Corrigé Travaux dirigés N°1

Exercice 01

1.

$\boldsymbol{T(K) = T(°\mathrm{C}) + 273.15}$

$\boldsymbol{T(°\mathrm{F}) = 1.8\, T(°\mathrm{C}) + 32}$

$\boldsymbol{T(°R) = 1.8\, T(°\mathrm{C}) + 491.67}$

T(°C)	T(K)	T(°F)	T(°R)
100	**373.15**	**212**	**631.67**
50	**323.15**	**122**	**581.67**
0	**273.15**	**32**	**491.67**
-17.78	**255.37**	**0**	**459.67**
-273.15	**0**	**-459.67**	**0**

2. $\boldsymbol{T(°\mathrm{F}) = 1.8\, T(°\mathrm{C}) + 32 \qquad T(°\mathrm{F}) = T(°\mathrm{C}) = x \Rightarrow x = -\frac{32}{0.8} = -40}$

3. $\boldsymbol{T(°R) = 1.8\, T(K) \qquad T(°R) = T(K) = x \Rightarrow 0.8x = 0 \Rightarrow x = 0}$

Exercice 02

1. La chaleur massique exprimée en **S.I.** et en **C.G.S** :

$$\boldsymbol{1\frac{Btu}{lbF} = \frac{1055J}{0.4555kg\,\frac{°C}{1.8}} = 4187\frac{J}{kg.K}}$$

$$\boldsymbol{1\frac{Btu}{lbF} = \frac{4187\, cal}{4185g.°C} = 1\frac{cal}{g.°C}}$$

2. La constante de Stefan-Boltzmann :

$$\boldsymbol{\sigma = 5.67\, x10^{-8}\frac{W}{m^2.K^4} = 5.67x10^{-8}\frac{3.41214\frac{Btu}{h}}{(3.2808ft)^2\ (1.8R)^4} = 0.171x\ 10^{-8}\ \frac{Btu}{hft^2\, R^4}}$$

Exercice 03

- Les pertes de chaleur correspondent au flux de chaleur de la surface intérieure (chaude) à **T_1 = 22 °C** vers la surface extérieure (froide) à **T_2 = 7 °C : Φ = (T_1 - T_2)/ R**
- **R** est la résistance thermique du mur de pierre définie par : **R = e / λ S** avec **e** épaisseur constante du mur, **S** surface des faces du mur et **λ** conductivité thermique de la pierre. Le flux thermique se déplace perpendiculairement le long d'un axe perpendiculaire aux surfaces.
- Dans cette expression **λ** doit être exprimée dans le S.I:

  λ = (0,8.10^3 cal) / (1h. 1m.1°C) = (0,8.10^3. 4,18 J) /(3600s. 1m.1°C) = (0,8.10^3. 4,18)/3600 = **0,93 W.m^{-1}.K^{-1}** λ = **0,93 W.m^{-1}.K^{-1}**
- **R = e / λS = 0,35/(0,93.3,5.5,7)= 0,019 K.W^{-1}**
- **Φ = (T_1 - T_2)/ R = (22 - 7)/0,019 = 794,2W # 794W**

hafsaoui@univ-jijel.dz

Exercice 04

1. La résistance thermique de chaque couche :

La résistance thermique est définie par :

$$R_{th} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{L}{S}$$

- Couche en brique réfractaire :

$$R_1 = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{L_1}{S} = \frac{1}{1.38} \cdot \frac{0.2}{1} = 0.145\ °C/W$$

- Couche en brique isolante :

$$R_2 = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{L_2}{S} = \frac{1}{0.17} \cdot \frac{0.1}{1} = 0.588\ °C/W$$

2. La résistance totale du mur :

Les résistances thermiques sont en série, alors :

$$R_T = R_1 + R_2 = 0.145 + 0.588 = 0.733\ °C/W$$

3. La température intérieure du mur, si la température extérieure est de 30°C et les pertes thermiques sont 1000W :

$$T_{int} - T_{ext} = R_{th} \cdot \phi$$

$$T_{int} = (R_T \cdot \phi) + T_{ext} = (0.733\ x1000) + 30 = 763\ °C$$

Exercice 05

- La résistance pour la cavité d'air est égale à :

$$\frac{1}{R_{air}} = (h_r + \frac{\lambda_{air}}{e_2}) L_2 H$$

- La résistance pour la partie centrale sera:

$$R(L_2) = R_{air} + \frac{2e_1}{\lambda_b L_2 H} = \frac{1}{L_2 H}\left(\frac{e_2}{h_r e_2 + \lambda_{air}} + \frac{2e_1}{\lambda_b}\right)$$

- La résistance pour les " parties pleines " est égale à :

$$R(2L_1) = \frac{2e_1 + e_2}{\lambda_b 2 L_1 H}$$

- En introduisant une conductivité équivalente λ_{eq} pour le matériau composite considéré alors comme un matériau conductif homogène, la résistance globale de la brique sera :

$$\frac{1}{R_b} = \frac{1}{R(L_2)} + \frac{1}{R(2L_1)} = \frac{\lambda_{eq}(2L_1 + L_2)H}{2e_1 + e_2}$$

A.N : $R(L_2) = 2.029 / H\ ;\ R(2L_1) = 2 / H\ ;\ \lambda_{eq} \approx 0{,}5\ w.m^{-1}.K^{-1}$

Exercice 06

1. Le flux de chaleur qui traverse perpendiculairement ce mur, en régime permanent :

$$T_{int} - T_{ext} = R_{th}.\phi = \frac{L}{\lambda S}.\phi \Rightarrow \phi = \frac{T_{int} - T_{ext}}{R_{th}} = \frac{T_{int} - T_{ext}}{\frac{L}{\lambda S}}$$

$$\phi = \frac{T_{int} - T_{ext}}{\frac{L}{\lambda S}} = \frac{20-5}{\frac{0.2}{0.92X15}} = 1035W$$

2. On isole maintenant ce mur en ajoutant une couche de laine de verre de **8 cm** d'épaisseur et une plaque de plâtre de **2 cm** d'épaisseur.

- Conductivité thermique du plâtre : **0,50 W/ (m. °C)**
- Conductivité thermique du verre : **0,04 W/ (m. °C)**

La nouvelle valeur du flux de chaleur à travers le mur isolé :

$$\phi = \frac{T_{int} - T_{ext}}{R_{th}} = \frac{T_{int} - T_{ext}}{\frac{L_1}{\lambda_1 S} + \frac{L_2}{\lambda_2 S} + \frac{L_3}{\lambda_3 S}}$$

$$\phi = \frac{20-5}{\left(\frac{0.2}{0.92X15}\right) + \left(\frac{0.08}{0.04X15}\right) + \left(\frac{0.02}{0.50X15}\right)} = 99.67W$$

Exercice 07

Les résistances thermiques sont :

Pour la convection interne : **r_i = 0,11 m^2.K.W^{-1}**

Pour la convection externe : **r_e = 0,06 m^2.K.W^{-1}**

Pour la conduction $R = \frac{e}{\lambda} = \frac{0,1}{1,1}$ **= 0,091 m^2.K.W^{-1}**

2) Le flux par mètre carré de surface: **$\varphi = K.(T_A - T_B)$**

K, le coefficient global de transmission. Son inverse est égal à la somme des résistances thermiques :

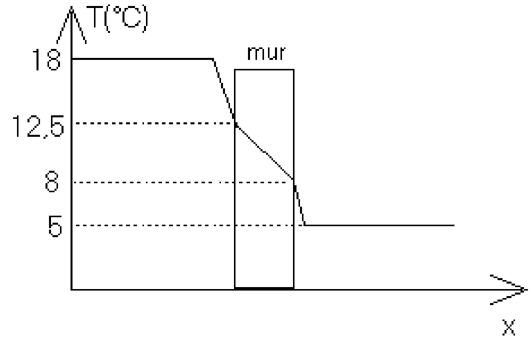
1/K = r_i + r_e + R = 0,261 d'où K = 3,83 W^{-2}.m.K^{-1} φ = 49,8 W.m^{-2}

3) **$\varphi.S = h_i S(T_A - T_{AP}) = S(T_A - T_{AP})/r_i$**

d'où :

$T_{AP} = T_A - R_i.\varphi$ T_{AP} = 18 - 0,11.49,8 T_{AP} = 12,5 °C

De la même façon : **$T_{BP} = T_B + R_e.\varphi$ T = 8 °C**



Exercice 08

1. Transferts de chaleur sont monodimensionnels et permanents. Pas de création de chaleur interne : $\Delta T = 0 \Rightarrow \frac{d^2T}{dx^2} = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx} = a \Rightarrow T(x) = a.x + b$

En appliquant les conditions aux limites : **T_0= -5°C** **T_e= 25°C**

$$T(x) = \left(\frac{T_e - T_0}{e}\right).x + T_0$$

A. N : $T(x) = \left(\frac{25+5}{0.1}\right).x - 5$ **[°C]** $T(x) = \left(\frac{25+5}{0.1}\right).x + 268.15$ **[K]**

2. $\varphi = \frac{\lambda}{e}(T_e - T_0) = \frac{0.8}{0.1}.30 = 240W/m^2$ $\phi = \frac{\lambda}{e}(T_e - T_0).S = \frac{0.8}{0.1}.30.15 = 3600W$

3. Supposons qu'il y ait production de chaleur en son milieu. La température est imposée sur une face et le flux sur l'autre : **$T(x=0) = T_0 = -5$°C** **$\varphi(x=e) = \varphi_e$.**

$$\Delta T = -\frac{P}{\lambda} \Rightarrow \frac{d^2T}{dx^2} = -\frac{P}{\lambda} \Rightarrow \frac{dT}{dx} = -\frac{P}{\lambda}x \Rightarrow T(x) = -\frac{P}{2.\lambda}.x^2 + a.x + b$$

En appliquant les conditions aux limites, on trouve les constantes a et b :

$$T(0) = T_0 \Rightarrow \boxed{b = T_0} \qquad \varphi(x) = -\lambda.\frac{dT}{dx} = -\lambda\left(-\frac{P}{\lambda}.x + a\right)$$

$$\varphi(e) = -\lambda\left(-\frac{P}{\lambda}.e + a\right) = P.e - \lambda a = \varphi_e \Rightarrow \boxed{a = \frac{P.e - \varphi_e}{\lambda}} \Rightarrow$$

$$\boxed{T(x) = -\frac{P}{2.\lambda}.x^2 + \left(\frac{P.e - \varphi_e}{\lambda}\right).x + T_0}$$

$$T(e) = -\frac{P}{2.\lambda}.e^2 + \left(\frac{P.e - \varphi_e}{\lambda}\right).e + T_0$$

$$T(e) = \frac{P}{2.\lambda}.e^2 - \left(\frac{\varphi_e.e}{\lambda}\right) + T_0$$

Exercice 09

1. $P = U.I = R.I^2$

Par unité de volume : $\frac{P}{V} = \frac{U.I}{V} = \frac{R.I^2}{V} = \frac{(\rho.l/S).I^2}{S.l}$ $S = \frac{\pi}{4}d^2$ $\frac{P}{V} = \rho.\frac{16.I^2}{\pi^2 d^4}$

$\left(\frac{P}{V}\right)_{cu} = 689.683\ kW/m^3$ $\left(\frac{P}{V}\right)_{graph} = 0,547\ .10^9\ W/m^3$

2. $\Delta T = -\frac{P}{\lambda} \Rightarrow \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = -\frac{P}{\lambda}$ $T(r) = -\frac{P.r^2}{4.\lambda} + b$

En appliquant les conditions aux limites : $T(r_{ext}) = -\frac{P.{r_{ext}}^2}{4.\lambda} + b = T_{ext}$

$$b = T_{ext} + \frac{P.r_{ext}^2}{4.\lambda}$$

$$T(r) = -\frac{P.r^2}{4.\lambda} + T_{ext} + \frac{P.r_{ext}^2}{4.\lambda} = T_{ext} + \frac{P}{4.\lambda}\left(r_{ext}^2 - r^2\right)$$

3. $\Delta T = T(r=0) - T_{ext} = \frac{P}{4.\lambda}\left(r_{ext}^2\right) = \frac{\rho}{\lambda}.\frac{I^2}{\pi^2.d^2}$

cuivre: $\Delta T = 0.01°C$ **Graphite**: $\Delta T = 24°C$

Exercice 10

On se propose d'étudier la déperdition thermique à travers une vitre de **1 m²** de surface et de **4 mm** d'épaisseur.

La température côté intérieur $T_{\infty 1} = 20\ °C$ et la température côté extérieur $T_{\infty 2} = 0\ °C$.

1. La résistance thermique **R** de la vitre :

$$R = \frac{L}{\lambda.S} = \frac{0.004}{(1.2).1} = 3,33.10^{-3}\ °C/W$$

2. En supposant que les transferts de chaleur entre l'air intérieur à **20 °C** et la face intérieure du vitrage, d'une part, et entre la face extérieure du vitrage et l'air extérieur à **0 °C**, puissent être modélisés à l'aide d'un même coefficient de convention **h**:

❖ La déperdition thermique, en **watts** :

$$\phi = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{(R) + \frac{2}{h.S}} \qquad \phi = \frac{20-0}{(3,33.10^{-3}) + \frac{2}{3.5}} = 34.8\ W$$

❖ La température T_1 de la face intérieure du vitrage :

$$T_1 = T_{\infty 1} - \frac{\phi}{h.S} = 10.06\ °C$$

❖ La température T_2 de la face extérieure du vitrage :

$$T_2 = T_{\infty 2} + \frac{\phi}{h.S} = 9.94\ °C$$

Exercice 11

1. Pour maintenir à **5 °C** la température moyenne des faces intérieures, nous supposons que les déperditions calorifiques s'effectuent d'une manière uniforme à travers les six faces du réfrigérateur.

La surface totale :

$$S_T = 2.(h.l + l.p + h.p) = 2.\big((1.2x0.6) + (0.6x0.5) + (1.2x0.5)\big) = 3.24m^2$$

La puissance du groupe frigorifique :

$$\phi = \frac{T_{ext} - T_{int}}{R_{th}} = \frac{T_{ext} - T_{int}}{\frac{L}{\lambda S}} = \frac{20-5}{\frac{0.003}{0.12x3.24}} = 1944W$$

2. La nouvelle puissance :

$$\phi = \frac{T_{ext} - T_{int}}{R_{th}} = \frac{T_{ext} - T_{int}}{2.\frac{L_1}{\lambda_1 S} + \frac{L_2}{\lambda_2 S}} = \frac{20-5}{2.\frac{0.003}{0.12x3.24} + \frac{0.04}{0.04x3.24}} = 46.3W$$

Exercice 12

1. Les coefficients de transmission du mur, du plafond et des vitrages :

Pour les murs :

$\mathbf{S_{mur} = S_{total} - S_{vitre} = 2(10*3 + 5*3) - 8 = 82\ m^2}$

Résistance globale : $R_m = 1/K_m = (1/S_{mur})(1/h_e + 2e_b/\lambda_{beton} + 2R_{air} + e_{br}/\lambda_{brique} + 1/h_i)$

$\mathbf{R_m = 7{,}392768.10^{-3}\ K.W^{-1}}$ $\mathbf{K_m = 135\ W.K^{-1}}$

Pour le plafond :

Résistance globale : $R_p = 1/K_p = (1/S_p)(1/h_e + e_b/\lambda_{beton} + e_{poly}/\lambda_{poly} + 1/h_i)$

$\mathbf{R_p = 0{,}032327\ K.W^{-1}}$ $\mathbf{K_p = 30{,}9\ W.K^{-1}}$

Pour les vitres :

Résistance globale : $R_v = 1/K_v = (1/S)(1/h_e + 2e_v/\lambda_v + R_{air} + 1/h_i)$

$\mathbf{R_v = 0{,}0821195\ K.W^{-1}}$ $\mathbf{K_v = 12{,}2\ W.K^{-1}}$

2. Les températures des faces internes du mur et des vitrages et du plafond :

$\mathbf{\Phi_m = K_m(T_i - T_e) = 135*23 = 3105\ W}$

Comme $\Phi = h_iS(T_i - T_{ip})$

$T_{im} = T_i - \Phi/h_iS = 18 - 3105*0{,}11/82$ $\mathbf{T_{im} = 13{,}8\ °C}$

De la même façon :

$T_{iv} = T_i - \Phi/h_iS_v = 18 - 12{,}177*23*0{,}11/8$ $\mathbf{T_{iv} = 14{,}1\ °C}$

$T_{ip} = T_i - \Phi/h_iS_p = 18 - 30{,}93*23*0{,}11/50$ **$T_{ip} = 16{,}4$ °C**

3. La puissance thermique

$\Phi_T = (135 + 30{,}93 + 12{,}177)23$ **$\Phi_T = 4096$ W**

Exercice 13

1. Transferts de chaleur sont monodimensionnels et permanents. Pas de création de chaleur interne : $\Delta T = 0 \Rightarrow \frac{d^2T}{dx^2} = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx} = a \Rightarrow T(x) = a.x + b$

En appliquant les conditions aux limites : **T_0= -5°C** **T_e= 25°C**

$$T(x) = \left(\frac{T_e - T_0}{e}\right).x + T_0$$

A. N : $T(x) = \left(\frac{25+5}{0.1}\right).x - 5$ **[°C]** $T(x) = \left(\frac{25+5}{0.1}\right).x + 268.15$ **[K]**

2. $\varphi = \frac{\lambda}{e}(T_e - T_0) = \frac{0.8}{0.1}.30 = 240W/m^2$ $\phi = \frac{\lambda}{e}(T_e - T_0).S = \frac{0.8}{0.1}.30.15 = 3600W$

3. Supposons qu'il y ait production de chaleur en son milieu. La température est imposée sur une face et le flux sur l'autre : **$T(x=0) = T_0$= -5°C** **$\varphi(x=e) = \varphi_e$.**

$$\Delta T = -\frac{P}{\lambda} \Rightarrow \frac{d^2T}{dx^2} = -\frac{P}{\lambda} \Rightarrow \frac{dT}{dx} = -\frac{P}{\lambda}x \Rightarrow T(x) = -\frac{P}{2.\lambda}.x^2 + a.x + b$$

En appliquant les conditions aux limites, on trouve les constantes a et b :

$$T(x) = -\frac{P}{2.\lambda}.x^2 + \left(\frac{P.e - \varphi_e}{\lambda}\right).x + T_0$$

$$T(e) = -\frac{P}{2.\lambda}.e^2 + \left(\frac{P.e - \varphi_e}{\lambda}\right).e + T_0$$

$$T(e) = \frac{P}{2.\lambda}.e^2 - \left(\frac{\varphi_e.e}{\lambda}\right) + T_0$$

Exercice 14

- Dans le cas d'un mur cylindrique :

L'équation de la chaleur en coordonnées cylindriques s'écrit sous la forme :

$$\frac{\partial^2T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2T}{\partial z^2} + \frac{P}{\lambda} = \frac{\rho C_p}{\lambda}\frac{\partial T}{\partial t}$$

En régime permanent, sans source interne et en monodimensionnel :

$$\frac{\partial^2T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} = 0$$

La distribution de la température :

$$\frac{T(r)-T_1}{T_2-T_1}=\frac{ln\left(\frac{r}{r_1}\right)}{ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

Le flux thermique :

$$\phi=-\lambda 2\pi L r\frac{\partial T}{\partial r}\qquad\Rightarrow\qquad \phi=\frac{2\pi\lambda L(T_1-T_2)}{ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

La résistance thermique du mur cylindrique :

$$\phi=\frac{(T_1-T_2)}{R_{th}}\quad\Rightarrow\quad R_{th}=\frac{ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi\lambda L}$$

- Dans le cas d'un mur sphérique

L'équation de la chaleur en coordonnées sphériques s'écrit sous la forme :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial^2(r\,T)}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial T}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 T}{\partial\varphi^2}+\frac{P}{\lambda}=\frac{\rho C_p}{\lambda}\frac{\partial T}{\partial t}$$

En régime permanent, sans source interne et en monodimensionnel :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial^2(r\,T)}{\partial r^2}=0$$

La distribution de la température :

$$T(r)=T_1+\frac{r_1r_2(T_1-T_2)}{r_2-r_1}\left[\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right]$$

Le flux thermique :

$$\phi=\lambda 4\pi\frac{r_1r_2(T_1-T_2)}{r_2-r_1}$$

La résistance thermique du mur cylindrique :

$$\phi=\frac{(T_1-T_2)}{R_{th}}\quad\Rightarrow\quad R_{th}=\frac{r_2-r_1}{4\pi\lambda r_1r_2}$$

Exercice 15

1) $R_T = R_a + R_{lv} + R_{br} + R_{bf} + 1/h_i + 1/h_e = e/\lambda_1 + e/\lambda_2 + e/\lambda_3 + e/\lambda_4 + 1/h_i + 1/h_e$ **$R_T = 1{,}36$ $m^2.K.W^{-1}$**

2) $\varphi = (T_i - T_e)/R$ **$\varphi = 779$ W. m^{-2}**

3) $\varphi = h_i(T_i - T_{si})$ **$T_{si} = T_i - \varphi/h_i = 1064$ °C**

$\varphi = \lambda_1(T_{si} - T_1)/e_1$ **$T_1 = T_{si} - \varphi.e_1/\lambda_1 = 892$ °C**

$\varphi = \lambda_2(T_1 - T_2)/e_2$ **$T_2 = T_1 - \varphi.e_2/\lambda_2 = 725$ °C**

$\varphi = \lambda_3(T_2 - T_3)/e_3$ **$T_3 = T_2 - \varphi.e_3/\lambda_3 = 169$ °C**

$\varphi = h_e(T_{se} - T_e)$ **$T_{se} = T_e + \varphi/h_e = 168$ °C**

4) Puissance : **$P = \varphi.S = 6{,}23$ Kw**

5) $E = P.t$ **$E = 149{,}6$ kWh** **coût = 120 DA**