

توزيع كاي مربع Chi-square distribution

هو أيضا من التوزيعات الاحتمالية المتصلة المهمة وله استخدامات واسعة في مجالات الاستدلال

الاحصائي المتعلقة بالتباين، ويرمز لتوزيع كاي مربع بالرمز $\chi^2_{\alpha, v}$

III. 1. دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع كاي مربع:

تعطى الدالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع كاي مربع بالعلاقة التالية:

$$f(\chi^2) = c(\chi^2)^{\frac{v-2}{2}} e^{-\frac{\chi^2}{2}}$$

حيث:

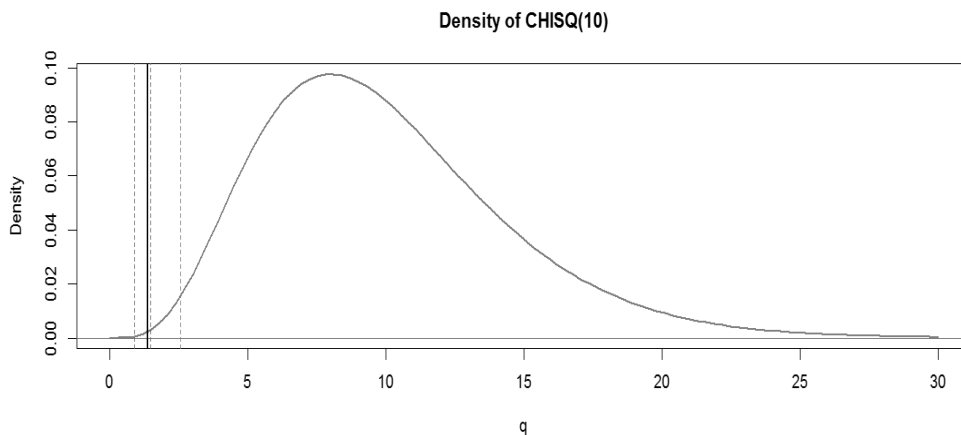
v : تمثل درجة الحرية / $v = n - 1$ علما أن n ترمز لحجم العينة

c : عبارة عن ثابت

III. 2. التمثيل البياني لتوزيع كاي مربع وخصائصه

إن التمثيل البياني لدالة الكثافة السابقة يعطى الشكل التالي:

الشكل رقم (01): التمثيل البياني لتوزيع كاي مربع



من خلال الشكل أعلاه نلاحظ أن توزيع كاي مربع يتميز بما يلي:

1. مدى المتغير الذي يتبع توزيع كاي مربع يبدأ من الصفر إلى اللانهاية، وبالتالي فالتمثيل البياني يقع في الربع الأول من المستوي؛

2. التمثيل البياني لكاي مربع غير متناظر ملتوي جهة اليمين لأن مداه محدود بالصفر من جهة اليسار وغير محدود من جهة اليمين.

3. المساحة تحت المنحنى تساوي الواحد، وبالتالي إذا كانت لدينا نقطة a فإن:

$$p(\chi^2 \leq a) + p(\chi^2 > a) = 1$$

3. III. حساب الاحتمال واستخدام جدول كاي مربع

يتشابه جدول توزيع كاي مربع من حيث تركيبته وطريقة استخدامه مع جدول توزيع ستودنت، حيث يتكون من:

- محور عمودي يضم درجات الحرية؛
 - محور أفقي يضم الاحتمالات؛
 - ما بين المحورين أي داخل الجدول يضم قيم χ^2 الموافقة لدرجات حرية معينة.
- و نستخدم جدول كاي مربع مباشرة لحساب احتمال معين، فمثلا لحساب الاحتمال $p(\chi^2 \leq a)$ نتبع الخطوات التالية:

1. نبحث عن درجة الحرية على العمود الخاص بدرجات الحرية؛
 2. نبحث عن قيمة χ^2 أو أقرب قيمة لها على السطر المقابل للدرجة الحرية المحددة في الخطوة الأولى؛
 3. نقوم بالإسقاط على المحور الأفقي الخاص بالاحتمالات فنتحص على الاحتمال المطلوب.
- وللتوضيح أكثر نستعين بالجدول التالي:

n / p	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,250	0,500	0,750	0,900	0,95	0,975	0,990	0,995
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,10	0,45	1,32	2,71	3,84	5,02	6,64	7,88
2	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	0,58	1,39	2,77	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	1,21	2,37	4,11	6,25	7,82	9,35	11,35	12,84
4	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	1,92	3,36	5,39	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	2,67	4,35	6,63	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	3,45	5,35	7,84	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	4,25	6,35	9,04	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	5,07	7,34	10,22	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95
9	1,74	2,09	2,70	3,33	4,17	5,90	8,34	11,39	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	6,74	9,34	12,55	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19
11	2,60	3,05	3,82	4,58	5,58	7,58	10,34	13,70	17,28	19,68	21,92	24,72	26,76
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	8,44	11,34	14,85	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	9,30	12,34	15,98	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82
14	4,08	4,66	5,63	6,57	7,79	10,17	13,34	17,12	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	11,04	14,34	18,25	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	11,91	15,34	19,37	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,09	12,79	16,34	20,49	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72
18	6,27	7,02	8,23	9,39	10,87	13,68	17,34	21,61	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16
19	6,84	7,63	8,91	10,12	11,65	14,56	18,34	22,72	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58
20	7,43	8,26	9,59	10,85	12,44	15,45	19,34	23,83	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00
21	8,03	8,90	10,28	11,59	13,24	16,34	20,34	24,94	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40
22	8,64	9,54	10,98	12,34	14,04	17,24	21,34	26,04	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80
23	9,26	10,20	11,69	13,09	14,85	18,14	22,34	27,14	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18
24	9,89	10,86	12,40	13,85	15,66	19,04	23,34	28,24	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56
25	10,52	11,52	13,12	14,61	16,47	19,94	24,34	29,34	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93
26	11,16	12,20	13,84	15,38	17,29	20,84	25,34	30,43	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29
27	11,81	12,88	14,57	16,15	18,11	21,75	26,34	31,53	36,74	40,11	43,19	46,96	49,64
28	12,46	13,56	15,31	16,93	18,94	22,66	27,34	32,62	37,92	41,34	44,46	48,28	50,99
29	13,12	14,26	16,05	17,71	19,77	23,57	28,34	33,71	39,09	42,56	45,72	49,59	52,34
30	13,79	14,95	16,79	18,49	20,60	24,48	29,34	34,80	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67
40	20,71	22,16	24,43	26,51	29,05	33,66	39,34	45,62	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77
50	27,99	29,71	32,36	34,76	37,69	42,94	49,33	56,33	63,17	67,50	71,42	76,15	79,49
60	35,53	37,48	40,48	43,19	46,46	52,29	59,33	66,98	74,40	79,08	83,30	88,38	91,95
70	43,28	45,44	48,76	51,74	55,33	61,70	69,33	77,58	85,53	90,53	95,02	100,4	104,2
80	51,17	53,54	57,15	60,39	64,28	71,14	79,33	88,13	96,58	101,9	106,6	112,3	116,3
90	59,20	61,75	65,65	69,13	73,29	80,62	89,33	98,65	107,6	113,1	118,1	124,1	128,3
100	67,33	70,06	74,22	77,93	82,36	90,13	99,33	109,1	118,5	124,3	129,6	135,8	140,2

ثانياً:

نقوم

بالإسقاط

لمباشر

لقيمة

 χ^2 على

هذا

المحور

والقيمة

المقابلة

لها تمثل

الاحتمال

المطلوب

اولا نبحث
في هذا
العمود عن
درجة الحرية
والتى
تساوي
 $V=n-1$
نبحث على
السطر
المقابل لها
عن
قيمة χ^2 او
اقرب قيمة
لها

ملاحظة: الجدول المرافق لهذه المطبوعة خاص بالاحتمالات من الشكل $p(\chi^2 \leq a)$ وإذا كان

المطلوب هو العكس نستعمل خاصية مجموع الاحتمالات يساوي الواحد.

مثال:

1. من أجل درجة الحرية $v = 10$ أحسب الاحتمالات: $p(\chi^2 \leq 20.5)$, $p(\chi^2 > 20.5)$.
2. من أجل درجة حرية $v = 15$ أوجد a بحيث: $p(\chi^2 > a) = 0.10$, $p(\chi^2 > a) = 0.25$.

الحل:

1. حساب الاحتمالات:

$$p(\chi^2 \leq 20.5) = ?$$

نستخدم الجدول مباشرة لاستخراج الاحتمال كالتالي:

اولا نبحث في هذا

العمود عن درجة

الحرية $V=10$ ثم

نبحث على

السطر المقابل

لها عن

 $\chi^2 = 20.5$

القيمة غير

موجودة وأقرب

قيمة لها 20.48

n / p	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,250	0,500	0,750	0,900	0,95	0,975	0,990	0,995
n													
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,10	0,45	1,32	2,71	3,84	5,02	6,64	7,88
2	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	0,58	1,39	2,77	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	1,21	2,37	4,11	6,25	7,82	9,35	11,35	12,84
4	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	1,92	3,36	5,39	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	2,67	4,35	6,63	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	3,45	5,35	7,84	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	4,25	6,35	9,04	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	5,07	7,34	10,22	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95
9	1,74	2,09	2,70	3,33	4,17	5,90	8,34	11,39	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	6,74	9,34	12,55	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19
11	2,60	3,05	3,82	4,58	5,58	7,58	10,34	13,70	17,28	19,68	21,92	24,72	26,76
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	8,44	11,34	14,85	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30

$$p(\chi^2 \leq 20.5) = 0.975 \quad \text{ومنه:}$$

$$p(\chi^2 > 20.5) = 1 - p(\chi^2 \leq 20.5)$$

$$= 1 - 0.975$$

$$p(\chi^2 > 20.5) = 0.025$$

$$p(\chi^2 \leq a) + p(\chi^2 > a) = 1 \quad \text{تذكر:}$$

2. إيجاد قيم a علما أن $v = 15$

$$p(\chi^2 > a) = 0.10 \Rightarrow 1 - p(\chi^2 \leq a) = 0.10$$

$$\Rightarrow p(\chi^2 \leq a) = 0.90$$

$$\Rightarrow a = 22.31$$

إن نبحث داخل جدول كاي مربع عن قيمة a التي تمثل نقطة تقاطع العمود الموافق للاحتمال 0.90، والسطر الموافق لدرجة الحرية: $v = 15$ كما يلي:

n / p	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,250	0,500	0,750	0,900	0,95	0,975	0,990	0,995
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,10	0,45	1,32	2,71	3,84	5,02	6,64	7,88
2	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	0,58	1,39	2,77	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	1,21	2,37	4,11	6,25	7,82	9,35	11,35	12,84
4	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	1,92	3,36	5,39	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	2,67	4,35	6,63	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	3,45	5,35	7,84	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	4,25	6,35	9,04	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	5,07	7,34	10,22	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95
9	1,74	2,09	2,70	3,33	4,17	5,90	8,34	11,39	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	6,74	9,34	12,55	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19
11	2,60	3,05	3,82	4,58	5,58	7,58	10,34	13,70	17,28	19,68	21,92	24,72	26,76
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	8,44	11,34	14,85	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	9,30	12,34	15,98	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82
14	4,08	4,66	5,63	6,57	7,79	10,17	13,34	17,12	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	11,04	14,34	18,25	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	11,91	15,34	19,37	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27

$$p(\chi^2 > a) = 0.25 \Rightarrow 1 - p(\chi^2 \leq a) = 0.25$$

$$\Rightarrow p(\chi^2 \leq a) = 0.75$$

$$\Rightarrow a = 18.25$$

توزيع فيشر Fisher distribution

من التوزيعات الاحتمالية الهامة التي تستخدم في الاستدلال الاحصائي خاصة في شقه المتعلق

باختبار الفرضيات ويُرمز له بالرمز $F_{V_1, V_2, \alpha}$.

1. دالة كثافة توزيع فيشر:

تعطى دالة كثافة توزيع فيشر بالعلاقة التالية:

$$f(F) = \frac{c F^{\frac{v_1-2}{2}}}{(v_2 + v_1 F)^{\frac{(v_1+v_2)}{2}}}$$

بحيث:

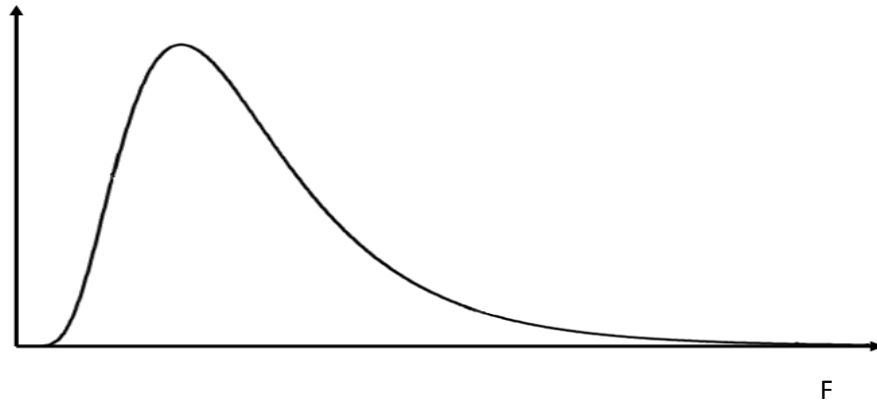
- v_1 : درجة حرية البسط / $v_1 = n_1 - 1$ و n_1 تمثل حجم العينة الأولى؛

- v_2 : درجة حرية المقام / $v_2 = n_2 - 1$ و n_2 تمثل حجم العينة الثانية.

II. التمثيل البياني لتوزيع فيشر وخصائصه:

يأخذ التمثيل البياني لدالة كثافة توزيع فيشر شكل مشابه لتوزيع كاي مربع كما هو موضح أدناه:

الشكل رقم (2): التمثيل البياني لتوزيع فيشر



يتميز توزيع فيشر بالخصائص التالية:

- هو توزيع غير متناظر حيث أنه ملتوى جهة اليمين؛
- توزيع فيشر دائماً موجب؛
- يعتمد شكل التوزيع على درجات الحرية، حيث كلما ازدادت درجات الحرية اقترب شكل توزيع فيشر من شكل التوزيع الطبيعي؛

III. حساب الاحتمال وطريقة استخدام الجدول الاحصائي لفisher:

هناك عدة جداول لتوزيع فيشر، يرتبط كل جدول باحتمال معين α . ويتطلب استخراج الاحتمال من الجدول توفر درجة حرية البسط v_1 ، ودرجة حرية المقام v_2 إلى جانب قيمة إحصاءة فيشر F . حيث يتكون الجدول من:

- محور أفقي يضم درجة حرية البسط v_1 ؛
- محور عمودي يضم درجة حرية المقام v_2 ؛
- ما بين المحورين تضم قيم F ، حيث كل قيمة ترتبط بدرجة حرية معينة للبسط وأخرى للمقام واحتمال معين أي: $F(v_1, v_2)$. ويتم استخدام الجداول كالتالي:
- إذا كان المطلوب هو استخراج قيمة إحصاءة فيشر الموافقة لدرجات حرية واحتمال معين، فإننا نختار الجدول الخاص بالاحتمال المطلوب، وفيه نبحث عن قيمة F التي تمثل نقطة تقاطع العمود الموافق لدرجة حرية البسط v_1 ، والسطر الموافق لدرجة حرية المقام v_2 .

المحاضرة رقم (06): توزيع كاي مربع + توزيع فيشر

- إذا كان المطلوب هو البحث عن الاحتمال الموافق لاحصاءة فيشر بدرجات حرية معينة فإننا نبحث في الجداول (كل جدول على حدى) عن قيمة $F(v_1, v_2)$ التي تمثل نقطة التقاطع أو أقرب قيمة لها.

ملاحظة هامة: في بعض الأحيان لا نستطيع استخراج بعض القيم لعدم وجود جداول بالاحتمالات الخاصة بها، هنا نستعين بالعلاقة التالية:

$$F(\alpha, v_1, v_2) = \frac{1}{F(1 - \alpha, v_2, v_1)}$$

مثال:

- أوجد قيمة الاحصاءة F في الحالات التالية: $F(0.05, 5, 10) = ?$ ، $F(0.95, 10, 15) = ?$
- أوجد الاحتمال α بحيث: $F(\alpha, 9, 7) = 3.68$.

الحل:

1. إيجاد قيم F :

- $F(0.95, 10, 15) = ?$

نختار جدول فيشر الموافق للاحتمال $\alpha = 0.95$ ثم نبحث عن نقطة التقاطع بين العمود الموافق

لدرجة الحرية $v_1 = 10$ والسطر الموافق لدرجة الحرية $v_2 = 15$ فنجد أن:

$$F(0.95, 10, 15) = 2.54 \text{ كما هو موضح في الجدول أدناه:}$$

$p = 0.95$

dl1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	50	100	inf
dl2															
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	248	250	252	253	254
2	18.5	19.0	19.2	19.3	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
3	10.1	9.6	9.3	9.1	9.0	8.9	8.9	8.8	8.8	8.8	8.7	8.6	8.6	8.5	8.5
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.80	5.75	5.70	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.56	4.50	4.44	4.41	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	3.87	3.81	3.75	3.71	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.45	3.38	3.32	3.28	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.15	3.08	3.02	2.98	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	2.94	2.86	2.80	2.76	2.71
10	4.97	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.77	2.70	2.64	2.59	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.10	3.01	2.95	2.90	2.85	2.65	2.57	2.51	2.46	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.54	2.47	2.40	2.35	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.46	2.38	2.31	2.26	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.39	2.31	2.24	2.19	2.13
15	4.54	3.68	3.28	3.05	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.33	2.25	2.18	2.12	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.28	2.19	2.12	2.07	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.97	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.23	2.15	2.08	2.02	1.96

المحاضرة رقم (06): توزيع كاي مربع + توزيع فيشر

- $F(0.05, 5, 10) = ?$

المفروض أن نتبع نفس الطريقة، لكن نلاحظ أن الاحتمال المعطى هنا هو $\alpha = 0.05$ ، ولا يوجد

ضمن الجداول المعطاة. هنا نستعمل القاعدة: $F(v_1, v_2) = \frac{1}{F(1-\alpha, v_2, v_1)}$ حيث:

$$1 - \alpha = 1 - 0.05 = 0.95$$

$$F(0.05, 5, 10) = \frac{1}{F(0.95, 10, 5)} \quad \text{إذن:}$$

ونستخرج القيمة $F(0.95, 10, 5)$ بنفس الطريقة من الجدول الخاص بالاحتمال 0.95 حيث نجد:

$$F(0.95, 10, 5) = 4.74, \text{ ومنه:}$$

$$F(0.05, 5, 10) = \frac{1}{4.74}$$

$$F(0.05, 5, 10) = 0.21$$

2. إيجاد الاحتمالات:

- $F(\alpha, 9, 7) = 3.68$

نبحث عن القيمة $F = 3.68$ الناتجة عن تقاطع العمود $v_1 = 9$ مع السطر $v_2 = 7$ في كل

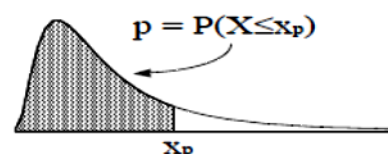
جداول فيشر المعطاة (أو أقرب قيمة لها) والاحتمال المسجل على الجدول الذي يضم $F = 3.68$ أو

أقرب قيمة لها هو الاحتمال المطلوب. بالبحث نجد أن الاحتمال المطلوب هو 0.95.

$$\text{حيث: } F(0.95, 9, 7) = 3.68.$$

1 Table des quantiles de la v.a. de Fisher

Fournit les quantiles x_p tels que
 $P(X \leq x_p) = p$
 pour $X \sim F_{n1;n2}$



$p=0.95$

n1 n2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	50	100	inf
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	246	248	250	252	253	254
2	18,5	19,0	19,2	19,3	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,43	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5
3	10,1	9,6	9,3	9,1	9,0	8,9	8,9	8,8	8,8	8,8	8,70	8,7	8,6	8,6	8,5	8,5
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,86	5,80	5,75	5,70	5,66	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,62	4,56	4,50	4,44	4,41	4,37
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	3,94	3,87	3,81	3,75	3,71	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,51	3,45	3,38	3,32	3,28	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,22	3,15	3,08	3,02	2,98	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,01	2,94	2,86	2,80	2,76	2,71
10	4,97	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,85	2,77	2,70	2,64	2,59	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,10	3,01	2,95	2,90	2,85	2,72	2,65	2,57	2,51	2,46	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,62	2,54	2,47	2,40	2,35	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,53	2,46	2,38	2,31	2,26	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,46	2,39	2,31	2,24	2,19	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,40	2,33	2,25	2,18	2,12	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,35	2,28	2,19	2,12	2,07	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,97	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,31	2,23	2,15	2,08	2,02	1,96
18	4,41	3,56	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,27	2,19	2,11	2,04	1,98	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,23	2,16	2,07	2,00	1,94	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,20	2,12	2,04	1,97	1,91	1,84
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,41	2,34	2,28	2,24	2,09	2,01	1,92	1,84	1,78	1,71
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,17	2,02	1,93	1,84	1,76	1,70	1,62
35	4,12	3,27	2,87	2,64	2,49	2,37	2,29	2,22	2,16	2,11	1,96	1,88	1,79	1,70	1,64	1,56
40	4,09	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	1,92	1,84	1,74	1,66	1,59	1,51
45	4,06	3,20	2,81	2,58	2,42	2,31	2,22	2,15	2,10	2,05	1,89	1,81	1,71	1,63	1,55	1,47
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,03	1,87	1,78	1,69	1,60	1,53	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,84	1,75	1,65	1,56	1,48	1,39
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,14	2,07	2,02	1,97	1,81	1,72	1,62	1,53	1,45	1,35
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,13	2,06	2,00	1,95	1,79	1,70	1,60	1,51	1,43	1,32
90	3,95	3,10	2,71	2,47	2,32	2,20	2,11	2,04	1,99	1,94	1,78	1,69	1,59	1,49	1,41	1,30
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,10	2,03	1,98	1,93	1,77	1,68	1,57	1,48	1,39	1,28
150	3,90	3,06	2,67	2,43	2,27	2,16	2,07	2,00	1,94	1,89	1,73	1,64	1,54	1,44	1,35	1,22
200	3,89	3,04	2,65	2,42	2,26	2,14	2,06	1,99	1,93	1,88	1,72	1,62	1,51	1,41	1,32	1,19
inf	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,67	1,57	1,46	1,35	1,24	1,00

p=0.99

n1 n2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	50	100	inf
1	4052	5000	5403	5625	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6157	6209	6261	6303	6334	6366
2	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99,4	99,4	99,5	99,5	99,5	99,5
3	34,1	30,8	29,5	28,7	28,2	27,9	27,7	27,5	27,3	27,2	26,9	26,7	26,5	26,4	26,2	26,1
4	21,2	18,0	16,7	16,0	15,5	15,2	15,0	14,8	14,7	14,5	14,20	14,02	13,84	13,69	13,58	13,46
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,46	10,29	10,16	10,05	9,72	9,55	9,38	9,24	9,13	9,02
6	13,75	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,56	7,40	7,23	7,09	6,99	6,88
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,99	6,84	6,72	6,62	6,31	6,16	5,99	5,86	5,75	5,65
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,18	6,03	5,91	5,81	5,52	5,36	5,20	5,07	4,96	4,86
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,61	5,47	5,35	5,26	4,96	4,81	4,65	4,52	4,41	4,31
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,20	5,06	4,94	4,85	4,56	4,41	4,25	4,12	4,01	3,91
11	9,65	7,21	6,22	5,67	5,32	5,07	4,89	4,74	4,63	4,54	4,25	4,10	3,94	3,81	3,71	3,60
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,64	4,50	4,39	4,30	4,01	3,86	3,70	3,57	3,47	3,36
13	9,07	6,70	5,74	5,21	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	3,82	3,66	3,51	3,38	3,27	3,17
14	8,86	6,51	5,56	5,04	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,66	3,51	3,35	3,22	3,11	3,00
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,52	3,37	3,21	3,08	2,98	2,87
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,41	3,26	3,10	2,97	2,86	2,75
17	8,40	6,11	5,19	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,31	3,16	3,00	2,87	2,76	2,65
18	8,29	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,84	3,71	3,60	3,51	3,23	3,08	2,92	2,78	2,68	2,57
19	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52	3,43	3,15	3,00	2,84	2,71	2,60	2,49
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,70	3,56	3,46	3,37	3,09	2,94	2,78	2,64	2,54	2,42
25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,85	3,63	3,46	3,32	3,22	3,13	2,85	2,70	2,54	2,40	2,29	2,17
30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,30	3,17	3,07	2,98	2,70	2,55	2,39	2,25	2,13	2,01
35	7,42	5,27	4,40	3,91	3,59	3,37	3,20	3,07	2,96	2,88	2,60	2,44	2,28	2,14	2,02	1,89
40	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99	2,89	2,80	2,52	2,37	2,20	2,06	1,94	1,81
45	7,23	5,11	4,25	3,77	3,45	3,23	3,07	2,94	2,83	2,74	2,46	2,31	2,14	2,00	1,88	1,74
50	7,17	5,06	4,20	3,72	3,41	3,19	3,02	2,89	2,78	2,70	2,42	2,27	2,10	1,95	1,82	1,68
60	7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	3,12	2,95	2,82	2,72	2,63	2,35	2,20	2,03	1,88	1,75	1,60
70	7,01	4,92	4,07	3,60	3,29	3,07	2,91	2,78	2,67	2,59	2,31	2,15	1,98	1,83	1,70	1,54
80	6,96	4,88	4,04	3,56	3,26	3,04	2,87	2,74	2,64	2,55	2,27	2,12	1,94	1,79	1,65	1,49
90	6,93	4,85	4,01	3,53	3,23	3,01	2,84	2,72	2,61	2,52	2,24	2,09	1,92	1,76	1,62	1,46
100	6,90	4,82	3,98	3,51	3,21	2,99	2,82	2,69	2,59	2,50	2,22	2,07	1,89	1,74	1,60	1,43
150	6,81	4,75	3,91	3,45	3,14	2,92	2,76	2,63	2,53	2,44	2,16	2,00	1,83	1,66	1,52	1,33
200	6,76	4,71	3,88	3,41	3,11	2,89	2,73	2,60	2,50	2,41	2,13	1,97	1,79	1,63	1,48	1,28
inf	6,64	4,61	3,78	3,32	3,02	2,80	2,64	2,51	2,41	2,32	2,04	1,88	1,70	1,52	1,36	1,00