le flux de référence, si on veut augmenter davantage la vitesse : régime de défluxage.

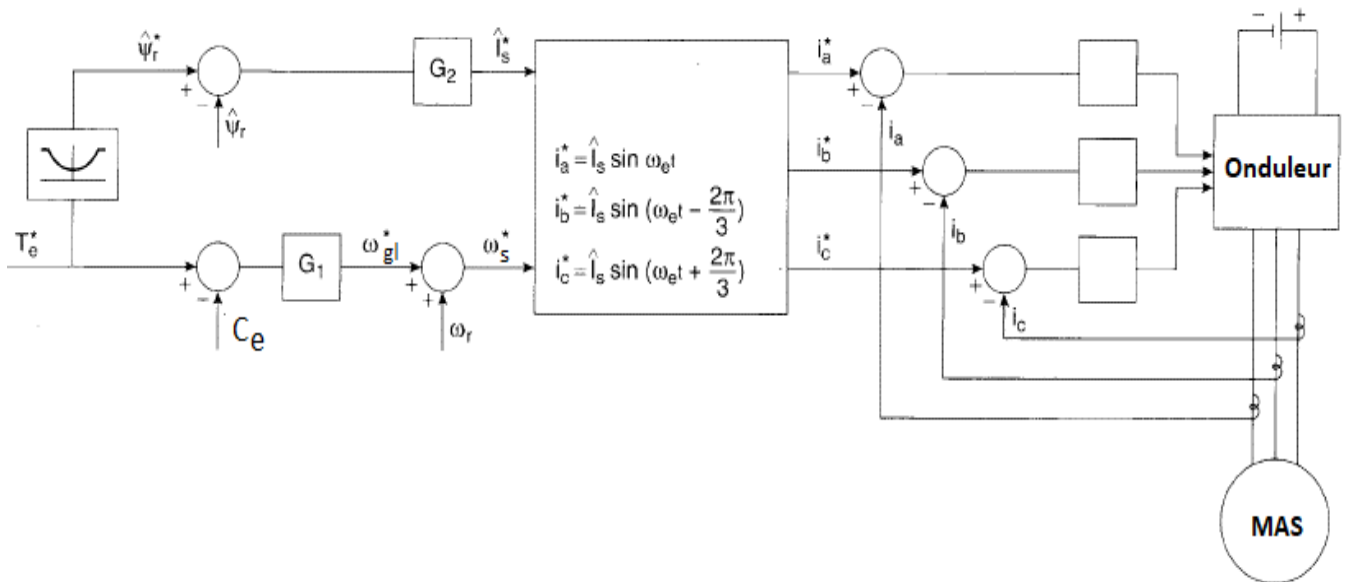


Fig.14. Commande à V/f constant, en courant

## 7 Commande en courant de l'onduleur

On peut commander l'onduleur par une commande en courant au lieu de la commande par MLI sinusoïdale. Pour cela, les boucles de réglage doivent générer les courants de références au lieu des tensions de références. Un exemple de commande scalaire en courant est indiqué à la figure 14.

La boucle de réglage de flux fournit l'amplitude du courant de référence, tandis que la boucle de réglage de la vitesse et du couple fournit sa fréquence. La référence du flux est générée par un bloc de défluxage, pour tenir compte du fonctionnement éventuel en survitesse, pour lequel on doit diminuer le flux. Le bloc de défluxage est piloté par le couple de référence : c'est-à-dire que le flux de référence généré est programmé en fonction de la vitesse de référence.

L'amplitude du courant de référence et la fréquence de référence servent à générer trois courants sinusoïdaux de référence  $i_a^*$ ,  $i_b^*$  et  $i_c^*$ . Ces courants de référence sont comparés aux courants réels mesurés  $i_a$ ,  $i_b$  et  $i_c$ . L'onduleur est commandé de manière à maintenir les courants réels à l'intérieur d'une bande de tolérance autour des courants de référence. À noter que pour simplifier, le capteur de vitesse et l'estimateur de flux et de couple ne sont pas représentés sur le schéma.

## Chapitre 4

# Commande vectorielle de la machine asynchrone



## SOMMAIRE DU CHAPITRE

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Rappel du modèle de la machine asynchrone en régime dynamique</b>	<b>2</b>
2.1	Equations électriques et magnétiques dans le repère triphasé	2
2.2	Transformation de Park	4
2.3	Equations électriques et magnétiques dans le repère biphasé	5
2.4	Différents repères de la transformation de Park	7
2.5	Equations électriques et magnétiques dans les différents repères	7
❖	Référentiel fixe lié au stator	7
❖	Référentiel lié au champ tournant	8
❖	Référentiel lié au rotor	8
2.6	Expression du couple	8
2.7	Equation mécanique	9
2.8	Modèle d'état de la machine asynchrone	10
2.9	Simulation du modèle de la machine asynchrone	11
<b>3</b>	<b>Principe de la commande vectorielle, et analogie avec la machine à courant continu</b>	<b>12</b>
❖	Remarque 1 : Orientation du flux rotorique, statorique ou d'entrefer	13
❖	Remarque 2 : Calcul de l'angle d'orientation	13
<b>4</b>	<b>Commande vectorielle indirecte</b>	<b>14</b>
❖	Termes de compensation de la tension	16
❖	Bloc de défluxage	16
<b>5</b>	<b>Commande vectorielle directe</b>	<b>18</b>
5.1	Méthodes d'estimation du flux	19
❖	Estimation par modèle de tension	20
❖	Estimation par modèle de courant	22

## 1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons traité la commande scalaire de la machine asynchrone. Cette commande s'intéresse au flux de la machine comme étant une grandeur scalaire. Elle ne permet pas de contrôler la direction du flux, et par conséquent elle ne provoque pas le découplage entre le contrôle du flux et le contrôle du couple de la machine. Par conséquent elle a des faibles performances et un manque important de précision.

La commande vectorielle est une autre méthode de commande de la machine asynchrone, qui s'intéresse au flux de la machine comme étant une grandeur vectorielle, ayant une amplitude et une direction. Cette commande oriente ce flux rotorique de telle sorte qu'un découplage est provoqué entre la commande du flux et la commande du couple. Ce découplage rend la machine asynchrone similaire, de point de vue commande, à la machine à courant continu.

Dans ce chapitre, on traite la commande vectorielle de la machine asynchrone. On commence par présenter le modèle mathématique de la machine en régime dynamique. Par suite, on présente le principe de la commande, et l'analogie avec la machine à courant continu. En suite on expose les deux méthodes de la commande vectorielle, qui sont la commande vectorielle directe et la commande vectorielle indirecte.

## 2 Rappel du modèle de la machine asynchrone en régime dynamique

Le modèle dynamique tient compte du fonctionnement de la machine en régime permanent et en régime transitoire.

La commande vectorielle de la machine asynchrone nécessite la connaissance du comportement de la machine en régime transitoire et en régime permanent. Il est alors nécessaire de donner le modèle dynamique de la machine avant d'aborder l'étude de sa commande vectorielle.

La modélisation dynamique de la machine en vue de sa commande est conventionnellement effectuée en faisant la transformation du système d'équations triphasées en un système biphasé. Il existe deux types de transformation triphasée biphasée : une transformation qui conserve les amplitudes et une transformation qui conserve les puissances

La transformation a plusieurs variantes du repère biphasé : repère lié au stator, au rotor ou aux champs tournant.

Nous nous limitons à donner le modèle biphasé de la machine sans donner les détails de calcul.

### 2.1 Equations électriques et magnétiques dans le repère triphasé

Les enroulements des trois phases du stator et des trois phases du rotor de la machine asynchrone sont représentés sur la figure 3.1. Les phases rotoriques sont court-circuitées. L'angle  $\theta$  est le déphasage entre la phase a du stator et la phase a du rotor.

La loi de Faraday appliquée sur une bobine quelconque :

$$v = RI + \frac{d\phi}{dt} \quad (3.1)$$

L'application de cette loi sur les trois bobines du stator donne les trois équations suivantes, regroupées sous forme matricielle :

$$[v_{abcs}] = R_s [i_{abcs}] + \frac{d}{dt} [\phi_{abcs}] \quad (3.2)$$

$$\text{Avec : } [v_{abcs}] = \begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \end{bmatrix}; \quad [i_{abcs}] = \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix}; \quad [\phi_{abcs}] = \begin{bmatrix} \phi_{as} \\ \phi_{bs} \\ \phi_{cs} \end{bmatrix}$$

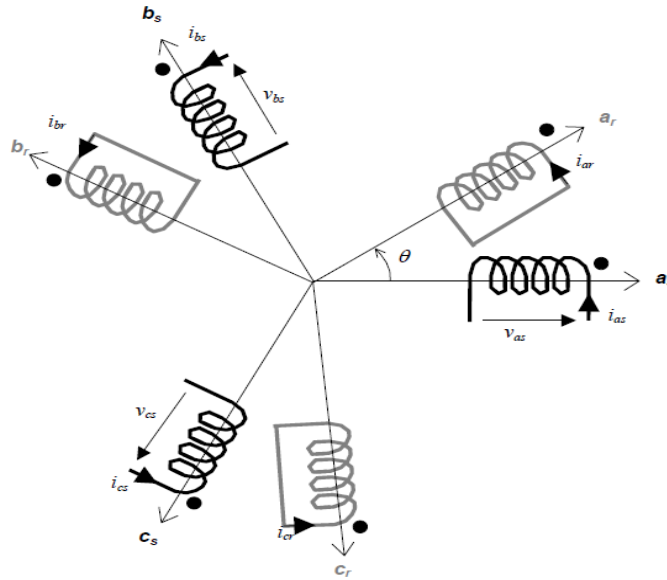


Fig.3.1 Représentation des enroulements statoriques et rotoriques

L'application de la loi de Faraday sur le rotor donne (le rotor est en court-circuit) :

$$[v_{abcr}] = R_r [i_{abcr}] + \frac{d}{dt} [\phi_{abcr}] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\text{Avec : } [v_{abcr}] = \begin{bmatrix} v_{ar} \\ v_{br} \\ v_{cr} \end{bmatrix}; \quad [i_{abcr}] = \begin{bmatrix} i_{ar} \\ i_{br} \\ i_{cr} \end{bmatrix}; \quad [\phi_{abcr}] = \begin{bmatrix} \phi_{ar} \\ \phi_{br} \\ \phi_{cr} \end{bmatrix}$$

Le flux à travers chacune des bobines au stator ou au rotor est la somme des flux créé par le courant de tous les bobines, y compris le courant de la bobine elle-même. Par exemple, le flux de la phase a est donné par :

$$\phi_{as} = l_s i_{as} + m_s i_{bs} + m_s i_{cs} + m_1 i_{ar} + m_2 i_{br} + m_3 i_{cr} \quad (3.4)$$

Les flux des six bobines en écriture matricielle :

$$\begin{bmatrix} \phi_{as} \\ \phi_{bs} \\ \phi_{cs} \\ \phi_{ar} \\ \phi_{br} \\ \phi_{cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_s & m_s & m_s & m_1 & m_3 & m_2 \\ m_s & l_s & m_s & m_2 & m_1 & m_3 \\ m_s & m_s & l_s & m_3 & m_2 & m_1 \\ \hline m_1 & m_2 & m_3 & l_r & m_r & m_r \\ m_3 & m_1 & m_2 & m_r & l_r & m_r \\ m_2 & m_3 & m_1 & m_r & m_r & l_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \\ \hline i_{ar} \\ i_{br} \\ i_{cr} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Avec :  $l_s$  : inductance propre d'une phase du stator

$l_r$  : inductance propre d'une phase du rotor

$m_s$  inductance mutuelle entre deux phases du stator

$m_r$  : inductance mutuelle entre deux phases du rotor

$m_1, m_2$  et  $m_3$  : Inductances mutuelles entre une phase statorique et une phase rotorique, données par :

$$\begin{aligned} m_1 &= m_{sr} \cos \theta \\ m_2 &= m_{sr} \cos(\theta - 2\pi / 3) \\ m_3 &= m_{sr} \cos(\theta + 2\pi / 3) \end{aligned} \quad (3.6)$$

$m_{sr}$  : valeur maximale de la mutuelle entre une phase statorique et une phase rotorique

$\theta$  : déphasage entre la phase a du stator et la phase a du rotor.

## 2.2 Transformation de Park

La transformation de Park permet le passage du système triphasé abc au système biphasé dq, à l'aide d'une matrice de transformation notée  $P(\theta_p)$ .

On distingue entre deux variantes de la transformation de Park :

- ❖ la transformation qui conserve la puissance : la puissance dans le système biphasé obtenu est équivalente à la puissance dans le système triphasé. Cette transformation est définie par :

$$P(\theta) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta_p & \cos(\theta_p - 2\pi / 3) & \cos(\theta_p + 2\pi / 3) \\ -\sin \theta_p & -\sin(\theta_p - 2\pi / 3) & -\sin(\theta_p + 2\pi / 3) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Avec  $\theta_p = \omega_p t$  : angle de la transformation de Park, qui est l'angle entre l'axe de la phase a du stator et l'axe d du repère dq.

La transformation inverse de Par est définie par :

$$P(\theta_p)^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta_p & -\sin \theta_p \\ \cos(\theta_p - 2\pi / 3) & -\sin(\theta_p - 2\pi / 3) \\ \cos(\theta_p + 2\pi / 3) & -\sin(\theta_p + 2\pi / 3) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

- ❖ la transformation qui conserve les amplitudes : les amplitudes des variables dans le système biphasé obtenu sont égales aux amplitudes des variables dans le système triphasé. Cette transformation est définie par :

$$P(\theta_p) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta_p & \cos(\theta_p - 2\pi/3) & \cos(\theta_p + 2\pi/3) \\ -\sin \theta_p & -\sin(\theta_p - 2\pi/3) & -\sin(\theta_p + 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

La transformation inverse de Park est définie par :

$$P^{-1}(\theta_p) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \cos \theta_p & -\sin \theta_p \\ \cos(\theta_p - 2\pi/3) & -\sin(\theta_p - 2\pi/3) \\ \cos(\theta_p + 2\pi/3) & -\sin(\theta_p + 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Dans les deux cas, les relations entre les grandeurs triphasées et biphasées sont données par :

$$\begin{bmatrix} x_{dq} \end{bmatrix} = P(\theta_p) \begin{bmatrix} x_{abc} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$\begin{bmatrix} x_{abc} \end{bmatrix} = P^{-1}(\theta_p) \begin{bmatrix} x_{dq} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

### 2.3 Equations électriques et magnétiques dans le repère biphasé

L'application de la transformation de Park sur les équations des tensions triphasées du stator (3.2) donne :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{bmatrix} &= P(\theta_{ps}) \begin{bmatrix} v_{abcs} \end{bmatrix} \\ &= P(\theta_{ps}) \left( R_s \begin{bmatrix} i_{abcs} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{abcs} \end{bmatrix} \right) \\ &= R_s P(\theta_{ps}) \begin{bmatrix} i_{abcs} \end{bmatrix} + P(\theta_{ps}) \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{abcs} \end{bmatrix} \\ &= R_s \begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{bmatrix} + P(\theta_{ps}) \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{abcs} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Avec :  $\theta_{ps}$  : c'est l'angle entre la hase  $a_s$  du stator et l'axe d du référentiel biphasé de Park dq.

On tient compte de la propriété suivante du dérivé d'un produit de deux variables :

$$\frac{d(x(t) \cdot y(t))}{dt} = \frac{dx(t)}{dt} \cdot y(t) + \frac{dy(t)}{dt} \cdot x(t) \quad (3.14)$$

On déduit que :

$$\begin{aligned} P(\theta_{ps}) \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{abcs} \end{bmatrix} &= \frac{d}{dt} \left( P(\theta_{ps}) \cdot \begin{bmatrix} \phi_{abcs} \end{bmatrix} \right) - \frac{dP(\theta_{ps})}{dt} \cdot \begin{bmatrix} \phi_{abcs} \end{bmatrix} \\ &= \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{ds} \\ \phi_{qs} \end{bmatrix} - \frac{dP(\theta_{ps})}{dt} \cdot \begin{bmatrix} \phi_{abcs} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.15)$$

La dérivée de la matrice de transformation de Park (équation(3.7)) est exprimée par :

$$\begin{aligned} \frac{dP(\theta_{ps})}{dt} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{d\theta_{ps}}{dt} \begin{bmatrix} -\sin \theta_{ps} & -\sin(\theta_{ps} - 2\pi/3) & -\sin(\theta_{ps} + 2\pi/3) \\ -\cos \theta_{ps} & -\cos(\theta_{ps} - 2\pi/3) & -\cos(\theta_{ps} + 2\pi/3) \end{bmatrix} \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \omega_{ps} \begin{bmatrix} -\sin \theta_{ps} & -\sin(\theta_{ps} - 2\pi/3) & -\sin(\theta_{ps} + 2\pi/3) \\ -\cos \theta_{ps} & -\cos(\theta_{ps} - 2\pi/3) & -\cos(\theta_{ps} + 2\pi/3) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Avec:

$\theta_{ps}$ : c'est l'angle que fait l'axe **d** du système biphasé **dq** avec l'axe de la phase **a<sub>s</sub>** du stator,

$\omega_{ps} = \frac{d\theta_{ps}}{dt}$ : c'est la vitesse angulaire de rotation du système biphasé dq par rapport au système triphasé du stator (abc)<sub>s</sub>.

On remplace (3.16) dans (3.15) :

$$P(\theta_{ps}) \cdot \frac{d}{dt} [\phi_{abcs}] = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{ds} \\ \phi_{qs} \end{bmatrix} - \omega_{ps} \begin{bmatrix} \phi_{qs} \\ -\phi_{ds} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

On remplace dans l'équation(3.13), on trouve :

$$\begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{ds} \\ \phi_{qs} \end{bmatrix} + \omega_{pr} \begin{bmatrix} -\phi_{qs} \\ \phi_{ds} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

De la même façon, on applique la transformation de Park sur les équations de tension rotorique(3.3) on trouve :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = R_r \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{dr} \\ \phi_{qr} \end{bmatrix} + \omega_{pr} \begin{bmatrix} -\phi_{qr} \\ \phi_{dr} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Avec:

$\omega_{ps} = \frac{d\theta_{ps}}{dt}$ : c'est la vitesse angulaire de rotation du système biphasé dq par rapport au système triphasé du rotor (abc)<sub>r</sub>.

$\theta_{ps}$ : c'est l'angle que fait l'axe d du système biphasé **dq** avec l'axe de la phase **a<sub>r</sub>** du rotor,

Connaissant que les bobines rotorique tournent à une vitesse  $\omega_r$  par rapport aux bobines statoriques, on peut écrire :

$$\omega_{pr} = \omega_{ps} - \omega_r \quad (3.20)$$

On remplace dans (3.19) :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = R_r \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{dr} \\ \phi_{qr} \end{bmatrix} + (\omega_{ps} - \omega_r) \begin{bmatrix} -\phi_{qr} \\ \phi_{dr} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

L'application de la transformation de Park sur les équations des flux statoriques et rotoriques (3.5) donne :

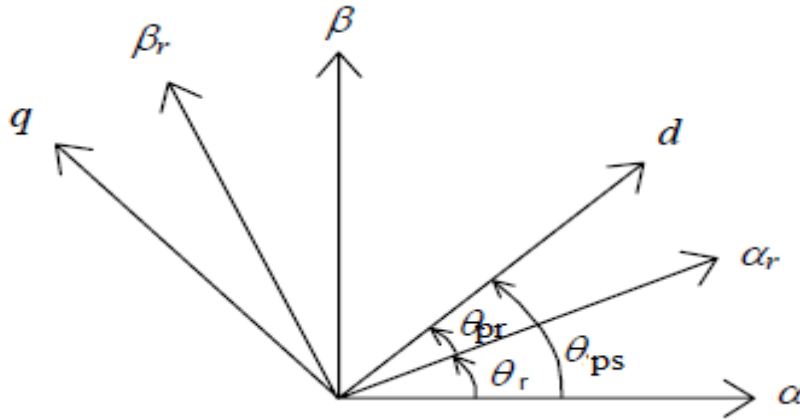


Fig.3.2 Différents repères de la transformation de Park

$$\begin{aligned}
 \phi_{ds} &= L_s i_{ds} + M i_{dr} \\
 \phi_{qs} &= L_s i_{qs} + M i_{qr} \\
 \phi_{dr} &= L_r i_{dr} + M i_{ds} \\
 \phi_{qr} &= L_r i_{qr} + M i_{qs}
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

Avec :  $L_s = l_s - m_s$  : inductance cyclique du stator ;

$L_r = l_r - m_r$  : inductance cyclique du rotor ;

$M = 3m_{sr}/2$  : inductance cyclique mutuelle entre le stator et le rotor.

## 2.4 Différents repères de la transformation de Park

Il existe plusieurs possibilités pour l'orientation du référentiel biphasé, suivant les objectifs de l'utilisation de la machine. Pratiquement, les trois référentiels biphasés suivants sont les plus utilisés (fig.3.2):

- ❖ Référentiel lié au stator, noté  $\alpha\beta$ , obtenu lorsque l'angle de la transformation de Park est choisie égale à zéro :  $\theta_{ps} = 0$ .
- ❖ Référentiel lié au champ magnétique tournant, appelé référentiel synchrone, noté  $dq$ , et obtenu lorsque l'angle de la transformation de Park est choisie égale à  $\theta_{ps} = \theta_s = \omega_s \cdot t$ .
- ❖ Référentiel lié au rotor, noté  $\alpha_r\beta_r$ , obtenu lorsque l'angle de la transformation de Park est choisie égale à  $\theta_{ps} = \theta_r = \omega_r \cdot t$ .

## 2.5 Equations électriques et magnétiques dans les différents repères

### ❖ Référentiel fixe lié au stator

Dans ce référentiel on a la condition  $\theta_{ps} = 0$ , et  $\omega_{ps} = 0$ . On applique cette condition sur les équations de tension statorique (3.18) et rotorique(3.21), on obtient :



$$\begin{bmatrix} v_{\alpha s} \\ v_{\beta s} \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{\alpha s} \\ \phi_{\beta s} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = R_r \begin{bmatrix} i_{\alpha r} \\ i_{\beta r} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{\alpha r} \\ \phi_{\beta r} \end{bmatrix} + \omega_r \begin{bmatrix} \phi_{\beta r} \\ -\phi_{\alpha r} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

#### ❖ Référentiel lié au champ tournant

- ❖ Dans ce référentiel on a la condition  $\theta_{ps} = \theta_s = \omega_s \cdot t$ , et  $\omega_{ps} = \omega_s$ . On applique cette condition sur les équations de tension statorique (3.18) et rotorique(3.21) , on obtient :

$$\begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{ds} \\ \phi_{qs} \end{bmatrix} + \omega_s \begin{bmatrix} -\phi_{qs} \\ \phi_{ds} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{dr} \\ \phi_{qr} \end{bmatrix} + (\omega_s - \omega_r) \begin{bmatrix} -\phi_{qr} \\ \phi_{dr} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

#### ❖ Référentiel lié au rotor

- ❖ Dans ce référentiel on a la condition  $\theta_{ps} = \theta_r = \omega_s \cdot t$ , et  $\omega_{ps} = \omega_r$ . On applique cette condition sur les équations de tension statorique (3.18) et rotorique(3.21), on obtient :

$$\begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{ds} \\ \phi_{qs} \end{bmatrix} + \omega_r \begin{bmatrix} -\phi_{qs} \\ \phi_{ds} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{dr} \\ \phi_{qr} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

A noter que pour les trois types des référentiels, les équations du flux (équations magnétiques) sont les mêmes, comme indiquées dans l'équation(3.22), car ces équations sont indépendantes de l'angle de transformation de Park :

$$\begin{aligned} \phi_{ds} &= L_s i_{ds} + M i_{dr} \\ \phi_{qs} &= L_s i_{qs} + M i_{qr} \\ \phi_{dr} &= L_r i_{dr} + M i_{ds} \\ \phi_{qr} &= L_r i_{qr} + M i_{qs} \end{aligned} \quad (3.29)$$

## 2.6 Expression du couple

L'expression du couple électromagnétique se déduit à partir de l'expression de la puissance de la machine. La puissance électrique instantanée consommée par la machine est donnée par :

$$P(t) = [v_{\alpha s} \ v_{\beta s} \ v_{cs}] [i_{\alpha s} \ i_{\beta s} \ i_{cs}]^T \quad (3.30)$$

L'application de la transformation de Park sur l'équation (3.30) donne :

$$P(t) = [v_{ds} \ v_q] [i_{ds} \ i_{qs}]^T \quad (3.31)$$

On remplace  $v_{ds}$  et  $v_{qs}$  par leurs expressions données par(3.18), on obtient :

$$P(t) = R_s (i_{ds}^2 + i_{qs}^2) + \left( \frac{d\phi_{ds}}{dt} i_{ds} + \frac{d\phi_{qs}}{dt} i_{qs} \right) + \omega_{ps} (\phi_{ds} i_{qs} - \phi_{qs} i_{ds}) \quad (3.32)$$

Cette expression est composée de trois termes qui sont :

- $R_s (i_{ds}^2 + i_{qs}^2)$  : Les pertes Joules dans le stator
- $\left( \frac{d\phi_{ds}}{dt} i_{ds} + \frac{d\phi_{qs}}{dt} i_{qs} \right)$  La variation de l'énergie magnétique stockée dans les enroulements statoriques
- $\omega_{ps} (\phi_{ds} i_{qs} - \phi_{qs} i_{ds})$  La puissance électromagnétique.

D'autre coté, la puissance électromagnétique ( $P_e$ ) est lié au couple électromagnétique ( $C_e$ ) et à la vitesse de rotation du repère biphasé ( $\omega_{ps}$ ) par la relation :

$$P_e = C_e \frac{\omega_{ps}}{p} \quad (3.33)$$

$P$  est le nombre de paires de pôles de la machine. On déduit alors l'expression du couple électromagnétique :

$$C_e = p (\phi_{ds} i_{qs} - \phi_{qs} i_{ds}) \quad (3.34)$$

En utilisant l'équation(3.29), on peut écrire ce couple électromagnétique de plusieurs manières :

$$C_e = p (\phi_{dr} i_{qr} - \phi_{qr} i_{dr}) \quad (3.35)$$

$$C_e = p \frac{M}{L_s} (\phi_{ds} i_{qr} - \phi_{qs} i_{dr}) \quad (3.36)$$

$$C_e = p \frac{M}{L_r} (\phi_{dr} i_{qs} - \phi_{qr} i_{ds}) \quad (3.37)$$

$$C_e = pM (i_{qs} i_{dr} - i_{ds} i_{qr}) \dots \dots \text{etc} \quad (3.38)$$

## 2.7 Equation mécanique

L »évolution de la vitesse de rotation de la machine en fonction du couple électromagnétique et du couple de charge est décrite par l'équation mécanique suivante :

$$j \frac{d\Omega}{dt} = C_e - C_r - f \cdot \Omega \quad (3.39)$$

Avec :

$j$  : moment d'inertie totale de la machine et de sa charge

$f$  : Coefficient de frottement

$C_r$  : Couple résistant appliquée par la charge sur la machine

$C_e$  : Couple électromagnétique développé par la machine

$\Omega$  : Vitesse mécanique de rotation de la machine :  $\Omega = \omega_r / p$ .

## 2.8 Modèle d'état de la machine asynchrone

Le modèle d'état de la machine asynchrone consiste à réécrire les équations du modèle de la machine sous formes d'un ensemble d'équations différentielles. Cette écriture en modèle d'état met en évidence les variables d'entrée et les variables d'état de la machine. On peut obtenir le modèle d'état de la machine asynchrone en manipulant les équations (3.18), (3.21), (3.22) et (3.39). Les variables d'entrée du modèle d'état sont les composantes de la tension d'alimentation  $v_{ds}$  et  $v_{qs}$ , qui constituent le vecteur d'entrée :

$$U = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Le nombre d'équations différentielles du modèle de la MAS (l'ordre du modèle) est 5. Le modèle d'état a alors cinq variables d'état, qui constituent le vecteur d'état. On peut choisir ce vecteur d'état de plusieurs manières par une combinaison des composants du courant et du flux, en plus de la vitesse de rotation. Une des possibilités du choix du vecteur d'état est la suivante :

$$X = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5)^T = (i_{ds} \ i_{qs} \ \phi_{dr} \ \phi_{qr} \ \Omega_5)^T \quad (3.41)$$

Avec ce choix, le modèle d'état de la machine s'écrit sous la forme suivante :

$$\dot{x} = f(X) + g(X)U$$

avec:

$$X = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5)^T = (i_{ds} \ i_{qs} \ \phi_{dr} \ \phi_{qr} \ \Omega_5)^T ; U = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{pmatrix}$$

$$f(X) = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\gamma x_1 + \omega_{ps} x_2 + \frac{k}{T_r} x_3 + p k x_4 x_5 \\ -\omega_{ps} x_1 - \gamma x_2 + \frac{k}{T_r} x_4 - p k x_3 x_5 \\ \frac{L_m}{T_r} x_1 - \frac{x_3}{T_r} + (\omega_{ps} - p x_5) x_4 \\ \frac{L_m}{T_r} x_2 - \frac{x_4}{T_r} - (\omega_{ps} - p x_5) x_3 \\ \frac{p L_m}{j L_r} (x_3 x_2 - x_1 x_4) - \frac{C_r}{j} \end{pmatrix} ; g(X) = (g_1 \ g_2) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$T_r = \frac{L_r}{r_r} ; \sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$$

$$k = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} ; \gamma = \frac{r_s}{\sigma L_s} + \frac{r_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2}$$

(3.42)

## 2.9 Simulation du modèle de la machine asynchrone

La simulation du modèle de la MAS peut être effectuée à l'aide de Matlab / Simulink. On simule le comportement de la machine asynchrone alimentée par un système de tension triphasée sinusoïdale et équilibrées, avec application d'un couple de charge à partir de 0.5 secondes. Le résultat de simulation est indiqué à la figure 3.3.

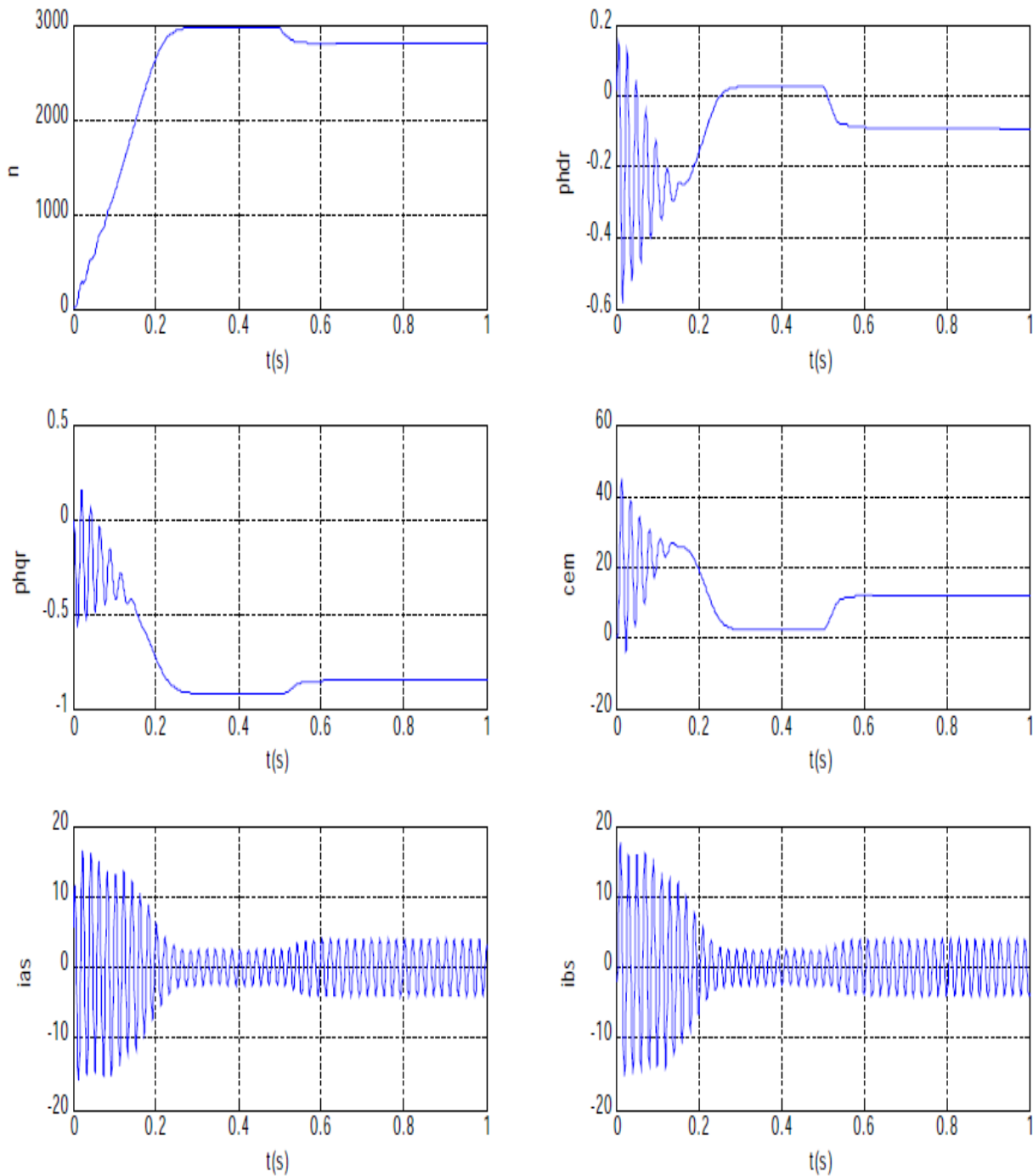


Fig.3.3 Simulation du démarrage et de l'application d'une charge sur la machine asynchrone.

### 3 Principe de la commande vectorielle, et analogie avec la machine à courant continu

La commande vectorielle de la machine asynchrone consiste à rendre le comportement de son couple et son flux similaire au comportement du couple et du flux de la machine à courant continu. Cette analogie est rendue possible par le choix d'un référentiel biphasé tournant dq, ayant son axe d orienté dans la direction du flux de la machine. Cette orientation permet de supprimer le couplage qui existe naturellement entre le couple et le flux de la machine asynchrone.

En effet, nous avons vu que l'expression du couple électromagnétique de la machine asynchrone est donnée par :

$$C_e = p \frac{M}{L_r} (\phi_{dr} i_{qs} - \phi_{qr} i_{ds}) \quad (3.43)$$

On remarque que si on élimine le deuxième produit  $\phi_{qr} i_{ds}$ , alors l'expression du couple se réduit à :

$$C_e = p \frac{M}{L_r} \phi_{dr} i_{qs} \quad (3.44)$$

Pour annuler le terme  $\phi_{qr} i_{ds}$  dans l'équation(3.43), il suffit d'orienter le repère biphasé dq de manière à annuler la composante en quadrature  $\phi_{qr}$ , c.à.d. d'orienter convenablement l'angle de la transformation de Park de sorte que le flux rotorique soit dirigé sur l'axe d du repère dq (figure3.4), et donc d'avoir :

$$\phi_{dr} = \phi_r; \quad \phi_{qr} = 0 \quad (3.45)$$

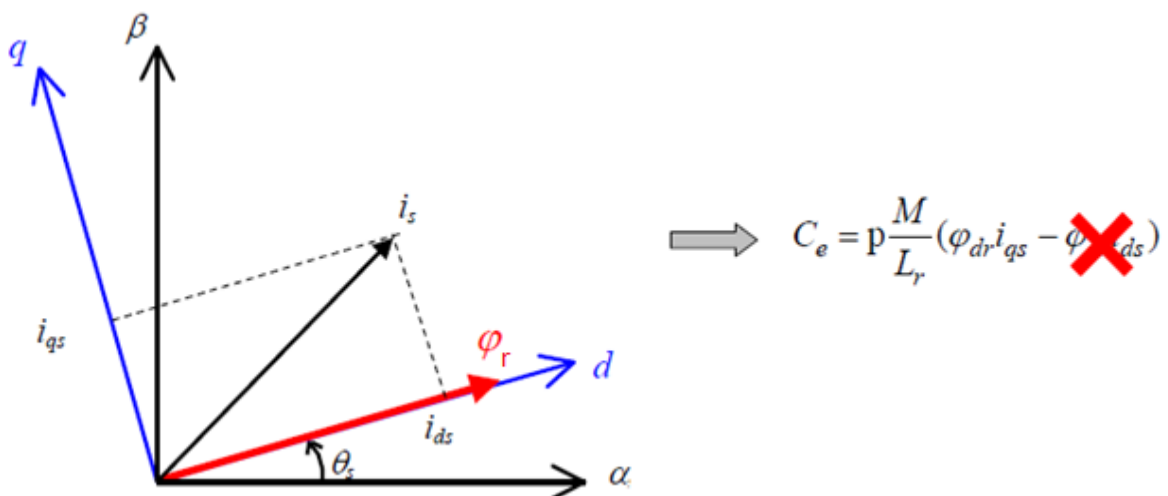


Fig.3.4 Orientation du repère dq dans la commande vectorielle

Le couple s'écrit alors :

$$C_e = p \frac{M}{L_r} \phi_r i_{qs} \quad (3.46)$$

C'est une expression très similaire à celle du couple de la machine à courant continu, donnée par :

$$C_e = k \phi_f I_a \quad (3.47)$$

Ainsi, de point de vue expression du couple, l'orientation du flux suivant l'axe d rend la machine asynchrone équivalente à une machine à courant continu, comme indiqué à la figure 3.5.

#### ❖ Remarque 1 : Orientation du flux rotorique, statorique ou d'entrefer

Nous avons exposé le principe de la commande vectorielle à la base de l'orientation de l'axe d du référentiel dq suivant le flux rotorique. On peut aussi choisir l'orientation suivant le flux statorique ou le flux mutuelle (flux d'entrefer). Mais le plus souvent, la commande vectorielle est conçue à la base de l'orientation suivant le flux rotorique, car le découplage entre le couple et le flux est plus facile par rapport à l'orientation du flux statorique ou d'entrefer, où des termes de compensations doivent être ajoutés pour assurer le découplage.

#### ❖ Remarque 2 : Calcul de l'angle d'orientation

L'orientation du repère dq dans la direction du flux rotorique exige la connaissance en permanence de la position du flux rotorique et éventuellement de son module. Il existe deux méthodes de calcul de la position du flux rotorique : la méthode directe et la méthode indirecte,

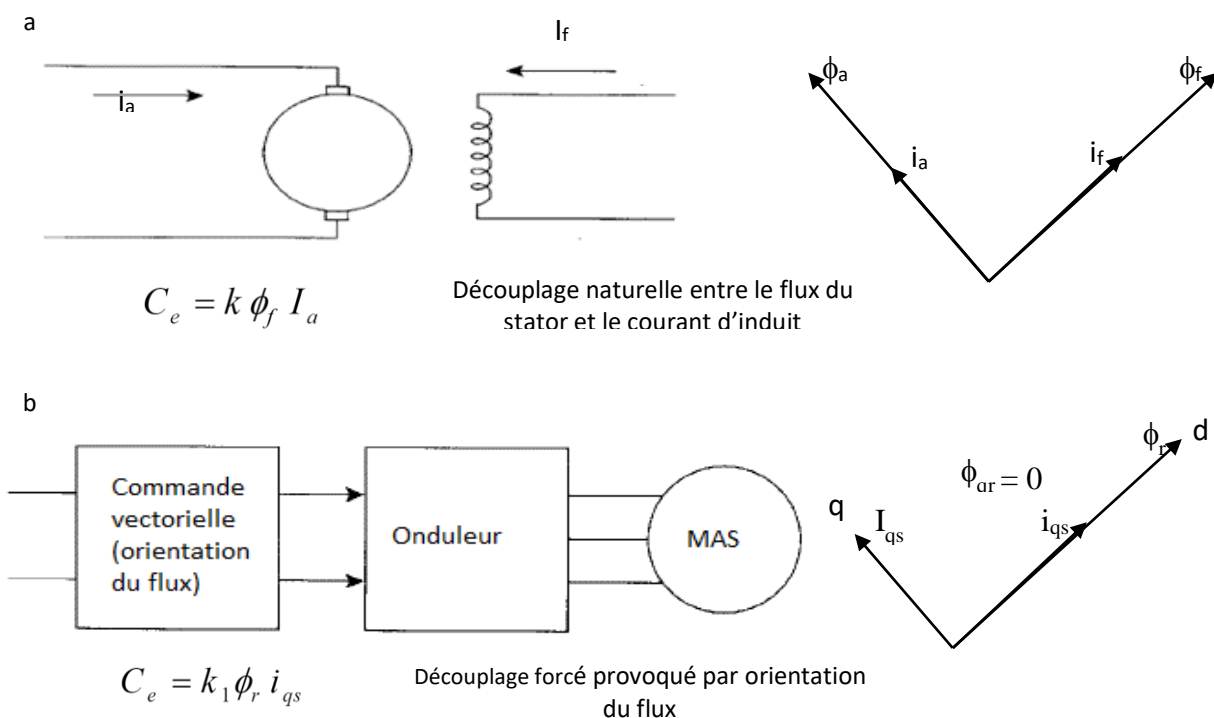


Fig.3.5 Analogie entre la MCC (a) et la MAS commandée par orientation du flux (b)

suivant la méthode utilisée, on distingue entre la commande vectorielle directe, et la commande vectorielle indirecte.

## 4 Commande vectorielle indirecte

Dans cette méthode de commande vectorielle, la position du flux rotorique se déduit par le calcul de la vitesse de glissement et la mesure de la vitesse de rotation de la machine. On effectue la somme pour obtenir la vitesse synchrone, et on intègre cette vitesse de glissement pour obtenir la position du flux rotorique :

$$\theta_s = \int \omega_s dt = \int (\omega_r + \omega_{gl}) dt \quad (3.48)$$

Le calcul de la vitesse de glissement est effectué en se basant sur les équations du modèle d'état de la machine dans le référentiel lié au champ tournant (car c'est évidemment le référentiel de travail en commande vectorielle). Ce modèle est indiqué par l'équation (3.42). On rappelle la troisième et la quatrième équation d'état :

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_{dr}}{dt} &= \frac{L_m}{T_r} i_{ds} - \frac{\phi_{dr}}{T_r} + (\omega_s - p\Omega)\phi_{qr} \\ \frac{d\phi_{qr}}{dt} &= \frac{L_m}{T_r} i_{qs} - \frac{\phi_{qr}}{T_r} - (\omega_s - p\Omega)\phi_{dr} \end{aligned} \quad (3.49)$$

On impose les conditions de l'orientation du flux suivant l'axe d :

$$\phi_{dr} = \phi_r \quad ; \quad \phi_{qr} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d\phi_{qr}}{dt} = 0 \quad (3.50)$$

On tient compte que le flux a une amplitude constante (en dehors du régime de défluxage) :

$$\frac{d\phi_{dr}}{dt} = \frac{d\phi_r}{dt} = 0 \quad (3.51)$$

On rappelle l'expression de la constante de temps rotorique :

$$T_r = \frac{L_r}{R_r} \quad (3.52)$$

Et l'expression de la vitesse de glissement :

$$\omega_{gl} = \omega_s - p\Omega \quad (3.53)$$

On remplace (3.50), (3.51), (3.52) et (3.53) dans (3.49), on obtient:

$$\begin{aligned} \phi_r &= L_m i_{ds} \\ \omega_{gl} &= \frac{L_m}{T_r} \frac{i_{qs}}{\phi_r} = \frac{R_r}{L_r} \frac{i_{qs}}{i_{ds}} \end{aligned} \quad (3.54)$$

Le schéma de la figure 3.6 montre la manière de calcul de l'angle d'orientation du flux dans le cas de la commande vectorielle indirecte.

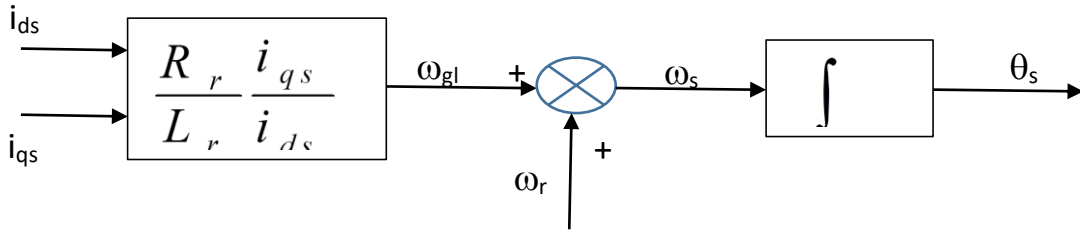


Fig.3.6 calcul de l'angle d'orientation pour la commande vectorielle indirecte

Le schéma global de la commande vectorielle indirecte est présenté à la figure 3.7.

On a deux variables d'action :  $i_{ds}$  et  $i_{qs}$  comme dans le cas de la MCC, pour laquelle les variables d'action sont  $i_f$  (courant d'inducteur) et  $i_a$  (courant d'induit).

Il convient de réguler le couple électromagnétique par action sur la composante  $i_{qs}$  du courant statorique. A son tour, il convient de réguler le flux magnétique  $\phi_r$  par action sur la composante  $i_{ds}$  du courant statorique, car le flux  $\phi_r$  est proportionnel à  $i_{ds}$  (schéma de la figure 3.4 ou 3.5 et équation (3.54) ).

La procédure de la commande consiste à

- Réguler le flux  $\phi_r$  à sa valeur nominale –flux de référence-  $\phi_r^*$  à travers un régulateur de courant, qui compare la composante directe du courant  $i_{ds}$  à sa référence  $i_{ds}^*$ .  
A noter que la référence  $i_{ds}^*$  est obtenu à partir de la référence du flux  $\phi_r^*$  par la relation :

$$i_{ds}^* = \frac{\phi_r^*}{M} \quad (3.55)$$

Un limiteur est introduit pour imposer à l'amplitude du courant une limite supérieure à ne pas dépasser.

- Réguler le couple  $C_e$  à sa valeur de référence  $C_e^*$  à travers un régulateur de courant, qui compare la composante en quadrature du courant  $i_{qs}$  à sa référence  $i_{qs}^*$ .  
A noter que la référence  $i_{qs}^*$  est obtenu à partir de la référence du couple  $C_e^*$  et du flux  $\phi_r^*$  par la relation :

$$i_{qs}^* = \frac{L}{PM \phi_r^*} \quad (3.56)$$

Un limiteur est introduit pour imposer à l'amplitude du courant une limite supérieure à ne pas dépasser.

- Les deux composantes du courant  $i_{ds}$  et  $i_{qs}$  se déduisent par l'application de la transformation de Park sur les courants de phases du stator  $i_{as}$ ,  $i_{bs}$  et  $i_{cs}$ , mesurées ou estimées.
- Réguler la vitesse  $\Omega$  de la machine à sa référence  $\Omega^*$  à travers un régulateur de vitesse, qui fournit à sa sortie la référence du couple électromagnétique  $C_e^*$ . Il s'agit donc d'un réglage en cascade du couple (du courant  $i_{qs}$ ) et de la vitesse.



- Les références des deux composantes du courants  $i_{ds}^*$  et  $i_{qs}^*$  sont utilisées pour calculer les deux composantes de tension de référence  $v_{ds}^*$  et  $v_{qs}^*$ , à la base des équations de tension statorique –les deux premières équations du modèle d'état (3.42)-
- les deux composantes de tension de référence  $v_{ds}^*$  et  $v_{qs}^*$  sont utilisées pour déduire les tensions de phase de référence  $v_{as}^*$ ,  $v_{bs}^*$  et  $v_{cs}^*$ , à travers l'application de la transformation inverse de Park
- Les tensions de phase de référence  $v_{as}^*$ ,  $v_{bs}^*$  et  $v_{cs}^*$  sont comparées avec un signal de porteuse triangulaire, pour commander en MLI l'onduleur qui alimente la machine.
- Eventuellement on effectue un réglage de position, dans ce cas, ce réglage est effectué en cascade avec la vitesse et le couple, c.à.d. que le régulateur de position compare la position de la machine **Pos** à sa référence **Pos**<sup>\*</sup> et fournit la référence de la vitesse  $\Omega^*$  (fig.3.8).

#### ❖ Termes de compensation de la tension

On réécrit les deux premières équations du modèle d'état de la machine asynchrone (3.42) :

$$v_{ds} = \sigma L_s \left( -\gamma i_{ds} + \omega_s i_{qs} + \frac{k}{T_r} \phi_{dr} + p \Omega k \phi_{qr} \right) \quad (3.57)$$

$$v_{qs} = \sigma L_s \left( -\gamma i_{qs} - \omega_s i_{ds} + \frac{k}{T_r} \phi_{qr} - p \Omega k \phi_{dr} \right) \quad (3.58)$$

Ces deux équations montrent le couplage existant entre les composantes directes et en quadrature des courants et des flux. On doit compenser ce couplage dans les boucles de réglage des courants  $i_{ds}$  et  $i_{qs}$ . Cette compensation peut être effectuée en ajoutant les termes de couplage à la sortie des deux régulateurs de ces deux courants comme indiqué à la figure 3.7. A partir des «équations (3.57) et (3.58), on déduit que les deux termes de compensation à ajouter sont les suivants :

$$cmp_d = \sigma L_s \left( \omega_s^* i_{qs}^* + p \Omega k \phi_{qr}^* \right) = \sigma L_s \omega_s^* i_{qs}^* \quad (3.59)$$

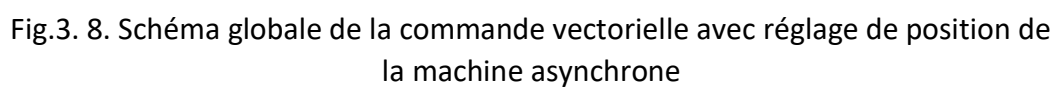
$$cmp_q = \sigma L_s \left( -\omega_s^* i_{ds}^* - p \Omega k \phi_{dr}^* \right) = \sigma L_s \left( -\omega_s^* i_{ds}^* - p \Omega k \phi_r^* \right) \quad (3.60)$$

#### ❖ Bloc de défluxage

Au lieu d'imposer un flux de référence constant, on peut placer un bloc de défluxage en amont de cette référence, qui sera alors programmée en fonction de la vitesse de référence (figures 3.7 et 3.8). Le flux de référence est constant tant que la vitesse de référence est inférieure à la vitesse nominale de la machine. Dès que la vitesse de référence dépasse la valeur nominale, le bloc de défluxage génère un flux de référence décroissant. Le flux de référence peut alors être exprimé par la formule suivante :

$$\phi_r^* = \begin{cases} \phi_{rN}^* & \text{si } \Omega < \Omega_N \\ \frac{\Omega_N \phi_{rN}^*}{\Omega} & \text{si } \Omega \geq \Omega_N \end{cases} \quad (3.61)$$

où  $\phi_{rN}$  et  $\Omega_N$  sont le flux nominale et la vitesse nominale de la machine.



## 5 Commande vectorielle directe

La différence entre la commande vectorielle directe et la commande vectorielle indirecte réside dans la manière du calcul de la position et du module du flux rotorique. Dans la commande vectorielle directe, la position et le module du flux rotorique se déduisent soit à partir de la mesure fournie par un capteur de flux, ou à partir d'une estimation de flux, qui exploite les mesures des tensions et courants statoriques pour calculer les deux composantes directe et en quadrature de ce flux. La mesure de flux par des capteurs a l'inconvénient de soumettre ces capteurs à des conditions de travail sévères dues à l'échauffement et aux vibrations. L'utilisation des estimateurs semble être une bonne alternative aux capteurs, à condition de tenir compte les variations probables des paramètres du modèle à cause de la variation de la température ou de la saturation magnétiques. Ce problème peut être surmonté à l'aide des algorithmes d'adaptation des paramètres.

Le schéma de la figure 3.9 montre la manière de calcul du module et de la position du flux rotorique à l'aide d'un estimateur (ou observateur) de flux. La position du flux peut être obtenue par le calcul des deux composantes du flux dans le repère stationnaire  $\alpha\beta$  (lié au stator)  $\phi_{\alpha r}$  et  $\phi_{\beta r}$ . En effet, comme indiqué sur la figure 3.10, l'angle d'orientation du flux  $\theta_s$  peut être exprimée par :

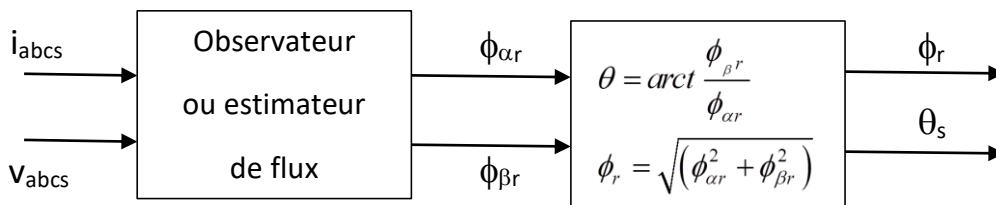


Fig.3.9 Calcul de l'angle d'orientation pour la commande vectorielle directe

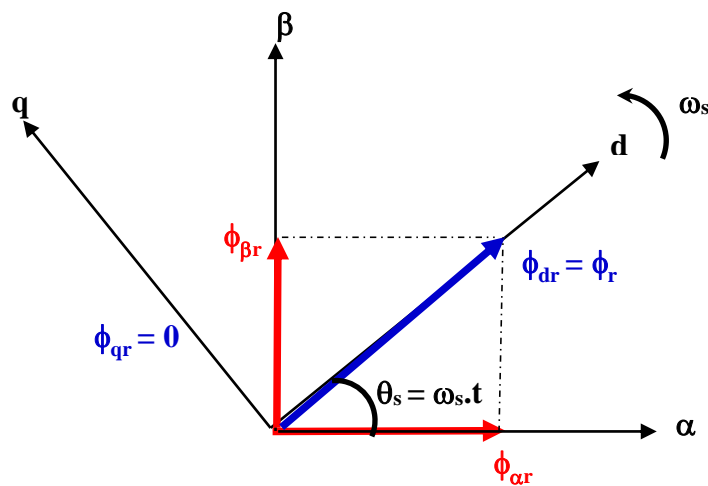


Fig.3.10 calcul de l'angle d'orientation pour la commande vectorielle directe

$$\theta = \arctg \frac{\phi_{\beta r}}{\phi_{\alpha r}} \quad (3.62)$$

Et le module du flux rotorique est exprimé par :

$$\phi_r = \sqrt{(\phi_{\alpha r}^2 + \phi_{\beta r}^2)} \quad (3.63)$$

Le schéma global de la commande vectorielle directe est indiqué à la figure 3.11. Il est similaire à celui de la commande vectorielle indirecte. On constate la présence des régulateurs de vitesse et des courants  $i_{ds}$  et  $i_{qs}$ . Le bloc de défluxage permet de programmer le flux de référence en fonction de la vitesse de référence, selon l'équation (3.61). Les limiteurs des courants de référence  $i_{ds}^*$  et  $i_{qs}^*$  permettent de protéger le bobinage de la machine contre les surintensités.

La différence par rapport au schéma de la commande vectorielle indirecte est que l'angle de transformation  $\theta_s$  est calculé différemment, en plus de l'existence d'une boucle de réglage du flux rotorique.

### 5.1 Méthodes d'estimation du flux

Dans la commande vectorielle directe, il est nécessaire de connaître les deux composantes du flux  $\phi_{dr}$  et  $\phi_{qr}$ , afin de déduire l'angle de transformation  $\theta_s$ . Ces deux composantes du flux peuvent être estimées à la base des équations du modèle de la machine. On présente certaines méthodes d'estimation.

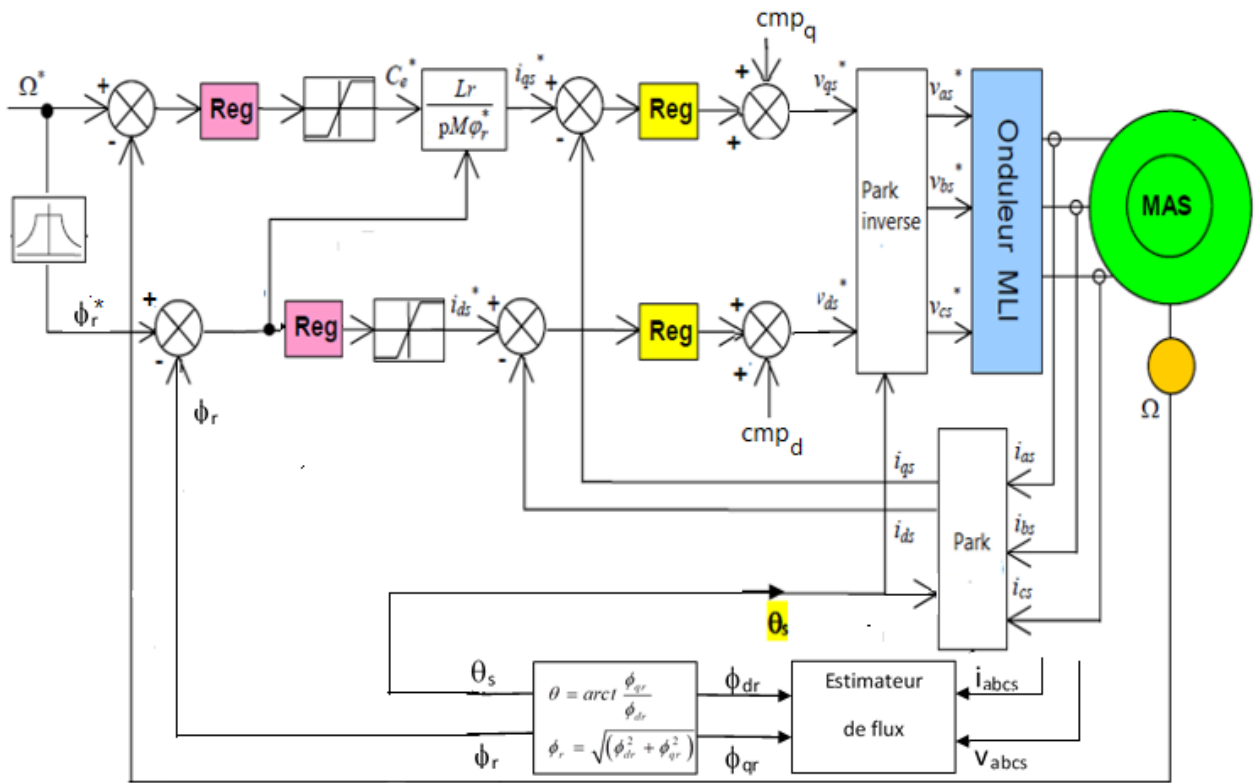


Fig.3.11 Schéma globale de la commande vectorielle directe de la machine asynchrone

### ❖ Estimation par modèle de tension

Les composantes du flux peuvent être estimées à partir des deux équations de tensions statoriques dans le repère biphase fixe  $\alpha\beta$  (équation(3.23)), en plus des expressions des flux rotoriques dans le repère biphase (équation(3.29))

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha s} \\ v_{\beta s} \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{\alpha s} \\ \phi_{\beta s} \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

$$\phi_{\alpha s} = L_s i_{\alpha s} + M i_{\alpha r} \quad (3.65)$$

$$\phi_{\beta s} = L_s i_{\beta s} + M i_{\beta r} \quad (3.66)$$

$$\phi_{\alpha r} = L_r i_{\alpha r} + M i_{\alpha s} \quad (3.67)$$

$$\phi_{\beta r} = L_r i_{\beta r} + M i_{\beta s} \quad (3.68)$$

L'équation (3.64) permet d'écrire les expressions suivantes des composantes du flux statorique :

$$\phi_{\alpha s} = \int (v_{\alpha s} - R_s i_{\alpha s}) dt \quad (3.69)$$

$$\phi_{\beta s} = \int (v_{\beta s} - R_s i_{\beta s}) dt \quad (3.70)$$

On déduit les expressions des composantes du courant rotorique  $i_{\alpha r}$  et  $i_{\beta r}$  à partir des équations (3.65) et (3.66) :

$$i_{\alpha r} = \frac{1}{M} (\phi_{\alpha s} - L_s i_{\alpha s}) \quad (3.71)$$

$$i_{\beta r} = \frac{1}{M} (\phi_{\beta s} - L_s i_{\beta s}) \quad (3.72)$$

On remplace  $i_{\alpha r}$  et  $i_{\beta r}$  par leurs expressions dans (3.67) et (3.68) :

$$\phi_{\alpha r} = L_r \left( \frac{1}{M} (\phi_{\alpha s} - L_s i_{\alpha s}) \right) + M i_{\alpha s} = \frac{L_r}{M} \phi_{\alpha s} + M \left( 1 - \frac{L_s L_r}{M^2} \right) i_{\alpha s} \quad (3.73)$$

$$\phi_{\beta r} = L_r \left( \frac{1}{M} (\phi_{\beta s} - L_s i_{\beta s}) \right) + M i_{\beta s} = \frac{L_r}{M} \phi_{\beta s} + M \left( 1 - \frac{L_s L_r}{M^2} \right) i_{\beta s} \quad (3.74)$$

Notant que  $\sigma = 1 - M^2 / (L_s L_r)$ , on déduit :

$$\phi_{\alpha r} = \frac{L_r}{M} \phi_{\alpha s} + \sigma M i_{\alpha s} \quad (3.75)$$

$$\phi_{\beta r} = \frac{L_r}{M} \phi_{\beta s} + \sigma M i_{\beta s} \quad (3.76)$$

Dans ces expressions les courants  $i_{\alpha s}$  et  $i_{\beta s}$  se déduisent en appliquant la transformation de Park sur les courants de phases statoriques  $i_{as}$ ,  $i_{bs}$  et  $i_{cs}$ , en imposant un angle de transformation nul (repère fixe lié au stator) :

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix} \quad (3.77)$$

On simplifie :

$$i_{\alpha s} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( i_{as} - \frac{(i_{bs} + i_{cs})}{2} \right) \quad (3.78)$$

$$i_{\beta s} = \frac{1}{\sqrt{2}} (i_{bs} - i_{cs}) \quad (3.79)$$

En tenant compte que  $i_{as} + i_{bs} + i_{cs} = 0$ , alors

$$(i_{bs} + i_{cs}) = -i_{as} \quad (3.80)$$

On remplace dans l'expression de  $i_{\alpha s}$  :

$$i_{\alpha s} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( i_{as} + \frac{i_{as}}{2} \right) = \sqrt{\frac{3}{2}} i_{as} \quad (3.81)$$

$$i_{\beta s} = \frac{1}{\sqrt{2}} (i_{bs} + (i_{as} + i_{bs})) = \frac{1}{\sqrt{2}} (2i_{bs} + i_{as})$$

$$i_{\beta s} = \frac{1}{\sqrt{2}} (i_{bs} + (i_{as} + i_{bs})) = \frac{1}{\sqrt{2}} (2i_{bs} + i_{as}) \quad (3.82)$$

Ces expressions de  $i_{\alpha s}$  et  $i_{\beta s}$  ne dépendent que de  $i_{as}$ ,  $i_{bs}$ . Ils sont indépendants de  $i_{cs}$ . On profite de ce fait pour mesurer les courants de deux phases statoriques au lieu de trois.

De même, les tensions  $v_{\alpha s}$  et  $v_{\beta s}$  se déduisent en appliquant la transformation de Park sur les tensions de phases statoriques  $v_{as}$ ,  $v_{bs}$  et  $v_{cs}$ , en imposant un angle de transformation nul (repère fixe lié au stator) :

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha s} \\ v_{\beta s} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \end{bmatrix} \quad (3.83)$$

On simplifie :

$$v_{\alpha s} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( v_{as} - \frac{v_{bs}}{2} - \frac{v_{cs}}{2} \right) = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( \frac{v_{as}}{2} - \frac{v_{bs}}{2} + \frac{v_{as}}{2} - \frac{v_{cs}}{2} \right) = \frac{1}{\sqrt{6}} ((v_{as} - v_{bs}) + (v_{as} - v_{cs}))$$

$$v_{\beta s} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} v_{bs} - \frac{\sqrt{3}}{2} v_{cs} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} (v_{bs} - v_{cs})$$

En tenant compte des notions des tensions composées :  $v_{ba} = v_{as} - v_{bs}$ ,  $v_{ca} = v_{as} - v_{cs}$  et  $v_{cb} = v_{bs} - v_{cs}$  :

$$v_{\alpha s} = \frac{1}{\sqrt{6}} (v_{ba} + v_{ca}) \quad (3.84)$$

$$v_{\beta s} = \frac{1}{\sqrt{2}} v_{cb} \quad (3.85)$$

Ainsi, pour déduire  $v_{\alpha s}$  et  $v_{\beta s}$ , on mesure les tensions entre phases du stator de la machine, ce qui est plus facile par rapport à la mesure des tensions des phases.

La figure 3.12 donne le schéma d'estimation du module et de la position du flux rotorique.

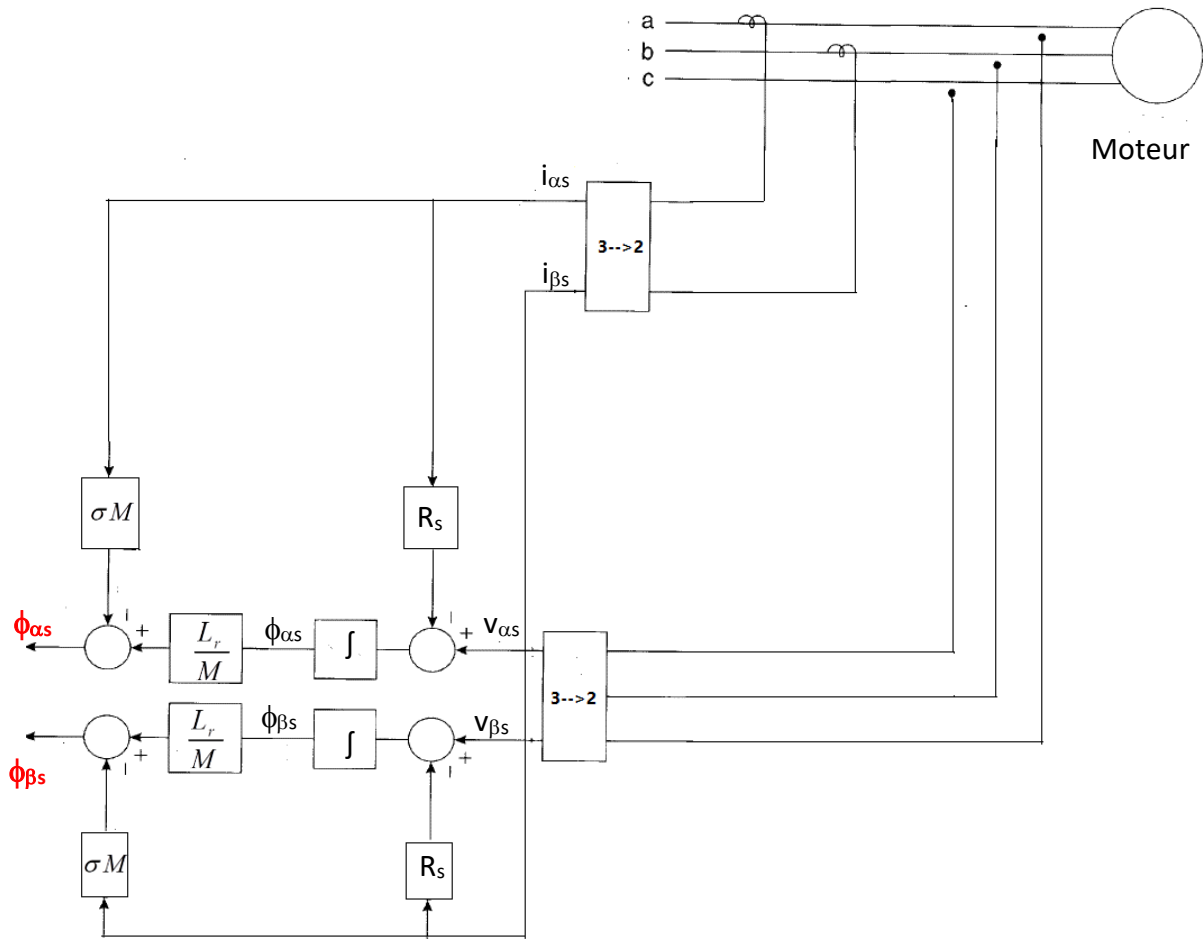


Fig.3.12 Schéma d'estimation du flux rotorique par le modèle de tension

Cette méthode d'estimation souffre de certains inconvénients :

- A basses vitesses (fréquences), les tensions  $v_{\alpha s}$  et  $v_{\beta s}$  sont très faibles, et leurs intégrations provoquent des erreurs d'offset qui s'accumulent à la sortie des deux intégrateurs.
- La résistance  $R_s$  varie à cause de la variation de la température de l'enroulement, et les inductances  $L_r$  et  $M$  varient à cause de la saturation magnétique des circuits magnétiques de la machine. Ces variations des paramètres  $R_s$ ,  $L_r$  et  $M$  affectent la précision d'estimation du flux.

#### ❖ Estimation par modèle de courant

Cette méthode d'estimation des composantes du flux rotorique est basée sur les équations de tension rotorique dans le repère biphasé fixe (3.24):

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = R_r \begin{bmatrix} i_{\alpha r} \\ i_{\beta r} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{\alpha r} \\ \phi_{\beta r} \end{bmatrix} + \omega_r \begin{bmatrix} \phi_{\beta r} \\ -\phi_{\alpha r} \end{bmatrix} \quad (3.86)$$

On ajoute le terme  $(M \cdot R_r / L_r) \cdot i_{\alpha s}$  aux deux membres de la première équation et le terme  $(M \cdot R_r / L_r) \cdot i_{\beta s}$  à ceux de la deuxième équation du système (3.86), on trouve :

$$\frac{M.R_r}{L_r} i_{\alpha s} = \frac{R_r}{L_r} (L_r i_{\alpha r} + M i_{\alpha s}) + \frac{d\phi_{\alpha r}}{dt} + \omega_r \phi_{\beta r} \quad (3.87)$$

$$\frac{M.R_r}{L_r} i_{\beta s} = \frac{R_r}{L_r} (L_r i_{\beta r} + M i_{\beta s}) + \frac{d\phi_{\beta r}}{dt} - \omega_r \phi_{\alpha r} \quad (3.88)$$

En tenant compte des équations du flux (3.67) et (3.68) :

$$\frac{d\phi_{\alpha r}}{dt} = \frac{M}{T_r} i_{\alpha s} - \frac{1}{T_r} \phi_{\alpha r} - \omega_r \phi_{\beta r} \quad (3.89)$$

$$\frac{d\phi_{\beta r}}{dt} = \frac{M.R_r}{T_r} i_{\beta s} + \omega_r \phi_{\alpha r} - \frac{1}{T_r} \phi_{\beta r} \quad (3.90)$$

Avec  $T_r = L_r/R_r$  : c'est la constante de temps rotorique.

Les équations (3.89) et (3.90) donnent les expressions des flux  $\phi_{\alpha r}$  et  $\phi_{\beta r}$  en fonctions des courants statoriques  $i_{\alpha s}$  et  $i_{\beta s}$  et de la vitesse rotorique  $\omega_r$ . Ainsi, la connaissance des courants et de la vitesse rotoriques permet d'estimer les flux rotoriques. La figure 3.13 donne le schéma d'estimation du flux rotorique par cette méthode, nommée estimation par le modèle de courant.

L'estimation par modèle de courant a l'avantage d'être valable même pour les faibles vitesses, car on n'a pas besoin de calculer les tensions et d'effectuer une intégration pour les mesurer. Mais l'inconvénient reste toujours la dépendance de la méthode des paramètres électriques de la machine (la résistance rotorique et les inductances rotorique et mutuelle).

Le problème des variations paramétriques peut être résolu en introduisant un algorithme d'adaptation de la résistance et des inductances.

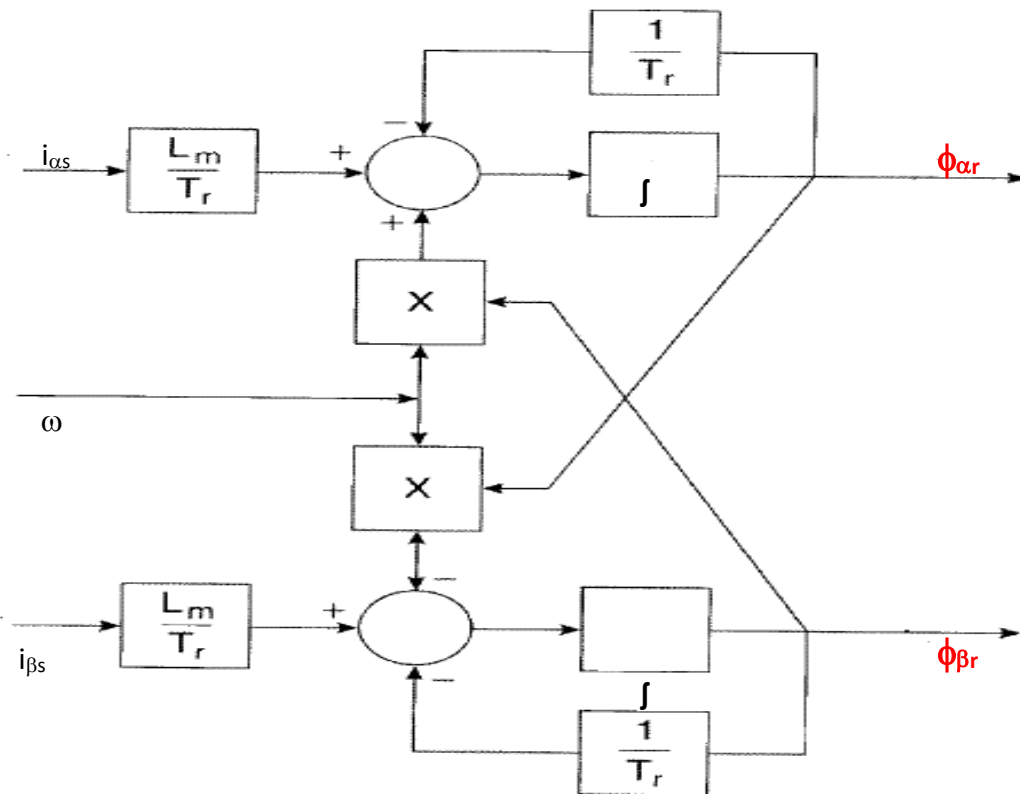


Fig.3.13 Schéma d'estimation du flux rotorique par le modèle de courant



**Références**

- ❖ Modern Power Electronics and AC Drivers B. k. BOSE, 2001
- ❖ Modélisation et commande des machines électriques DC et AC A. Mezzache, S. Berkati, U. de M'sila
- ❖ Contrôle de la machine asynchrone, A. Meroufel, U. Belabes
- ❖ Modélisation et commande de la machine asynchrone, L. Baghli , IUFM de Lorraine, UHP, France
- ❖ Electrotechnique approfondie et commande des machines électrique, A. Elbacha, Z. Boulghassoul, U. Kadi Iyyad, Marrakech, Maroc.

## Chapitre 5

# Commande directe de couple de la machine asynchrone

## SOMMAIRE DU CHAPITRE

<b>1</b>	<b><i>Introduction</i></b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b><i>Positions du Vecteur de tension généré par un onduleur</i></b>	<b>2</b>
2.1	Définition du vecteur de tension statorique	2
2.2	Etats de l'onduleur	3
2.3	Positions du vecteur de tension	3
<b>3</b>	<b><i>Effet d'un vecteur de tension sur le flux et le couple</i></b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b><i>Choix de la séquence des positions du vecteur de tension</i></b>	<b>9</b>
<b>5</b>	<b><i>Correcteur du flux</i></b>	<b>11</b>
<b>6</b>	<b><i>Correcteur du couple</i></b>	<b>12</b>
6.1	Comparateur à trois niveaux	12
6.2	Comparateur à deux niveaux	13
<b>7</b>	<b><i>Elaboration de la table de commande</i></b>	<b>14</b>
<b>8</b>	<b><i>Estimation du flux et du couple</i></b>	<b>14</b>
8.1	Estimation de la position et du module du flux	14
8.2	Estimation du couple électromagnétique	16
<b>9</b>	<b><i>Schéma de la commande directe de couple</i></b>	<b>16</b>
<b>10</b>	<b><i>Simulation de la commande directe du couple</i></b>	<b>17</b>
<b>11</b>	<b><i>Commande directe du couple avec réglage de la vitesse</i></b>	<b>18</b>

## 1 Introduction

La commande vectorielle traitée dans le chapitre précédent nécessite une multitude des étages et étapes, sollicitant beaucoup de calcul : un bloc de modulation des largeurs d'impulsions (MLI), deux ou trois blocs de réglage PI, deux blocs d'intégrateurs, deux blocs de transformation triphasé/biphasé, ...etc.

En plus, l'algorithme de la commande vectorielle est fortement lié aux paramètres électriques de la machine, ce qui affecte la robustesse du contrôle. Un capteur, ou estimateur de vitesse est nécessaire, ce qui encombre l'installation de la commande, et du moins, affecte la dynamique de la commande qui serait imposée par la dynamique lourde du rotor est des grandeurs mécanique.

La commande directe de couple est une structure de commande permettant d'éviter pas mal de ces inconvénients. Cette commande est formulée par TAKAHASHI en 1984. Elle consiste à la détermination directe de la séquence de commande appliquée aux interrupteurs de l'onduleur qui alimente la machine, sans passer par un modulateur des largeurs d'impulsions. La détermination de cette séquence de commande est basée sur l'utilisation des comparateurs à hystérésis, ayant comme objectifs de contrôler l'amplitude et la position du flux statorique, ainsi que le couple électromagnétique.

Dans ce chapitre, on commence par un rappel sur le vecteur de tension et sa relation avec les états de l'onduleur. On présente par suite l'effet de ce vecteur de tension sur le flux et le couple de la machine. Ensuite, on présente le principe du choix du vecteur de tension à appliquer durant chaque période d'échantillonnage. On présente par suite le correcteur de flux et de couple et la table de vérité de la commande. Après l'exposition des méthodes d'estimation du couple et du flux, on présente le schéma global de la commande directe de couple, et on termine le chapitre par un test de simulation.

## 2 Positions du Vecteur de tension généré par un onduleur

### 2.1 Définition du vecteur de tension statorique

La figure 4.1 indique le schéma d'un onduleur de tension à deux niveaux qui alimente une machine asynchrone. Les tensions de sortie de l'onduleur (tensions statoriques de la machine) sont exprimées en fonction de la tension continue de son entrée  $V_{dc}$  et des fonctions de commutation de ces interrupteurs  $F_a$ ,  $F_b$  et  $F_c$  :

$$\begin{pmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \end{pmatrix} = \frac{V_{dc}}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

Le vecteur de tension correspondant à ces tensions est exprimé par :

$$\bar{V}_s = \frac{2}{3} (v_{as} + a v_{bs} + a^2 v_{cs}) \quad (4.2)$$

Avec  $a$  est un opérateur défini par :

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = \cos \frac{2\pi}{3} + j \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{-1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4.3)$$

Le remplacement de (4.3) dans (4.2) donne :

$$\begin{aligned} \bar{V}_s &= \frac{2}{3} \left( v_{as} + \left( \frac{-1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) v_{bs} + \left( \frac{-1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) v_{cs} \right) \\ &= v_{\alpha s} + j v_{\beta s} \end{aligned} \quad (4.4)$$

L'équation (4.4) montre que le vecteur  $\bar{V}_s$  est un vecteur composé par les deux composantes  $v_{\alpha s}$  et  $v_{\beta s}$  obtenues en appliquant, sur le système des tensions triphasées  $v_{as}$ ,  $v_{bs}$  et  $v_{cs}$ , la transformation triphasé biphasé lié au repère stationnaire  $\alpha\beta$ .

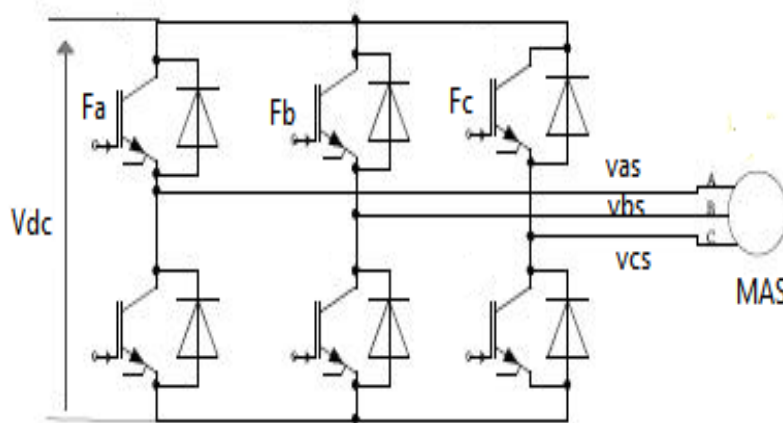


Fig.4.1 association onduleur triphasé MAS

## 2.2 Etats de l'onduleur

Etant donné que chaque bras de l'onduleur possède deux états possibles, l'onduleur triphasé possède  $2^3 = 8$  états possibles. Chaque état correspond à une configuration donnée des bras de l'onduleur. Par exemple, pour l'état 1, correspondant à la combinaison suivante des signaux de commande :  $F_a F_b F_c = 1 0 0$ , le bras 1 est connecté au côté (+) de la tension continue  $V_{dc}$ , tandis que les bras 2 et 3 sont connectés à la borne (-) de la tension  $V_{dc}$ . La figure 4.2 donne les configurations correspondantes aux huit états possibles de l'onduleur.

## 2.3 Positions du vecteur de tension

Chacune des huit états de l'onduleur provoque une combinaison donnée des tensions  $v_{as}$ ,  $v_{bs}$  et  $v_{cs}$ , obtenue en remplaçant  $F_a$ ,  $F_b$  et  $F_c$  par leur valeurs. Par exemple, l'état 100 donne ( $F_a=1$ ,  $F_b=$  et  $F_c=0$ ) donne :  $v_{as} = 2.V_{dc}/3$ ,  $v_{bs} = -V_{dc}/3$ , et  $v_{cs} = -V_{dc}/3$ .

Les huit états de l'onduleur provoquent huit positions discrètes pour le vecteur de tension correspondant aux tensions de sortie. Ces situations sont obtenues en remplaçant les tensions  $v_{as}$ ,  $v_{bs}$  et  $v_{cs}$  par leurs expressions dans la formule du vecteur  $\vec{V}_s$ , donné par l'équation(4.2). Par exemple, la situation correspondante à l'état 1 (100), est la suivante :

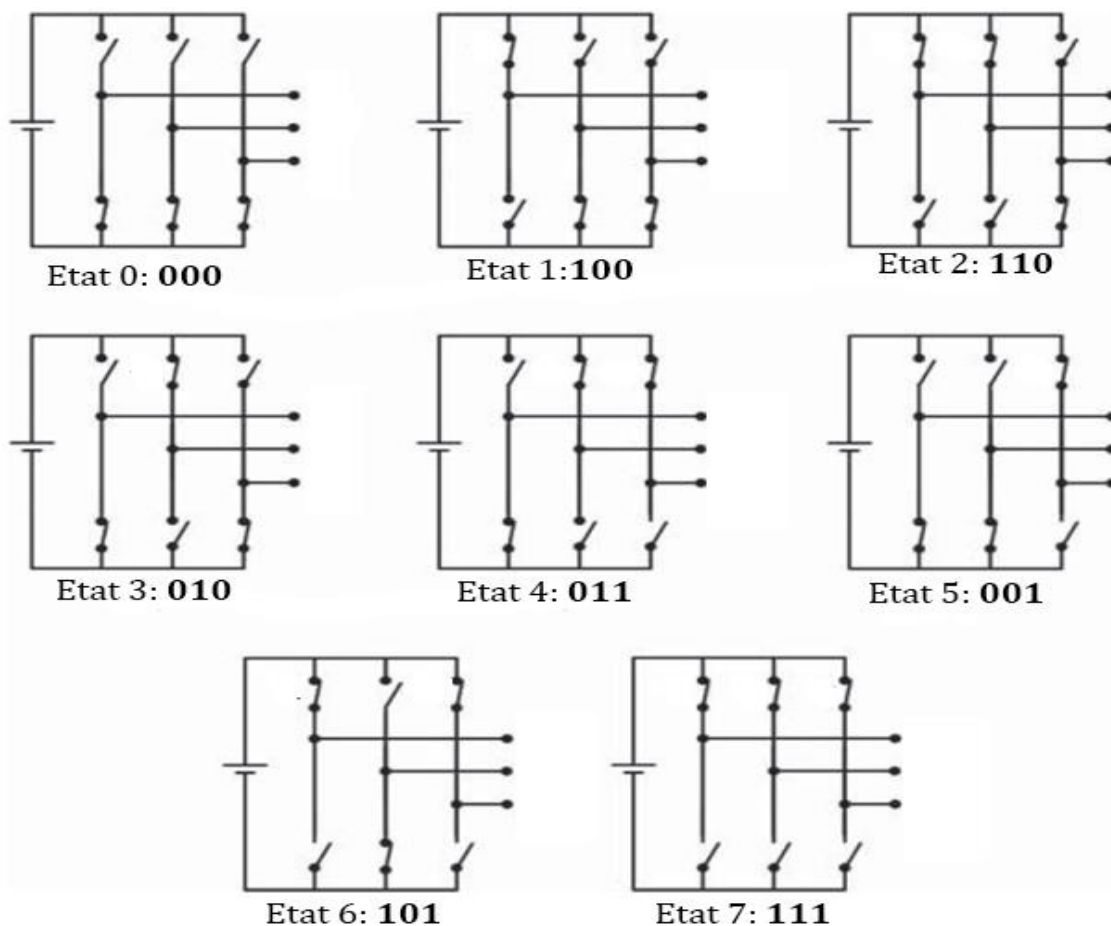


Fig.4.2 Etats de l'onduleur

$$\bar{V}_1 = \frac{2}{3} \left( \frac{2V_{dc}}{3} - a \cdot \frac{-V_{dc}}{3} - a^2 \cdot \frac{V_{dc}}{3} \right) = \frac{2}{3} \left( \frac{2V_{dc}}{3} - \left( \frac{-1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \cdot \frac{-V_{dc}}{3} - \left( \frac{-1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \cdot \frac{V_{dc}}{3} \right)$$

Le calcul donne :

$$\bar{V}_1 = \frac{2}{3}V_{dc} + j0 = \frac{2}{3}V_{dc}e^{j0} \quad (4.5)$$

Ainsi, le vecteur  $\bar{V}_1$ , est un vecteur d'amplitude  $2V_{dc}/3$ , dirigé suivant l'axe horizontale. Les autres positions se calculent de la même façon, comme indiqué dans l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \bar{V}_0 &= 0 + j.0 = 0 \\ \bar{V}_1 &= \frac{2}{3}V_{dc} + j.0 = \frac{2}{3}V_{dc}e^{j0} \\ \bar{V}_2 &= \frac{2}{3}V_{dc} \left( \frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{2}{3}V_{dc} \left( \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + j \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \right) = \frac{2}{3}V_{dc}e^{j\frac{\pi}{3}} \\ \bar{V}_3 &= \frac{2}{3}V_{dc} \left( -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{2}{3}V_{dc} \left( \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + j \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right) = \frac{2}{3}V_{dc}e^{j\frac{2\pi}{3}} \\ \bar{V}_4 &= \frac{2}{3}V_{dc} (-1 + j0) = \frac{2}{3}V_{dc} \left( \cos(\pi) + j \sin(\pi) \right) = \frac{2}{3}V_{dc}e^{j\pi} \\ \bar{V}_5 &= \frac{2}{3}V_{dc} \left( -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{2}{3}V_{dc} \left( \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + j \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) \right) = \frac{2}{3}V_{dc}e^{j\frac{4\pi}{3}} \\ \bar{V}_6 &= \frac{2}{3}V_{dc} \left( \frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{2}{3}V_{dc} \left( \cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) + j \sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) \right) = \frac{2}{3}V_{dc}e^{j\frac{5\pi}{3}} \\ \bar{V}_7 &= 0 + j.0 = 0 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Les vecteurs non nuls  $\bar{V}_1, \bar{V}_2, \dots, \bar{V}_6$  peuvent être exprimés sous la forme générale suivante :

$$\bar{V}_k = \frac{2}{3}V_{dc}e^{j(k-1)\frac{\pi}{3}}; \quad k = 1, 2, \dots, 6. \quad (4.7)$$

Le tableau 4.1 résume la correspondance entre les états de l'onduleur, les états des interrupteurs, les tensions des phases et les positions du vecteur de tension de sortie  $\bar{V}_s$ . La figure 4.3 indique la représentation des huit positions du vecteur de tension dans le plan biphasé stationnaire  $\alpha\beta$ . A côté de chaque position, on a montré l'état correspondant de l'onduleur.

Etat	Signaux de commande $F_a F_b F_c$	$V_{as}$	$V_{bs}$	$V_{cs}$	Position du vecteur de tension
0	000	0	0	0	$\bar{V}_0$
1	100	$2.V_{dc}/3$	$-V_{dc}/3$	$-V_{dc}/3$	$\bar{V}_1$
2	110	$V_{dc}/3$	$V_{dc}/3$	$-2.V_{dc}/3$	$\bar{V}_2$
3	010	$-V_{dc}/3$	$2.V_{dc}/3$	$-V_{dc}/3$	$\bar{V}_3$
4	011	$-2.V_{dc}/3$	$V_{dc}/3$	$V_{dc}/3$	$\bar{V}_4$
5	001	$-V_{dc}/3$	$-V_{dc}/3$	$2.V_{dc}/3$	$\bar{V}_5$
6	101	$V_{dc}/3$	$-2.V_{dc}/3$	$V_{dc}/3$	$\bar{V}_6$
7	111	0	0	0	$\bar{V}_7$

Tableau 4.1 Correspondance entre les états de l'onduleur et les positions du vecteur de tension.

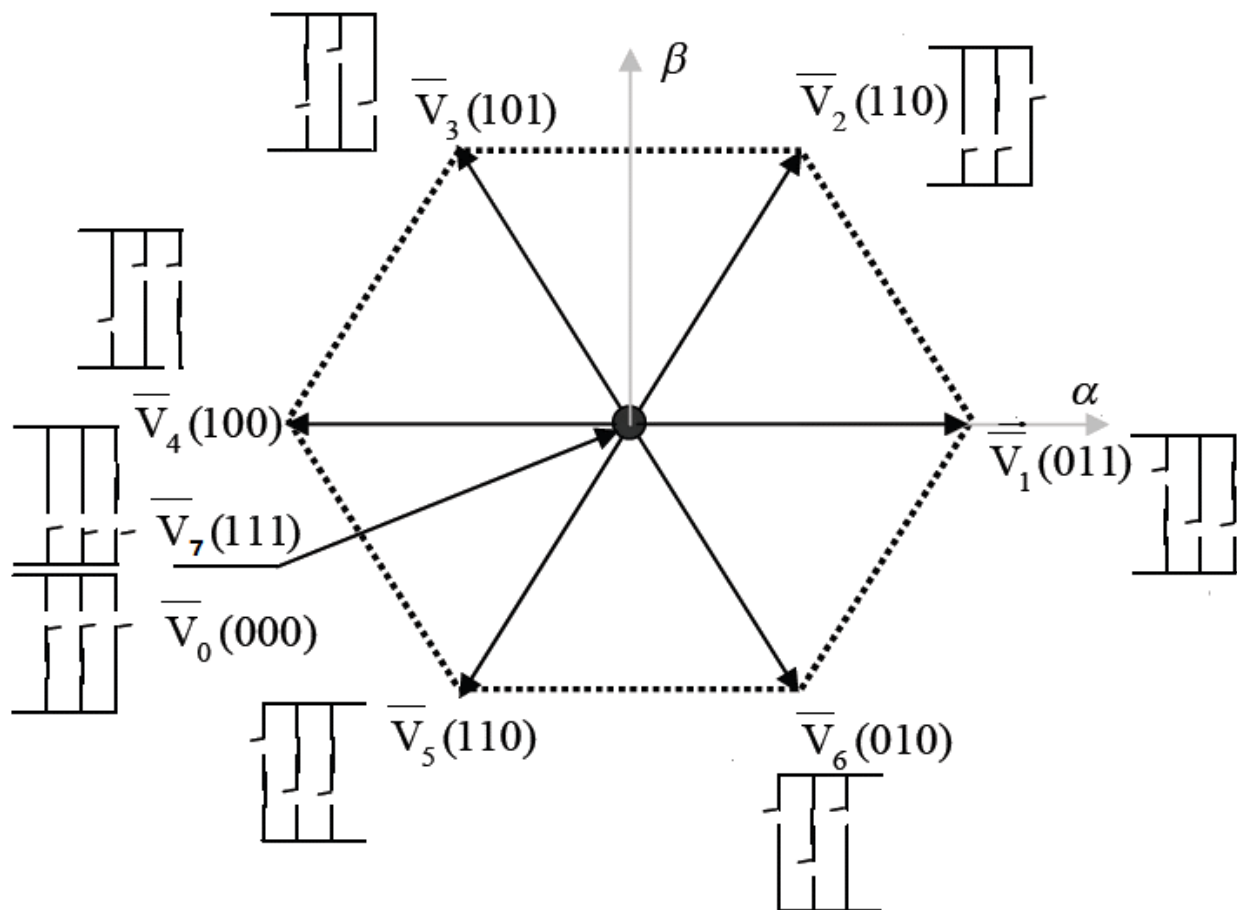


Fig.4.3 Positions du vecteur de tension de sortie de l'onduleur



### 3 Effet d'un vecteur de tension sur le flux et le couple

Les expressions vectorielles des tensions statorique et rotorique sont données par :

$$\begin{cases} \bar{V}_s = R_s \bar{I}_s + \frac{d\bar{\phi}_s}{dt} \\ \bar{V}_r = 0 = R_r \bar{I}_r + \frac{d\bar{\phi}_r}{dt} - j\omega_r \bar{\phi}_r \end{cases} \quad (4.8)$$

A partir des équations du flux en fonction des courants, on déduit l'expression vectorielle du courant rotorique :

$$\bar{I}_r = \frac{1}{\sigma} \left( \frac{\bar{\phi}_r}{L_r} - \frac{M}{L_s L_r} \bar{\phi}_s \right) \quad (4.9)$$

Avec  $\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_s L_r}$  : c'est le coefficient de dispersion

On remplace (4.9) dans (4.8):

$$\begin{cases} \bar{V}_s = R_s \bar{I}_s + \frac{d\bar{\phi}_s}{dt} \\ \frac{d\bar{\phi}_r}{dt} + \left( \frac{1}{\sigma T_r} - j\omega \right) \bar{\phi}_r = \frac{L_m}{L_s} \frac{1}{\sigma T_r} \bar{\phi}_s \end{cases} \quad (4.10)$$

On déduit de l'équation (4.10) que :

- On peut contrôler le flux  $\bar{\phi}_s$  par action sur la tension  $\bar{V}_s$ , à la chute de tension  $R_s \bar{I}_s$  près ;
- Le flux rotorique  $\bar{\phi}_r$  suit la variation du flux statorique  $\bar{\phi}_s$  avec une constante de temps  $\sigma T_r$  :  
En régime permanent, le flux rotorique est exprimé par :

$$\bar{\phi}_r = \frac{L_m}{L_s} \frac{\bar{\phi}_s}{1 + j\omega_r \sigma T_r} \quad (4.11)$$

L'expression du couple électromagnétique en fonction des flux rotorique et statorique :

$$C_e = \frac{PM}{\sigma L_s L_r} (\phi_{\alpha s} \phi_{\beta r} - \phi_{\beta s} \phi_{\alpha r}) \quad (4.12)$$

On rappelle la définition du produit vectoriel entre deux vecteurs  $\bar{X}(x_\alpha, x_\beta)$  et  $\bar{Y}(y_\alpha, y_\beta)$  :

$$\begin{aligned} \bar{X} \times \bar{Y} &= |\bar{X}| \cdot |\bar{Y}| \cdot \sin \gamma \cdot \bar{u} \\ &= (x_\alpha y_\beta - x_\beta y_\alpha) \cdot \bar{u} \end{aligned} \quad (4.13)$$

Avec  $\gamma = (\bar{\phi}_s, \bar{\phi}_r)$  c'est l'angle entre les deux vecteurs  $\bar{\phi}_s$  et  $\bar{\phi}_r$  (figure 4.4)

$\bar{u}$  c'est le vecteur unitaire perpendiculaire à  $\bar{X}$  et  $\bar{Y}$ .

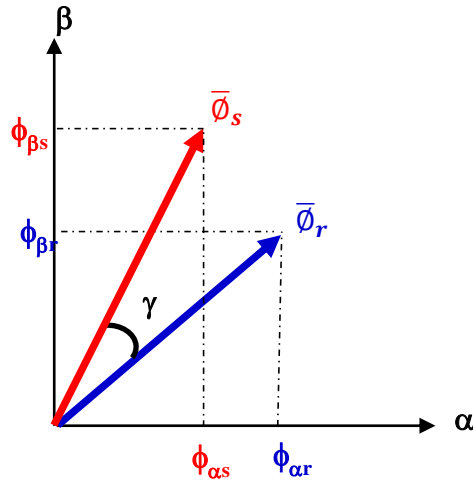


Fig.4.4 Flux statorique et rotorique

On déduit que le produit vectorielle entre les deux vecteurs  $\bar{\phi}_s$  et  $\bar{\phi}_r$  est donné par :

$$\begin{aligned}\bar{\phi}_s \times \bar{\phi}_r &= |\bar{\phi}_s| |\bar{\phi}_r| \sin \gamma \cdot \bar{u} \\ &= (\phi_{\alpha s} \phi_{\beta r} - \phi_{\beta s} \phi_{\alpha r}) \cdot \bar{u}\end{aligned}\quad (4.14)$$

Par identification entre (4.12) et (4.12), on peut exprimer le couple électromagnétique par :

$$C_e = \frac{PM}{\sigma L_s L_r} |\bar{\phi}_s| |\bar{\phi}_r| \sin \gamma \quad (4.15)$$

Le couple électromagnétique dépend alors des amplitudes des vecteurs de flux statorique et rotorique, et de l'angle entre ces deux vecteurs.

Comme conséquence, le contrôle, à travers  $\bar{V}_s$ , du flux  $\bar{\phi}_s$  en amplitude et en position, permet de contrôler  $\bar{\phi}_r$ , et le couple électromagnétique  $C_e$ .

Le principe de la commande directe de couple est basé sur cette conséquence. A partir de l'équation (4.10), on déduit que:

$$\frac{d\bar{\phi}_s}{dt} = (\bar{V}_s - R_s \bar{I}_s) \quad (4.16)$$

On intègre entre les deux instants  $t_0 = 0$  et  $t$  :

$$\bar{\phi}_s(t) - \bar{\phi}_s(0) = \int_0^t (\bar{V}_s - R_s \bar{I}_s) dt \quad (4.17)$$

L'onduleur garde son état durant une période d'échantillonnage  $T_e$ , et par conséquent le vecteur de tension de sortie ne change pas durant la même période. Ainsi, si on suppose que l'intervalle de temps  $t$  soit contenu dans une période d'échantillonnage ( $t < T_e$ ), l'intégrale (4.16) s'écrit alors :

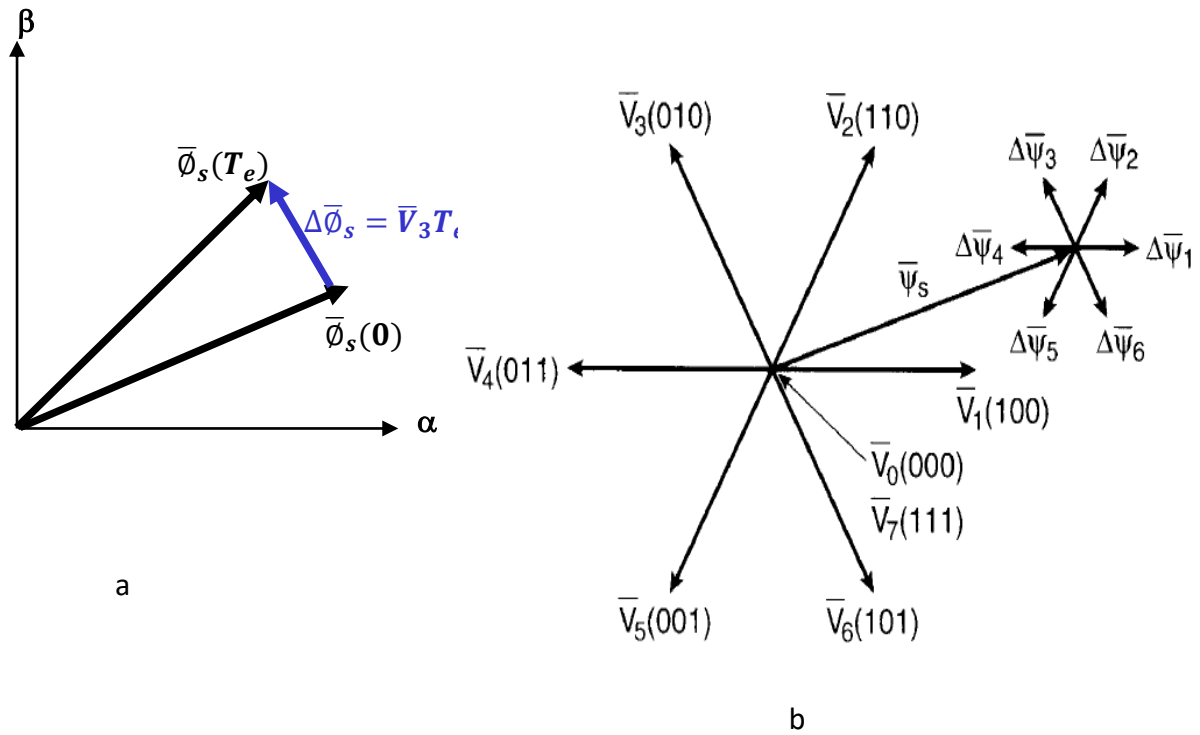


Fig.4.5 Déplacement du flux statorique sous effet des vecteurs de tension.

$$\bar{\phi}_s(t) - \bar{\phi}_s(0) = \bar{V}_s t - \int_0^t R_s \bar{I}_s dt \quad (4.18)$$

Si on néglige la chute de tension  $R_s \bar{I}_s$  devant la tension  $\bar{V}_s$ , on peut écrire :

$$\bar{\phi}_s(t) - \bar{\phi}_s(0) = \bar{V}_s t \quad (4.19)$$

Le flux obtenu à la fin d'une période de commutation ( $t=T_e$ ) est exprimé alors par :

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_s(T_e) &= \bar{\phi}_s(0) + \bar{V}_s T_e \\ &= \bar{\phi}_s(0) + \Delta\bar{\phi}_s \end{aligned} \quad (4.20)$$

Avec :  $\Delta\bar{\phi}_s = \bar{V}_s T_e$

On constate que durant la période  $[0, T_e]$ , le vecteur du flux statorique  $\bar{\phi}_s$  se déplace, d'une quantité  $\Delta\bar{\phi}_s = \bar{V}_s T_e$ , de la position  $\bar{\phi}_s(0)$  vers la position  $\bar{\phi}_s(T_e)$  sur une droite dont la direction est donnée par le vecteur de tension choisi  $\bar{V}_s$  pendant cette période d'échantillonnage  $T_e$ .

La figure 4.5.a illustre le déplacement du vecteur  $\bar{\phi}_s$ , d'une position initiale arbitraire  $\bar{\phi}_s(0)$  vers une position finale  $\bar{\phi}_s(T_e)$ , lorsque le vecteur appliqué durant  $T_e$  est le vecteur  $\bar{V}_s = \bar{V}_3$ . La figure 4.5.b montre les directions des déplacements correspondantes à chacun des six vecteurs non nuls  $\bar{V}_1 - \bar{V}_6$ . A noter que les vecteurs nuls  $\bar{V}_0$  et  $\bar{V}_7$  ne provoquent pas un déplacement du vecteur de flux  $\bar{\phi}_s$ .

## 4 Choix de la séquence des positions du vecteur de tension

Durant chaque période d'échantillonnage, le vecteur de tension  $\bar{V}_s$  à appliquer sur le stator de la machine dépend :

- de la variation souhaitée pour le module du flux (augmentation ou diminution);
- de la position du flux statorique  $\bar{\varphi}_s$  ;
- de la variation souhaitée pour le couple ;
- du sens de rotation du flux  $\bar{\varphi}_s$ .

Pour illustrer les critères du choix de la séquence des positions du vecteur de tension, on divise l'espace d'évolution du vecteur de flux statorique dans le plan biphasé  $\alpha\beta$  en six secteurs égaux, définis en fonctions de la position du flux statorique. Ces secteurs sont identifiés par des numéros allant de 1 à 6. La figure 4.3 montre les six secteurs sur le plan  $\alpha\beta$ . Le numéro affecté à un secteur donné  $S$  est désigné à la base de l'angle  $\theta$  qui fait le vecteur du flux statorique avec l'axe  $\alpha$  :

$$S = \begin{cases} 1 & \text{si } -\pi/6 < \theta < \pi/6 \\ 2 & \text{si } \pi/6 < \theta < \pi/2 \\ 3 & \text{si } \pi/2 < \theta < 5\pi/6 \\ 4 & \text{si } 5\pi/6 < \theta < 7\pi/6 \\ 5 & \text{si } 7\pi/6 < \theta < 3\pi/2 \\ 6 & \text{si } 3\pi/2 < \theta < 11\pi/6 \end{cases} \quad (4.21)$$

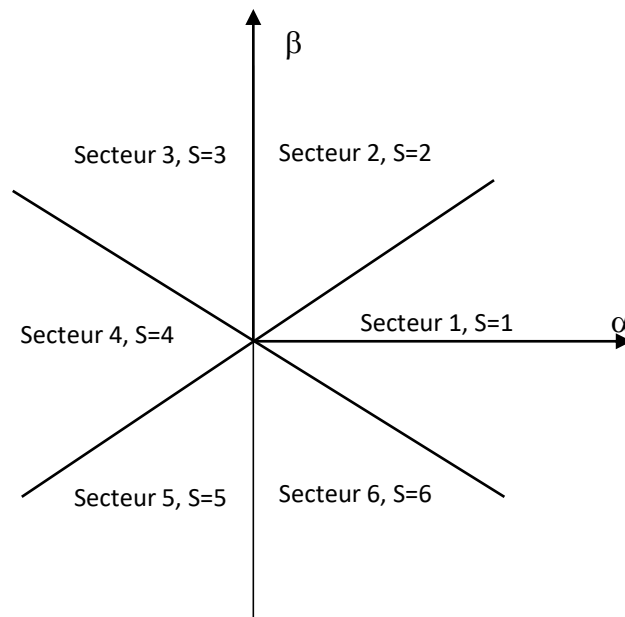


Fig.4.6 Secteurs du plan  $\alpha\beta$

En choisissant une séquence donnée des positions du vecteur  $\bar{V}_s$ , sur des intervalles de temps successifs de durée  $T_e$ , on peut imposer à l'extrémité du vecteur  $\bar{\phi}_s$ , de suivre une trajectoire désirée, pratiquement circulaire.

Pour clarifier la méthode de sélection du vecteur de tension, considérons la situation présentée à la figure 4.7, pour laquelle le vecteur du flux statorique est situé dans le secteur 1, et tourne dans le sens antihoraire.

- Pour augmenter le module du flux statorique et le couple électromagnétique, on applique la position  $\bar{V}_2$  du vecteur de tension, et par conséquence on applique l'état 2 à l'onduleur. On rappelle que l'augmentation du couple électromagnétique implique l'augmentation de l'angle  $\gamma$  entre le flux statorique et rotorique (voir l'équation (4.15)).
- Pour diminuer le module du flux statorique et augmenter le couple électromagnétique, on applique la position  $\bar{V}_3$  au vecteur de tension.
- Pour diminuer le module du flux et le couple électromagnétique, on doit imposer la position  $\bar{V}_5$  du vecteur de tension.

Le même raisonnement s'applique si le vecteur du flux est situé dans un autre secteur du plan  $\alpha\beta$ .

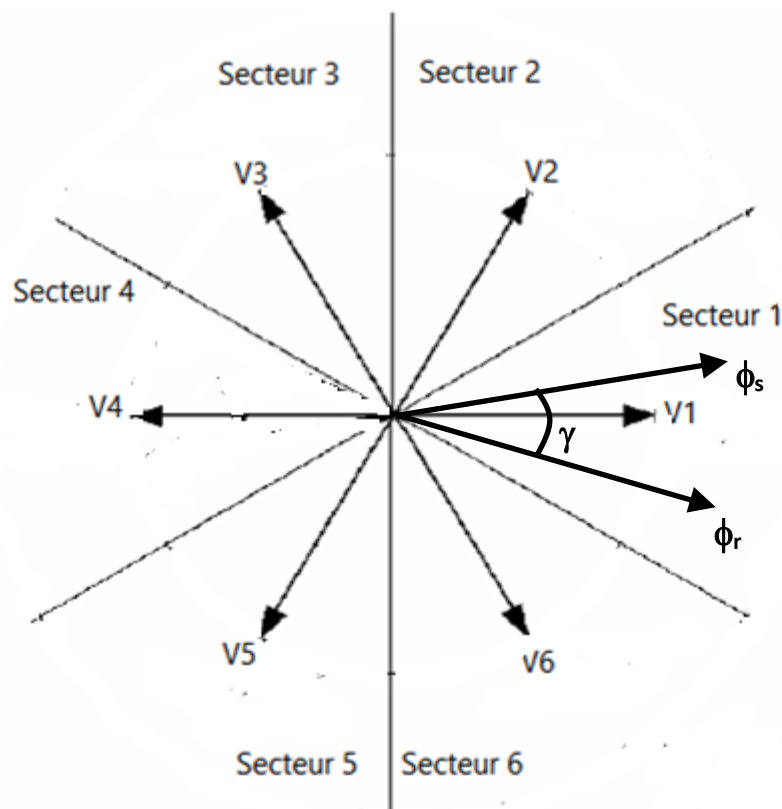


Fig.4.7 Illustration du choix du vecteur de tension à appliquer

D'une manière générale, si le vecteur du flux statorique  $\bar{\phi}_s$  est situé dans un secteur  $i$  ( $i=1...6$ ), et s'il tourne dans le sens antihoraire, l'effet des différents vecteurs de tension sur le flux et le couple se résume ainsi :

- La sélection du vecteur  $\bar{V}_{i+1}$  provoque la croissance du flux et du couple ;
- La sélection du vecteur  $\bar{V}_{i-1}$  provoque la croissance du flux et la décroissance du couple ;
- La sélection du vecteur  $\bar{V}_{i+2}$  provoque la décroissance du flux et la croissance du couple ;
- La sélection du vecteur  $\bar{V}_{i-2}$  provoque la décroissance du flux et du couple ;
- La sélection du vecteur  $\bar{V}_0$  ou  $\bar{V}_7$  provoque l'arrêt du vecteur du flux : le flux est alors inchangé, tandis que le couple décroît, à cause de la rotation du flux rotorique qui tend à attraper le flux statorique.

**Remarque 1 :**

Le niveau d'efficacité du vecteur de tension sélectionné dépend de la position du vecteur du flux à l'intérieur de son secteur

**Remarque 2 :**

Quel que soit la tendance désirée du flux et du couple (croissance ou décroissance), les deux vecteurs  $\bar{V}_i$  et  $\bar{V}_{i+3}$  ne sont jamais sélectionnés, car ils provoquent une évolution « très rapide » du flux.

## 5 Correcteur du flux

Le rôle du correcteur du flux est d'imposer à l'amplitude du flux statorique  $\phi_s$  de suivre une amplitude de référence  $\phi_{sref}$ . Ce correcteur de flux est un comparateur à hystérésis à deux niveaux, permettant au flux d'évoluer à l'intérieur d'une bande de tolérance autour du flux de référence. La structure de ce comparateur est indiquée à la figure 4.8.a. Le comparateur compare le flux statorique (mesuré ou estimé) avec le flux de référence, et génère un signal de sortie  $d_\phi$ , qui dépend de l'erreur de comparaison. Le signal de sortie du comparateur ( $d_\phi(k)$ ) à un instant d'échantillonnage  $kT_e$  est défini comme suit :

$$d_\phi(k) = \begin{cases} 1 & \text{si } \phi_{sref} - \phi_s > \frac{H_\phi}{2} \\ 0 & \text{si } \phi_{sref} - \phi_s < \frac{-H_\phi}{2} \\ d_\phi(k-1) & \text{si } \frac{-H_\phi}{2} \leq \phi_{sref} - \phi_s \leq \frac{H_\phi}{2} \end{cases} \quad (4.22)$$

Avec  $H_\phi$  c'est la largeur de la bande d'hystérésis imposée par le comparateur.

Le signal  $d_\phi$  indique directement si l'amplitude du flux statorique doit être augmentée ( $d_\phi=1$ ) ou diminuée ( $d_\phi=0$ ), de manière à maintenir  $|\phi_{sref} - \phi_s| \leq \frac{H_\phi}{2}$ . Le vecteur de tension à appliquer est choisi en conséquence.

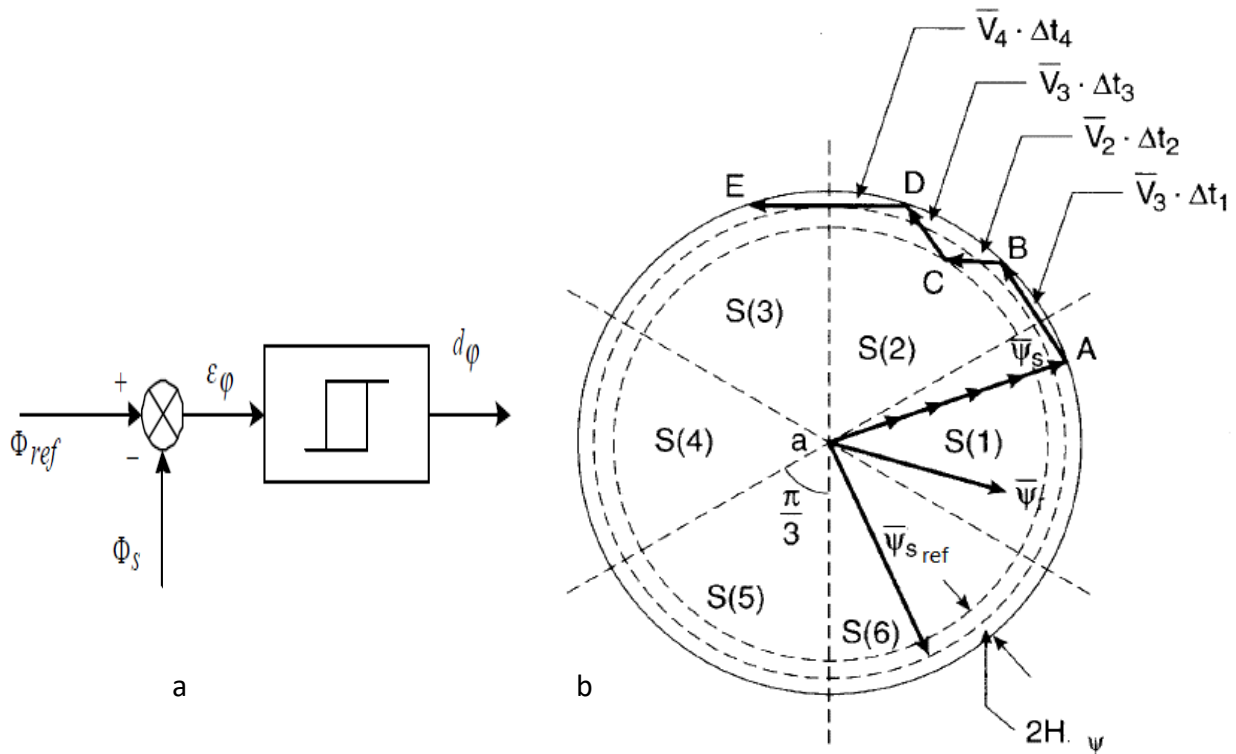


Fig.4.8

- a. Comparateur à hystérésis à deux niveaux pour le contrôle du flux  
 b. Trajectoire du flux statorique

En procédant ainsi, l'extrémité du vecteur du flux statorique est maintenue à l'intérieur d'une couronne circulaire, autour de la trajectoire circulaire du vecteur de flux de référence, comme indiqué à la figure 4.8.b.

## 6 Correcteur du couple

Son rôle est de maintenir le couple  $C_e$  à l'intérieur d'une bande de tolérance autour de sa référence  $C_{e ref}$ . A la différence au flux, le couple peut être positif ou négatif, suivant le sens de rotation de la machine. Cette différence donne deux possibilités pour réaliser un correcteur de couple :

- Un comparateur à hystérésis à trois niveaux
- Un comparateur à hystérésis à deux niveaux.

### 6.1 Comparateur à trois niveaux

La structure du comparateur à trois niveaux est indiquée à la figure 4.9. Le comparateur compare le couple (mesuré ou estimé) avec le couple de référence, et génère un signal de sortie  $d_c$ , qui dépend de l'erreur de comparaison, et dépend aussi du signe du couple de référence  $C_{ref}$ . Si le couple doit être augmenté on assigne à la variable  $d_c$  la valeur 1 si le couple de référence est positif,

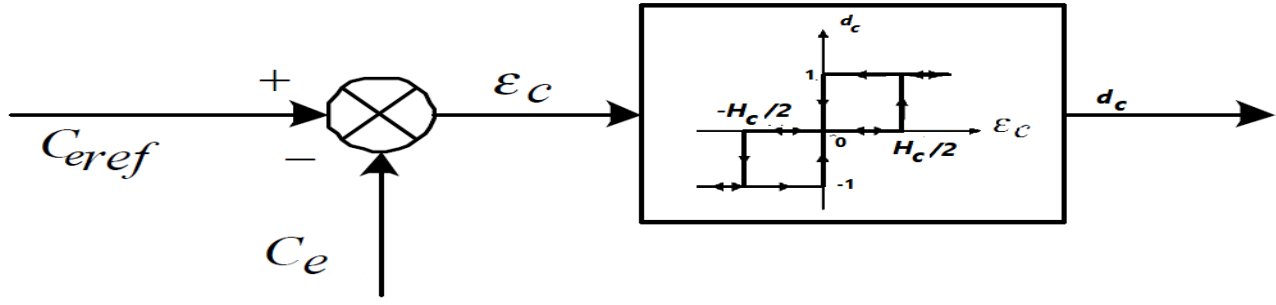


Fig.4.9 Comparateur à hystérésis à trois niveaux pour le contrôle du couple

et la valeur -1 si le couple de référence est négatif. Si le couple doit être diminué, on assigne à la variable  $d_c$  la valeur zéro. Ainsi, On exprime  $d_c(k)$ , à l'instant d'échantillonnage  $kT_e$  de la manière suivante :

$$d_c(k) = \begin{cases} 1 & \text{si } C_{e\text{ref}} > 0 \text{ et } C_{e\text{ref}} - C_e > \frac{H_c}{2} \\ -1 & \text{si } C_{e\text{ref}} \leq 0 \text{ et } C_{e\text{ref}} - C_e > \frac{H_c}{2} \\ 0 & \text{si } C_{e\text{ref}} > 0 \text{ et } C_{e\text{ref}} - C_e < \frac{-H_c}{2} \\ 0 & \text{si } C_{e\text{ref}} \leq 0 \text{ et } C_{e\text{ref}} - C_e < \frac{-H_c}{2} \\ d_c(k-1) & \text{si } \frac{-H_c}{2} \leq C_{e\text{ref}} - C_e \leq \frac{H_c}{2} \end{cases} \quad (4.23)$$

Avec  $H_c$  c'est la largeur de la bande d'hystérésis imposée par le comparateur.

De cette manière, on impose –par le choix des vecteurs de tensions convenables - au couple électromagnétique d'évoluer à l'intérieur d'une bande d'hystérésis de largeur  $H_c$  autour du couple de référence  $C_{ref}$ .

Le comparateur à trois niveaux autorise une décroissance rapide du couple. En effet, si le vecteur du flux est situé dans un secteur  $i$ , et s'il tourne dans le sens antihoraire :

- les vecteurs de tension  $\bar{V}_0$  et  $\bar{V}_7$  provoquent une décroissance lente du couple : le vecteur du flux rotorique tend à rattraper le vecteur du flux statorique figé, l'angle  $\gamma$  diminue alors, ainsi que le couple électromagnétique.
- Les vecteurs de tension  $\bar{V}_{i-1}$  et  $\bar{V}_{i-2}$  provoquent une décroissance rapide du couple : l'angle  $\gamma$  diminue sous l'effet de l'avancement du flux rotorique et la rotation en sens inverse du flux statorique, provoquée par le vecteur  $\bar{V}_{i-1}$  ou  $\bar{V}_{i-2}$ .

## 6.2 Comparateur à deux niveaux

Le comparateur du couple à deux niveaux est identique au comparateur du flux à deux niveaux. Il autorise le contrôle du couple dans un seul sens de rotation. Seuls les deux vecteurs  $\bar{V}_{i+1}$  et  $\bar{V}_{i+2}$  sont appliqués pour faire évoluer le flux statorique (s'il tourne dans le sens antihoraire). La diminution du couple est uniquement opérée en fixant le flux statorique, par les vecteurs nuls  $\bar{V}_0$  et  $\bar{V}_7$ . Avec ce type de comparateur, l'inversion du sens de rotation de la machine est effectuée par le croisement de deux phases du moteur.



## 7 Elaboration de la table de commande

La table de commande résume les possibilités des choix des vecteurs de tension. Elle est construite en fonction de l'état des deux variables  $d_\phi$  et  $d_c$ , du secteur  $S$  contenant le vecteur du flux, et du sens de rotation du flux ou de la machine. La table de commande correspondante à une rotation dans le sens antihoraire est donnée par le tableau 4.1. Ce tableau montre le cas d'un comparateur de couple à deux et à trois niveaux. On note que pour l'application d'un vecteur nul, on permute entre  $\bar{V}_0$  et  $\bar{V}_7$  dans chaque deux secteurs successifs.

Secteur →		1	2	3	4	5	6	Type du comparateur de couple	
Variable du flux	Variable du couple								
$d_\phi = 1$	$d_c = 1$	$\bar{V}_2$	$\bar{V}_3$	$\bar{V}_4$	$\bar{V}_5$	$\bar{V}_6$	$\bar{V}_1$	A deux niveaux	A trois niveaux
	$d_c = 0$	$\bar{V}_7$	$\bar{V}_0$	$\bar{V}_7$	$\bar{V}_0$	$\bar{V}_7$	$\bar{V}_0$		
	$d_c = -1$	$\bar{V}_6$	$\bar{V}_1$	$\bar{V}_2$	$\bar{V}_3$	$\bar{V}_4$	$\bar{V}_5$		
$d_\phi = 0$	$d_c = 1$	$\bar{V}_3$	$\bar{V}_4$	$\bar{V}_5$	$\bar{V}_6$	$\bar{V}_1$	$\bar{V}_2$	A deux niveaux	A trois niveaux
	$d_c = 0$	$\bar{V}_0$	$\bar{V}_7$	$\bar{V}_0$	$\bar{V}_7$	$\bar{V}_0$	$\bar{V}_7$		
	$d_c = -1$	$\bar{V}_5$	$\bar{V}_6$	$\bar{V}_1$	$\bar{V}_2$	$\bar{V}_3$	$\bar{V}_4$		

Table 1. Table de commande pour une rotation dans le sens antihoraire

## 8 Estimation du flux et du couple

La commande directe de couple nécessite l'estimation de la position du flux statorique pour pouvoir déduire le secteur  $S$ , ainsi que le module du flux et du couple électromagnétique, pour pouvoir les comparer au flux et au couple de référence.

### 8.1 Estimation de la position et du module du flux

Les composantes du flux statorique  $\phi_{\alpha s}$  et  $\phi_{\beta s}$  peuvent être estimées à partir des deux équations de tensions statoriques dans le repère biphasé fixe  $\alpha\beta$  :

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha s} \\ v_{\beta s} \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{\alpha s} \\ \phi_{\beta s} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

On déduit les expressions des flux :

$$\begin{aligned} \phi_{\alpha s} &= \int (v_{\alpha s} - R_s i_{\alpha s}) dt \\ \phi_{\beta s} &= \int (v_{\beta s} - R_s i_{\beta s}) dt \end{aligned} \quad (4.25)$$

La position angulaire du flux  $\theta$  (nécessaire pour déterminer le secteur  $S$ ) se déduit par :

$$\theta = \arctg \frac{\phi_{\beta s}}{\phi_{\alpha s}} \quad (4.26)$$

et le module du flux statorique est exprimé par :

$$\phi_s = \sqrt{(\phi_{\alpha s}^2 + \phi_{\beta s}^2)} \quad (4.27)$$

Les estimations des composantes du flux (équation(4.25)) dépendent des composantes du courant statorique  $i_{\alpha s}$  et  $i_{\beta s}$  et de la tension statorique  $v_{\alpha s}$  et  $v_{\beta s}$ .

Les courants  $i_{\alpha s}$  et  $i_{\beta s}$  se déduisent en appliquant la transformation de Park sur les courants de phases statoriques mesurés  $i_{as}$ ,  $i_{bs}$  et  $i_{cs}$ , en imposant un angle de transformation nul (repère fixe lié au stator) :

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

On simplifie :

$$\begin{aligned} i_{\alpha s} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left( i_{as} - \frac{(i_{bs} + i_{cs})}{2} \right) \\ i_{\beta s} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (i_{bs} - i_{cs}) \end{aligned} \quad (4.29)$$

En tenant compte que  $i_{as} + i_{bs} + i_{cs} = 0$ , alors

$$(i_{bs} + i_{cs}) = -i_{as} \quad (4.30)$$

On remplace dans l'expression de  $i_{\alpha s}$  :

$$i_{\alpha s} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( i_{as} + \frac{i_{as}}{2} \right) = \sqrt{\frac{3}{2}} i_{as} \quad (4.31)$$

$$i_{\beta s} = \frac{1}{\sqrt{2}} (i_{bs} + (i_{as} + i_{bs})) = \frac{1}{\sqrt{2}} (2i_{bs} + i_{as}) \quad (4.32)$$

Ces expressions de  $i_{\alpha s}$  et  $i_{\beta s}$  ne dépendent que de  $i_{as}$ ,  $i_{bs}$ . Ils sont indépendants de  $i_{cs}$ . On profite de ce fait pour mesurer les courants de deux phases statoriques au lieu de trois.

De même, les tensions  $v_{\alpha s}$  et  $v_{\beta s}$  se déduisent en appliquant la transformation de Park sur les tensions de phases statoriques mesurées  $v_{as}$ ,  $v_{bs}$  et  $v_{cs}$ , en imposant un angle de transformation nul (repère fixe lié au stator) :

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha s} \\ v_{\beta s} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

On simplifie :

$$\begin{aligned} v_{\alpha s} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left( v_{as} - \frac{v_{bs}}{2} - \frac{v_{cs}}{2} \right) = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( \frac{v_{as}}{2} - \frac{v_{bs}}{2} + \frac{v_{as}}{2} - \frac{v_{cs}}{2} \right) = \frac{1}{\sqrt{6}} ((v_{as} - v_{bs}) + (v_{as} - v_{cs})) \\ v_{\beta s} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} v_{bs} - \frac{\sqrt{3}}{2} v_{cs} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} (v_{bs} - v_{cs}) \end{aligned} \quad (4.34)$$

En tenant compte des notions des tensions composées :  $v_{ba} = v_{as} - v_{bs}$ ,  $v_{ca} = v_{as} - v_{cs}$  et  $v_{cb} = v_{bs} - v_{cs}$  :

$$v_{\alpha s} = \frac{1}{\sqrt{6}}(v_{ba} + v_{ca}) \quad (4.35)$$

$$v_{\beta s} = \frac{1}{\sqrt{2}}v_{cb} \quad (4.36)$$

Ainsi, pour déduire  $v_{\alpha s}$  et  $v_{\beta s}$ , on mesure les tensions entre phases du stator de la machine, ce qui est plus facile par rapport à la mesure des tensions des phases.

## 8.2 Estimation du couple électromagnétique

Le couple électromagnétique est exprimé en fonction des composantes du flux statorique  $\phi_{\alpha s}$  et  $\phi_{\beta s}$  et des composantes du courant statorique  $i_{\alpha s}$ ,  $i_{\beta s}$ , par la relation suivante :

$$C_e = p(\phi_{\alpha s} i_{\beta s} - \phi_{\beta s} i_{\alpha s}) \quad (4.37)$$

On peut alors déduire facilement, à travers cette équation, l'estimation du couple électromagnétique, à partir de l'estimation du flux statorique et de la mesure du courant statorique.

## 9 Schéma de la commande directe de couple

Le schéma de la commande directe de couple est indiqué à la figure 4.10. L'angle  $\theta$  fournie par l'estimateur de flux permet de déduire le secteur  $S$ . Le flux et le couple estimés sont comparés à leurs références pour générer les signaux  $d_\phi$  et  $d_c$ . La table de commutation génère les signaux de commande de l'onduleur à la base des signaux  $S$ ,  $d_\phi$  et  $d_c$ .

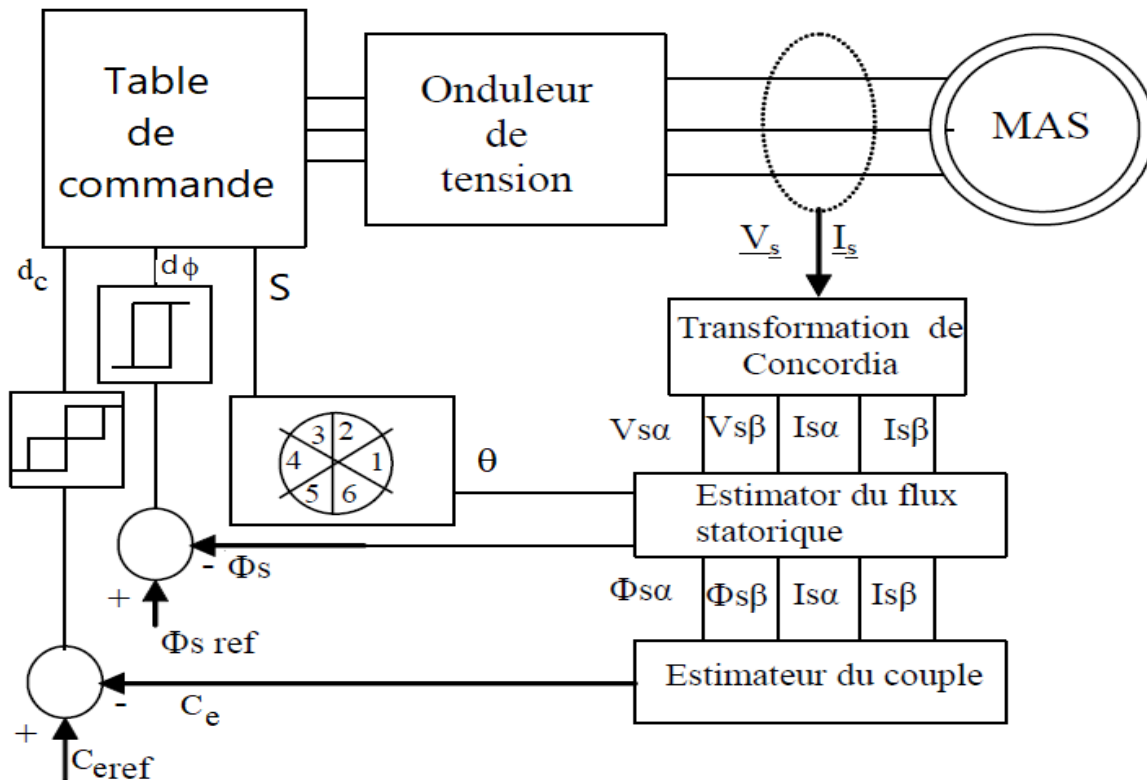


Fig.4.10 Schéma de la commande directe de couple

## 10 Simulation de la commande directe du couple

La figure 4.11 montre la simulation d'une machine asynchrone alimenté par un onduleur commande par la commande directe du couple. On présente la forme temporelle du couple, de la vitesse, du courant statorique et du flux statorique, ainsi que la trajectoire du flux statorique dans le plan  $\alpha\beta$ .

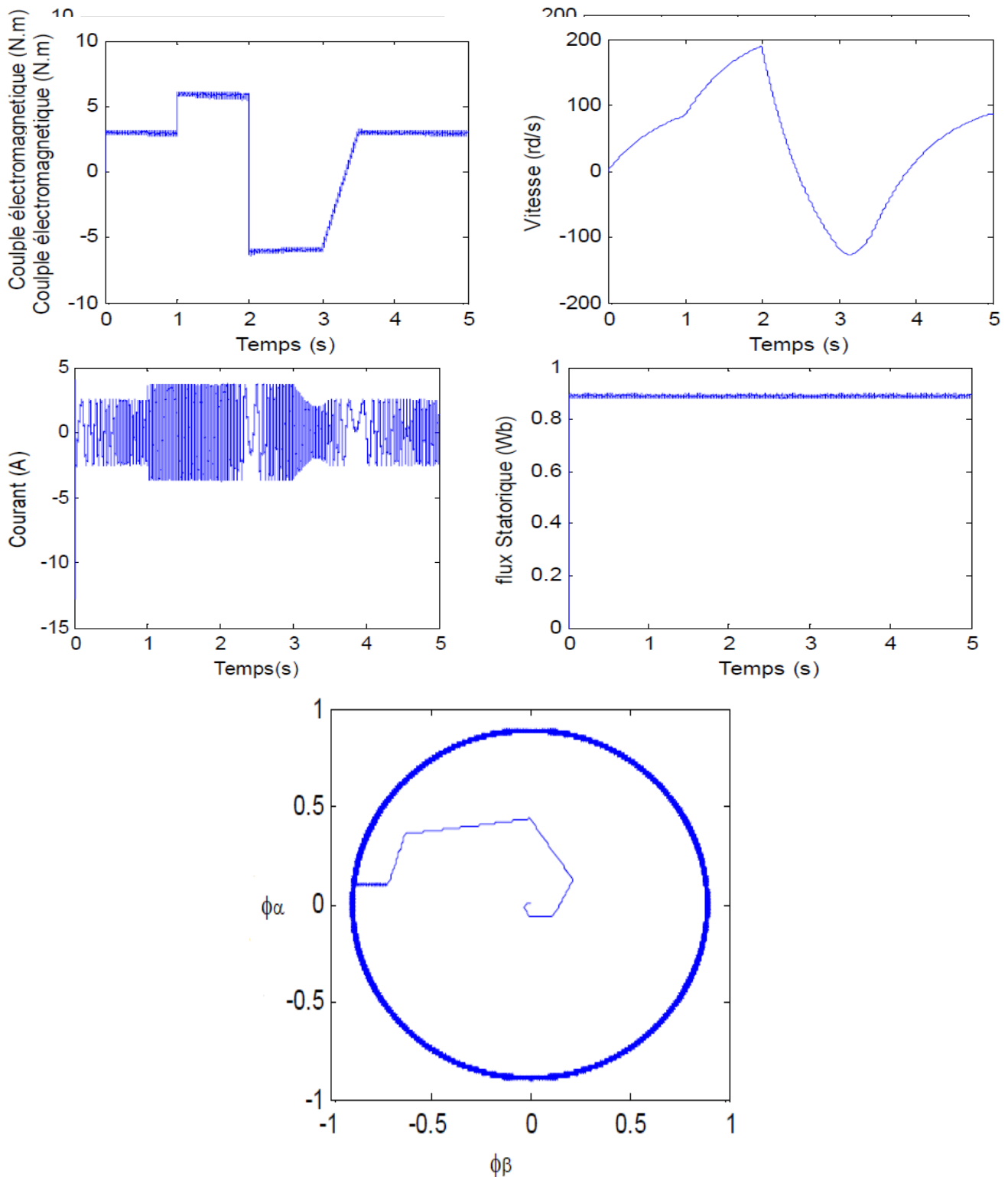


Fig.4.11 Simulation de la commande directe de couple de l'association onduleur MAS

## 11 Commande directe du couple avec réglage de la vitesse

Dans les systèmes de commande pratiques, la référence du couple est fournie par un régulateur de la vitesse. Pour étendre la plage de variation de la vitesse, le flux de référence est fourni par un bloc de défluxage, piloté par la vitesse de référence. La figure 4.12 montre le schéma de la commande directe de couple de la MAS avec réglage de la vitesse d'une machine asynchrone. La figure 4.13 montre les résultats de simulation de cette commande avec réglage de la vitesse.

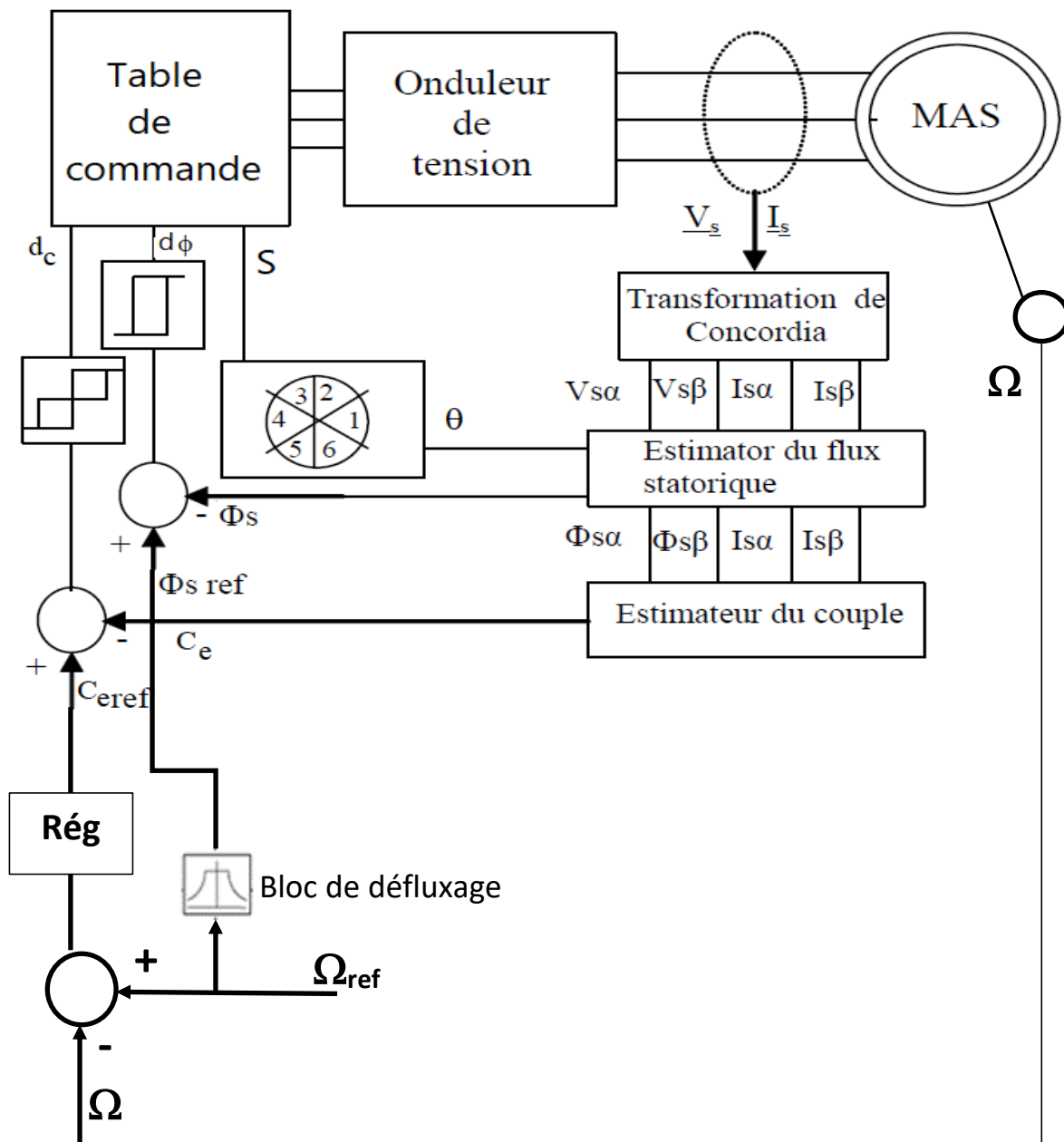


Fig.4.12 Schéma de la commande directe de couple avec réglage de la vitesse

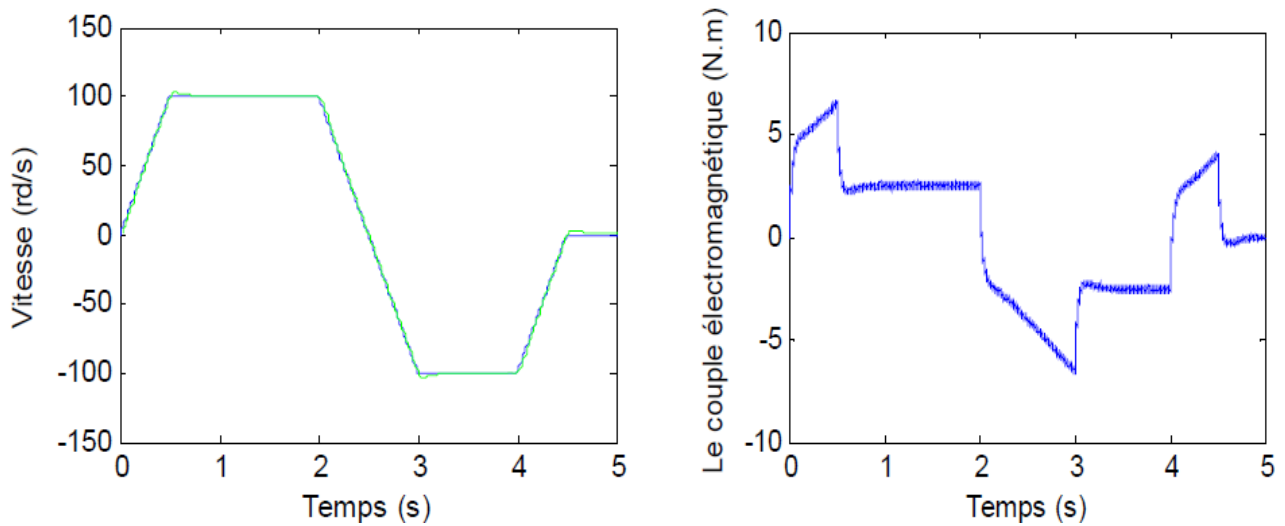


Fig.4.13 Simulation de la commande directe de couple avec réglage de la vitesse

### Références bibliographiques

- ❖ Contrôle de la machine asynchrone, A. Meroufel, U. Belabes
- ❖ Electrotechnique approfondie et commande des machines électrique, A. Elbacha, Z. Boulghassoul, U. Kadi Iyyad, Marrakech, Maroc.
- ❖ Commande des machines électriques Master ESI, R Dhifaoui, O. Hasnaoui.
- ❖ Modern Power Electronics and AC Drivers B. k. BOSE, 2001
- ❖ Dynamic and Control of Electrical Drives, P. Wash, 2011