

Travaux dirigés N°2

Exercice 01

Un corps cylindre de longueur **L** et de diamètre **D** (volume **V** et de surface **S**) initialement à la température **T(t=0)=T₀=30°C** est plongé dans l'eau de température **T_∞=5°C** (supposée constante). On fera l'hypothèse que le coefficient d'échange **h** (uniforme autour du corps) est suffisamment petit pour que la température du corps (variable dans le temps) soit la même dans tout le corps.

1. Sachant que le cylindre est le siège d'une production de chaleur **Pg**. Faites un bilan d'énergie autour du corps afin d'obtenir l'équation différentielle décrivant l'évolution temporelle de la température.
2. Déterminer le temps au bout duquel la température du cylindre atteint **15°C**.

A.N : **$ρ=1000 \text{ kg/m}^3$; $C=4180 \text{ J/kg.K}$; $L=1 \text{ m}$; $D=0,1 \text{ m}$; $h=100 \text{ W/m}^2.K$; $Pg=20 \text{ W}$**

Exercice 02

Le sol, considéré comme un solide infini est initialement à une température **T₀=20°C**, puis il est porté brutalement à **T_s=1000°C** en surface pendant **24h** par une coulée de lave d'un volcan proche.

1. Ecrire l'équation de la conduction pour la température en fonction de **x** (profondeur de pénétration dans le sol), du temps **t**, et de la diffusivité thermique (**a=λ/ρC**).
2. Après avoir effectué le changement de variable : **$u=\frac{x}{2\sqrt{at}}$** , résoudre l'équation générale de la conduction en fonction de **u** en introduisant la fonction mathématique **erf** définie par : **$erf(u)=\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u \exp(-\xi^2) d\xi$**

Montrer que la température du sol est : **$T=T_s + (T_0 - T_s) \cdot erf(u)$**

Diffusivité thermique du sol :

- Sol sec : **$a=3.10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$**
- Sol humide : **$a=4.10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$**

Exercice 03

Une bille métallique de **5mm** de rayon est initialement à une température uniforme de **400°C**. Cette bille est soumise à un transfert thermique en deux étapes :

1. Dans la première étape, on la refroidit dans l'air à **20°C** pendant un temps **t_{air}** nécessaire pour avoir une température au centre de la sphère égale à **335°C**. Pendant cette étape, le coefficient à la surface vaut **$h_{air} = 10 \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$** . Calculer le temps **t_{air}** .

Données : $\lambda = 20 \text{ W/m.K}$ $C_p = 1000 \text{ J/kg.K}$ $\rho = 3000 \text{ kg/m}^3$