

مسألة رقم (03) حول: التوزيعات الاحتمالية المستمرة

التمرين الأول

I. ليكن x_i متغير عشوائي خاضع للتوزيع الطبيعي بمتوسط 100، وتباين 100، أحسب احتمال أن يكون x_i :

- | | | |
|-------------------|-----------------|--------------------|
| (1) على الأقل 108 | (2) أكبر من 100 | (3) أقل من 85 |
| (4) بين 104 و 112 | (5) أكبر من 90 | (6) على الأكثر 112 |
| (7) بين 86 و 98 | | |

II. أوجد القيم الطبيعية المعيارية Z_i الموافقة للاحتمالات التالية:

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| $\pi(Z_1) = 0.9750$ (1) | $\pi(Z_2) = 0.9500$ (2) |
| $\pi(Z_3) = 0.1587$ (3) | $\pi(Z_4) = 0.025$ (4) |

- ماذا تستنتج من العمليتين (1) و (4).

التمرين الثاني

إذا كانت درجات مجموعة مكونة من 500 موظف في أحد اختبارات الترقية تتوزع طبيعياً بمعدل قدره 70 درجة وانحراف معياري قدره 5 درجات. المطلوب:

- أحسب نسبة الموظفين الحاصلين على درجات تتراوح بين 66 و 76 درجة.
- أحسب عدد الموظفين الحاصلين على درجات أكبر من 80 درجة.
- أحسب الدرجة التي يقع تحتها ما نسبته 2.28% من الموظفين

التمرين الثالث

في ورشة لتقطيع الأخشاب يتم تقطيع 800 لوح يومياً، طول هذه الألواح هو متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط 155cm وانحراف 20cm. المطلوب: أوجد قيمة x في الحالات التالية:

- عدد الألواح التي طولها أكبر من x هو 40 لوح.
- عدد الألواح التي طولها يقل عن x هو 20 لوح.
- عدد الألواح التي طولها أكبر من 150 وأقل من x هو 100 لوح.

التمرين الرابع

ليكن x_i متغير عشوائي خاضع للتوزيع الطبيعي بمتوسط μ_x وانحراف معياري σ_x . المطلوب:

- أوجد قيمة μ_x و σ_x علماً أن:

$$\begin{cases} p(x \leq 2) = 0.0013 \\ p(x \leq 4) = 0.8414 \end{cases}$$
- أحسب الاحتمال: $p(x^2 - 3x \leq 10)$

التمرين الخامس

I. باستخدام جدول توزيع ستودنت أوجد:

(1) الاحتمالات: $p(t_{15} > 1.34)$, $p(t_{16} < 2.23)$

(2) قيم a بحيث: $p(t_{\infty} < a) = 0.95$ $p(-a < t_{15} < a) = 0.95$, $p(t_{16} < a) = 0.05$

(3) ماذا تستنتج من مقارنة نتيجتي العملية $p(t_{\infty} < a) = 0.95$ والعملية $\pi(Z_2) = 0.9500$ من التمرين الأول.

II. باستخدام جدول توزيع كاي مربع أوجد :

(1) الاحتمالات: $p(\chi_{40}^2 \leq 45.62)$, $p(\chi_{19}^2 > 7.63)$

(2) قيم a بحيث: $p(\chi_{15}^2 > a) = 0.25$, $p(\chi_{22}^2 < a) = 0.75$

III. باستخدام جدول فيشر أوجد:

(1) قيم F بحيث: $F(0.05, 20, 4)$, $F(0.01, 10, 6)$, $F(0.95, 4, 12)$, $F(0.95, 10, 10)$

التمرين السادس

إذا كان المتغير العشوائي المتصل x_i يمثل وقت الوصول الحقيقي لباحرة ما إلى الميناء ويقع ضمن المجال $[0, 20]$.

(1) أكتب دالة الكثافة الاحتمالية وتابع التوزيع لزمان الوصول الحقيقي للباحرة إلى الميناء.

(2) ما هو احتمال وصول الباحرة خلال الخمس دقائق الأخيرة على الأقل؟

(3) ما هو احتمال وصول الباحرة خلال العشرة دقائق الأخيرة.

(4) أحسب القيمة المتوقعة وتباين وقت وصول الباحرة.

التمرين السابع

أظهرت فاتورة المكالمات الدولية لإحدى الشركات أن 100 مكالمة استغرقت 5 ساعات. إذا علمت أن مدة المكالمات تشكل متغيراً عشوائياً x_i .

(1) أوجد القانون الاحتمالي لـ x_i .

(2) أحسب احتمال أن تزيد مدة المكالمات عن خمس دقائق.

(3) أحسب احتمال أن تقل مدة المكالمات عن دقيقتين.

(4) إذا كانت تكلفة الدقيقة الواحدة 1.5 و.ن، أحسب احتمال أن تزيد تكلفة المكالمات عن 12 دينار.

التمرين الثامن

إذا علمت أن الفترة الزمنية اللازمة لإنهاء خدمة معينة في أحد البنوك تتبع التوزيع الأسّي بمتوسط خمس دقائق.

(1) أوجد دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير الذي يمثل المدة اللازمة لإنهاء الخدمة.

- (2) أحسب احتمال إنهاء الخدمة في أربع دقائق على الأكثر.
- (3) أحسب احتمال إنهاء الخدمة في مدة لا تقل عن دقيقتين ولا تزيد عن أربع دقائق.
- (4) أحسب التباين والانحراف المعياري.

التمرين الخامس

إذا كان سعر منتج ما ينتمي إلى المجال $[a, 32]$ بالوحدات النقدية، أوجد ما يلي:

- (1) قيمة a إذا كان الانحراف المعياري للسعر يساوي $2\sqrt{3}$.
- (2) متوسط السعر.
- (3) احتمال أن يكون السعر محصور بين 25 و 30 وحدة نقدية.