

تقريب توزيع ستودنت إلى التوزيع الطبيعي

1. شروط تقريب توزيع ستودنت إلى التوزيع الطبيعي:

رأينا في المحور الماضي (الخاص بالتوزيعات الاحتمالية المستمرة) كيف أن التوزيع الطبيعي وتوزيع ستودنت يشتركان في الكثير من الخصائص. ومن الناحية الإحصائية فإن توزيع ستودنت يقترب (يؤول إلى) من التوزيع الطبيعي كلما كبر حجم العينة أي من أجل العينات الكبيرة $n \geq 30$.

II. مثال

(1) باستخدام جدول التوزيع الطبيعي، أوجد قيم z الموافقة للاحتمالين: 0.95، 0.975.

(2) باستخدام جدول ستودنت أكمل الجدول أدناه:

درجة الحرية	2	10	15	20	25	30	40	100	$+\infty$
$\alpha = 0.95$	?	?	?	?	?	?	?	?	?
$\alpha = 0.975$	?	?	?	?	?	?	?	?	?

(3) ماذا تستنتج من السؤالين 1 و 2.

الحل:

(1) باستخدام جدول التوزيع الطبيعي نجد أن: $z_{0.95} = 1.645$ و $z_{0.975} = 1.96$

(2) إكمال الجدول باستخدام جدول ستودنت:

درجة الحرية	2	10	15	20	25	30	40	100	$+\infty$
$\alpha = 0.95$	2.92	1.812	1.753	1.7250	1.708	1.697	1.684	1.66	1.6449
$\alpha = 0.975$	4.30	2.228	2.131	2.042	2.06	2.042	2.02	1.984	1.96

من خلال الجدول نلاحظ أنه: كلما كبرت قيمة درجة الحرية (أي حجم العينة) كلما اقتربت قيمة t

المستخرجة من جدول ستودنت مع قيمة z المستخرجة من الجدول الطبيعي وتتساوى معها من أجل درجة الحرية $+\infty$.

(3) الاستنتاج: من أجل العينات الكبيرة الحجم يقترب توزيع ستودنت من التوزيع الطبيعي $T \approx N$

تقريب توزيع كاي مربع إلى التوزيع الطبيعي

أ. شروط تقريب توزيع كاي مربع إلى التوزيع الطبيعي:

التوزيع الطبيعي يعطي نتائج متقاربة مع توزيع كاي مربع من أجل العينات الكبيرة ($n \geq 30$).

$$\chi^2 \approx z$$

ونكتب:

$$z = \sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2n-1}$$

ويمكن الحصول على قيمة χ^2 الموافقة لاحتمال معين قيمته α من خلال قيمة z الموافقة لنفس الاحتمال كالتالي:

$$\begin{aligned} z = \sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2n-1} &\Rightarrow \sqrt{2\chi^2} = z + \sqrt{2n-1} \\ &\Rightarrow 2\chi^2 = (z + \sqrt{2n-1})^2 \\ &\Rightarrow \chi^2 = \frac{1}{2}(z + \sqrt{2n-1})^2 \end{aligned}$$

II. مثال:

أوجد قيم $\chi_{0.95}^2$ من أجل $n = 50$ و $n = 100$.

الحل:

- من أجل $n = 50$:

نلاحظ أن: $n \geq 30$ ومنه يمكن استعمال التوزيع الطبيعي في إيجاد قيمة $\chi_{0.95}^2$ وذلك باستخدام

قيمة $z_{0.95}$ كالتالي:

$$\chi_{0.95}^2 = \frac{1}{2}(z_{0.95} + \sqrt{2n-1})^2$$

من جدول التوزيع الطبيعي نستخرج قيمة الموافقة للاحتمال 0.95 نجد: $z_{0.95} = 1.645$

بالتعويض:

$$\begin{aligned} \chi_{0.95}^2 &= \frac{1}{2}(z_{0.95} + \sqrt{2n-1})^2 \Rightarrow \chi_{0.95}^2 = \frac{1}{2}(1.645 + \sqrt{2(50)-1})^2 \\ &\Rightarrow \chi_{0.95}^2 = 67.22 \end{aligned}$$

- من أجل $n = 100$:

$$\chi_{0.95}^2 = \frac{1}{2}(z_{0.95} + \sqrt{2n-1})^2 \Rightarrow \chi_{0.95}^2 = \frac{1}{2}(1.645 + \sqrt{2(100)-1})^2$$

$$\Rightarrow \chi_{0.95}^2 = 248.117$$

ملاحظة: يمكن الاعتماد على جدول توزيع كاي مربع في استخراج القيم المطلوبة مباشرة لكن في أغلب الأحيان الجدول لا يحتوي على جميع قيم n الأكبر من 30 (فقط بعض القيم تكون متاحة في الجدول) لذلك يتم استخدام التوزيع الطبيعي على النحو الموضح في هذه المحاضرة.