

Chapitre III

Circuit magnétique

III. 1. Définition et représentation des grandeurs magnétiques

— **Champ magnétique \vec{B}** , également appelé induction magnétique ou densité de flux magnétique, est une grandeur vectorielle qui traduit l'effet du mouvement des particules chargées, tels que les particules chargées lors du passage d'un courant électrique dans un conducteur ou le mouvement des charges à l'échelle microscopique. Ces mouvements de charges créent un champ magnétique qui interagissent avec d'autres champs magnétiques ou avec des particules chargées, générant des forces magnétiques. Le champ magnétique est mesuré en teslas (T) dans le système international SI.

— **Lignes de champ magnétique** sont des lignes imaginaires utilisées pour représenter visuellement la direction et la structure du champ magnétique dans l'espace, comme indiquer par la figure III.1. Elles indiquent le sens du champ à chaque point, allant conventionnellement du pôle nord magnétique vers le pôle sud magnétique à l'extérieur d'un aimant permanent, puis bouclant à travers celui-ci pour former des lignes fermées et continues. Plus les lignes sont rapprochées, plus le champ magnétique est fort.

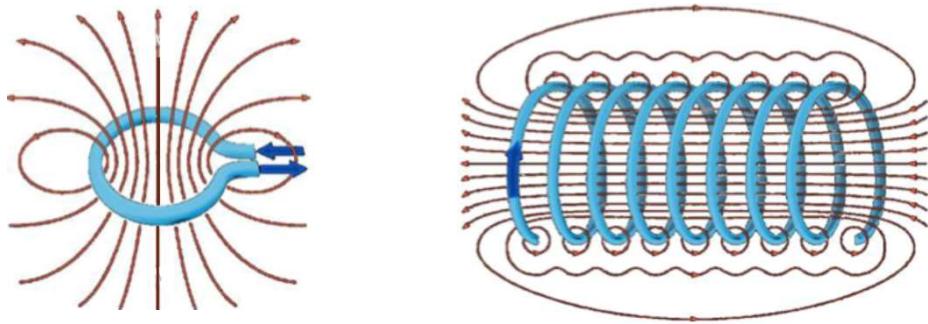


Figure III.1. Exemples de lignes de champ magnétique

— **Champ d'excitation magnétique \vec{H}** est une grandeur vectorielle représentant le champ magnétique appliqué à un matériau dans le but de provoquer ou modifier son aimantation (état magnétique). Il est généralement créé soit par un aimant permanent, soit par un courant électrique circulant dans une bobine (selon la loi d'ampère). Lorsque ce champ est appliqué à un matériau magnétique, il tend à orienter les moments magnétiques des atomes ou des molécules dans la direction du champ. Ce phénomène conduit à l'aimantation du matériau, par l'alignement partiel ou total des domaines magnétiques internes. Ainsi le champ magnétique \vec{H} joue un rôle fondamental dans la modification des propriétés magnétiques du matériau. Le champ d'excitation magnétique s'exprime en ampères par mètre (A/m) dans SI.

— **Perméabilité magnétique μ** est une grandeur physique qui mesure la capacité d'un matériau à se laisser traverser par un champ magnétique et à canaliser les lignes de champ magnétique. Elle traduit la facilité avec laquelle un matériau peut être magnétisé lorsqu'il est soumis à un champ magnétique. Elle est mesurée en henrys par mètre (H/m) ou en teslas par ampère (T/A).

Perméabilité magnétique du vide μ_0 est une constante physique qui représente la perméabilité magnétique dans le vide ou l'espace libre. Elle est utilisée pour décrire le comportement des champs magnétiques dans le vide ou l'espace libre, où il n'y a pas de matériaux magnétiques. Sa valeur est définie par le SI comme :

$$\mu_0 \approx 4\pi 10^{-7} H/m$$

Dans le vide, la relation entre le champ magnétique (\vec{B}) et le champ d'induction magnétique (\vec{H}) est donnée par :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (\text{III.1})$$

Perméabilité magnétique relative μ_r est une grandeur qui compare la perméabilité magnétique d'un matériau par rapport à celle du vide (ou de l'air), exprimée sans dimension car elle est relative. Elle indique à quel point un matériau est plus ou moins apte à canaliser un champ magnétique que le vide.

Elle est définie par la relation :

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (\text{III.2})$$

Dans un matériau, la relation entre le champ magnétique (\vec{B}) et le champ d'induction magnétique (\vec{H}) est :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{III.3})$$

— **Susceptibilité magnétique d'un matériau \mathcal{X}** caractérise la facilité avec laquelle le matériau peut être aimanté sous l'effet d'un champ magnétique externe. Cette grandeur est spécifique à chaque matériau et dépend de plusieurs facteurs notamment la composition chimique, la structure cristalline, la température, et d'autre propriétés microscopiques du matériau. Elle est directement liée à la perméabilité magnétique μ par la relation :

$$\mu = \mu_0(1 + \mathcal{X}) \quad (\text{III.4})$$

Cette relation (III.4) montre que la perméabilité magnétique d'un matériau μ est directement influencée par sa susceptibilité magnétique \mathcal{X} . En effet, plus la susceptibilité d'un matériau est élevée, plus sa capacité à canaliser et amplifier un champ magnétique externe est grande. Par conséquent, la perméabilité magnétique du matériau devient supérieure à celle du vide (ce qui en fait un bon conducteur de champ magnétique).

On en déduit également la perméabilité relative :

$$\mu_r = 1 + \mathcal{X} \quad (\text{III.5})$$

— **Flux magnétique Φ** c'est une grandeur scalaire, exprimée en webers (wb), représente la quantité de champ magnétique vectoriel \vec{B} traversant une surface donnée S . Il est déterminé par le produit scalaire entre le vecteur d'induction magnétique \vec{B} et le vecteur normal au plan de la surface \vec{S} , comme illustré dans la figure III.2

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B S \cos(\alpha) \quad (\text{III.6})$$

Où α est l'angle entre le vecteur \vec{B} et le vecteur normal au plan de la surface S .

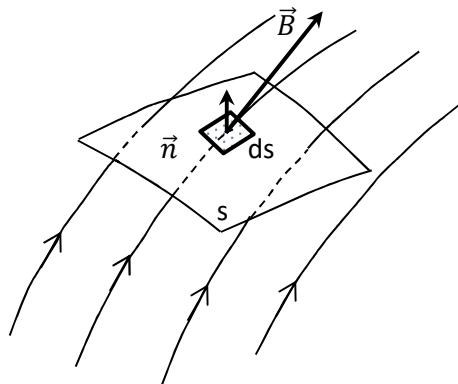


Figure III.2. Evaluation du flux magnétique sur une surface

Si $\alpha = 0$, le champ magnétique est perpendiculaire à la surface, dans ce cas le flux magnétique est maximal.

Si $\alpha = \frac{\pi}{2}$, le champ magnétique est parallèle à la surface, dans ce cas le flux magnétique est nul.

— **Force électromotrice (f.é.m.)** ϱ et Loi de Faraday exprimée en volts (V), représente l'énergie électrique fournie par une source, telle qu'une pile, une batterie ou un générateur, pour déplacer une charge électrique dans un circuit.

La loi de Faraday de l'induction électromagnétique énonce qu'une variation temporelle du flux magnétique traversant une surface fermée génère une f.é.m. induite dans un circuit.

La force électromotrice induite ϱ dans un circuit est proportionnelle à la dérivée temporelle du flux magnétique Φ à travers une surface orientée par rapport au circuit :

$$\varrho = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (\text{III.7})$$

Le signe négatif traduit la loi de Lenz, qui indique que le courant induit s'oppose à la cause qui l'a généré (la variation du flux). Ainsi, lorsqu'un champ magnétique varie à travers une surface entourée par un circuit, une tension est induite. Si le circuit est fermé, cette tension engendre un courant induit.

— **Force magnétomotrice (f.m.m.)** exprimée en ampères-tours (A t), représente la capacité d'un circuit à créer un champ magnétique. Elle joue un rôle analogue à celui de la force électromotrice (f.é.m.) en électricité, mais dans le domaine magnétique. La f.m.m. est donnée par la relation :

$$fmm = NI \quad (\text{III.8})$$

Où

N : nombre de spires de la bobine.

I : intensité du courant (en ampères)

— **Tubes de flux magnétique** également appelés Tubes de l'induction magnétique, sont des surfaces tubulaires imaginaires délimitées par les lignes d'induction magnétique \vec{B} .

En chaque point de la surface latérale d'un tel tube, le vecteur \vec{B} est tangent à la surface, traduisant la direction locale du champ magnétique.

Le vecteur du champ magnétique \vec{B} est donc, en tout point, tangent à la surface latérale d'un tube de flux magnétique.

Le flux magnétique à travers toute section d'un tel tube est constant, d'après l'équation III.6 le flux magnétique à travers la surface latérale d'un tube de flux est nul, l'angle entre le vecteur du champ magnétique et la normale est $\alpha = \frac{\pi}{2}$, et le flux magnétique est donc canalisé à travers le tube, voire figure III.3.

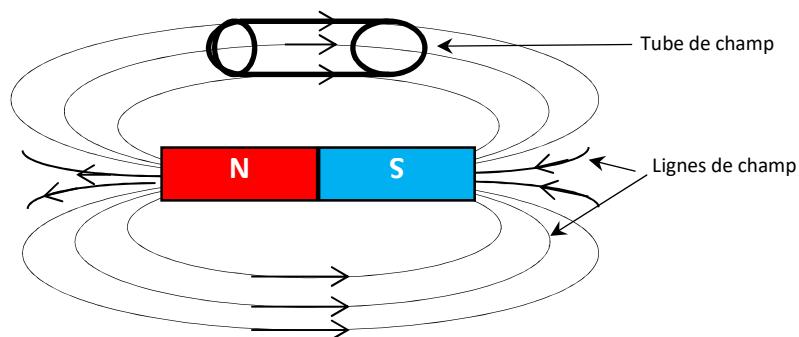


Figure III.3. Tube de flux magnétique

— **Conservation du flux magnétique** La loi de conservation du flux magnétique, également connue sous le nom de la loi de Lenz. Elle affirme que toute variation du flux magnétique à travers une surface fermée induit une force électromotrice (f.e.m.) dans un circuit de manière à s'opposer à cette variation. Cela signifie que le système réagit de façon à conserver le flux magnétique, sauf s'il est modifié par :

une variation temporelle du champ d'induction magnétique \vec{B} .

ou un courant électrique induit dans un conducteur.

Ce principe découle de la loi de Faraday, mais précise le sens de la f.e.m. induite. On peut résumer cette conservation dans le cas d'un champ magnétique stationnaire (c'est-à-dire ne variant ni dans le temps, ni avec un courant), de la figure III.4 par :

$$\vec{B} \cdot \vec{dS} = 0 \quad (\text{III.9})$$

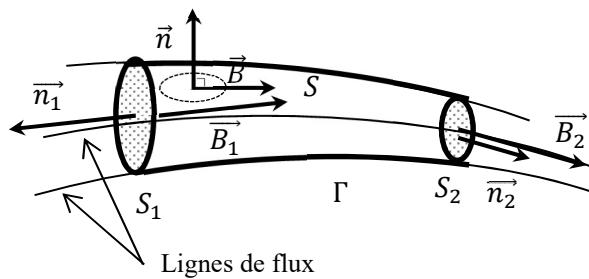


Figure III.4. Conservation de flux magnétique

Le flux magnétique traversant le tube de flux magnétique est nul :

$$\emptyset = \iint_{\Gamma} \vec{B} \cdot \vec{n} \, ds = \iint_{S_1} \vec{B}_1 \cdot \vec{n}_1 \, ds + \iint_{S_2} \vec{B}_2 \cdot \vec{n}_2 \, ds + \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} \, ds \quad (\text{III.10})$$

$$\emptyset = -B_1 S_1 + B_2 S_2 = 0 \quad (\text{III.11})$$

Par conséquent

$$\phi_1 = \phi_2 \quad (\text{III.12})$$

Nous en déduisant, d'après l'équation (III.12), que le flux magnétique se conserve et dépend, non pas de la forme de surface, mais de la forme du contour qui lui délimite.

III. 2. Matériaux magnétiques

Les matériaux magnétiques sont des substances capables d'interagir de manière significative avec un champ magnétique. Cette interaction dépend principalement de la structure atomique du matériau, notamment de l'alignement des moments magnétiques (ou moments dipolaires) des électrons dans les atomes. En présence d'un champ magnétique externe, ces matériaux réagissent différemment selon leur nature, ce qui permet de les classer en plusieurs catégories.

Cette classification repose sur le comportement magnétique observé : attraction ou répulsion par le champ, persistance ou non de l'aimantation, et intensité de la réponse magnétique. Parmi les types les plus courants, on distingue :

III. 2. 1. Matériaux Ferromagnétiques $\chi \gg 0$

Ils présentent une aimantation spontanée : sous l'effet d'un champ magnétique externe, les moments magnétiques atomiques s'alignent dans une même direction et cette orientation est partiellement conservée même après la disparition du champ. Ce phénomène leur confère une forte rémanence magnétique.

Ces matériaux se distinguent par une perméabilité magnétique bien supérieure à celle du vide μ_0 , ce qui signifie qu'ils ont une capacité élevée à canaliser et amplifier le champ magnétique, comme indique la figure III.5. Cette propriété les rend essentiels pour la fabrication d'aimants permanents, de transformateurs, de machines électriques, ainsi que pour les systèmes de stockage magnétique.

Parmi les principaux matériaux ferromagnétiques, on trouve le fer (élément de référence), le nickel et le cobalt, certains alliages comme les aciers spéciaux, dont les propriétés dépendent de la composition exacte.

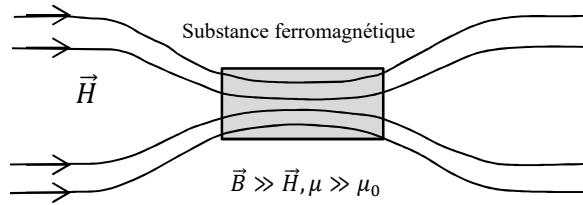


Figure III.5. Répartition de ligne de flux magnétique dans un matériau ferromagnétique

III. 2. 2. Matériaux Paramagnétiques $\chi > 0$

Ces matériaux montrent une faible réponse magnétique en présence d'un champ magnétique externe. Les moments magnétiques atomiques s'alignent temporairement avec le champ appliqué mais perdent leur magnétisation une fois que le champ externe est supprimé. Contrairement aux matériaux ferromagnétiques, les matériaux paramagnétiques n'ont pas d'aimantation permanente et ne conservent pas d'aimantation une fois que le champ magnétique externe est retiré. La perméabilité magnétique des matériaux paramagnétiques est légèrement supérieure à la perméabilité magnétique du vide μ_0 , mais elle est très proche de cette dernière.

En d'autres termes, elle est seulement légèrement différente de l'unité. Cette valeur proche de l'unité indique que ces matériaux permettent assez facilement le passage des lignes de champ magnétique à travers eux, mais leur réponse magnétique est relativement faible par rapport aux matériaux ferromagnétiques. Voir la figure III.6. Parmi ces matériaux on cite l'aluminium, le magnésium et le platine.

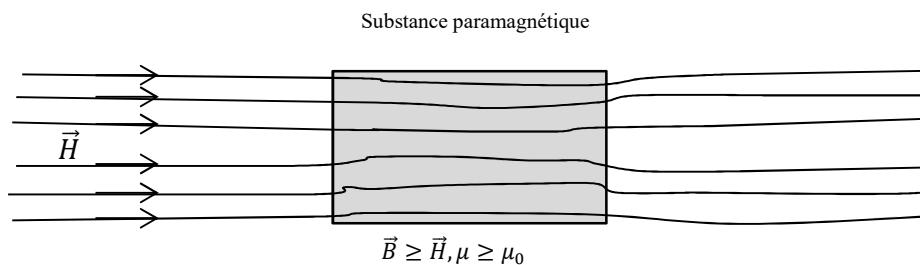


Figure III.6. Répartition de ligne de flux magnétique dans un matériau paramagnétique

II. 2. 3. Matériaux Diamagnétiques $\chi < 0$

Les matériaux diamagnétiques sont une catégorie de matériaux qui montrent une faible réponse magnétique lorsqu'ils sont soumis à un champ magnétique externe. Contrairement aux matériaux ferromagnétiques et paramagnétiques, les matériaux diamagnétiques sont généralement repoussés par un champ magnétique externe plutôt qu'attirés par celui-ci, Voir figure III.7. La perméabilité magnétique des matériaux diamagnétiques est très proche de la perméabilité magnétique du vide μ_0 , et souvent légèrement inférieure à celle-ci. En d'autres termes, elle est généralement très proche de l'unité, voire légèrement inférieure. Comme leur perméabilité est proche de l'unité, cela signifie que les matériaux diamagnétiques offrent une résistance très faible au passage des lignes de champ magnétique à travers eux lorsqu'ils sont exposés à un champ magnétique externe. Cependant, leur réponse magnétique est faible et ces matériaux ne conservent pas d'aimantation significative une fois le champ magnétique externe retiré. Parmi ces matériaux on cite le cuivre, l'eau et le graphite.

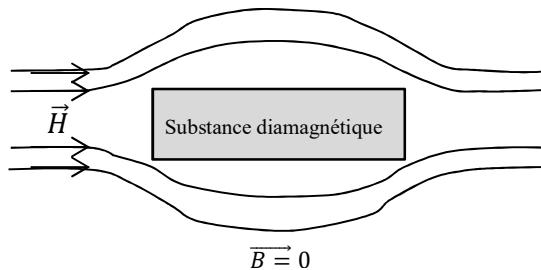


Figure III.7. Répartition de ligne de flux magnétique dans un matériau diamagnétique

III. 3. Description et Mise en équations d'un circuit magnétique

III. 3. 1. Description

Un circuit magnétique, souvent composé de matériaux ferromagnétiques, est un ensemble de pièces ou d'éléments conçus pour canaliser et guider le flux du champ magnétique le long d'un chemin spécifique, de manière analogue à un circuit électrique qui guide le courant électrique. Le but principal est de maximiser l'efficacité du transfert du flux magnétique entre différentes parties d'un système, tout en réduisant les pertes.

Ce concept est fondamental dans des dispositifs tels que les transformateurs, machines électriques, reluctances variables, et électroaimants.

Les principaux éléments d'un circuit magnétique comprennent généralement, voir figure III.8 :

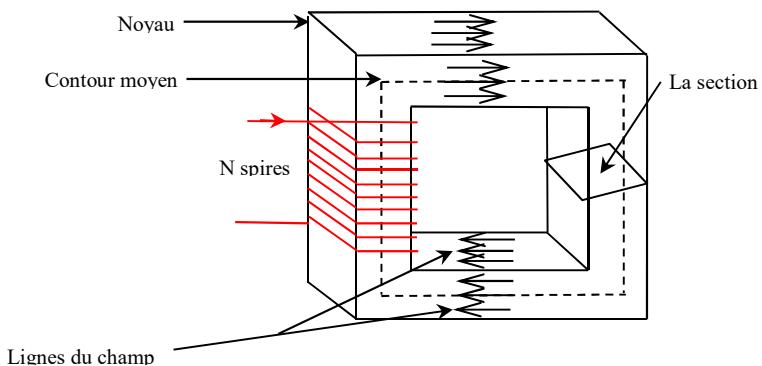


Figure III.8. Représentation de différents éléments constitutifs d'un circuit magnétique

Noyaux magnétiques: généralement en fer doux ou en tôle ferromagnétique empilée pour minimiser les pertes par courants de Foucault.

Entrefer: petite séparation d'air ou d'isolant dans le circuit, qui influencent fortement la réluctance.

Bobines de fil conducteur (ou enroulements): elles produisent le champ magnétique lorsqu'un courant les traverse, créant ainsi la force magnétomotrice (f.m.m.). Dans certains cas, des aimants permanents peuvent être utilisés dans le circuit magnétique pour fournir un champ magnétique constant et stable sans nécessiter de courant électrique externe.

III. 3. 2. Théorème d'Ampère et force magnétomotrice

Le théorème d'Ampère établit une relation fondamentale entre le champ d'excitation magnétique \vec{H} et le courant électrique, permettant de calculer le champ d'excitation magnétique résultant autour d'un conducteur parcouru par un courant électrique. Dans sa forme intégrale, le théorème d'Ampère stipule que la circulation du vecteur d'excitation magnétique \vec{H} le long d'un contour fermé C est égal à la somme algébrique des intensités électriques traversant toute surface délimitée par ce contour.

Mathématiquement, le théorème d'Ampère pour une courbe fermée C peut être exprimé comme suit, en utilisant la notation de l'intégrale de ligne :

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = N i \quad (\text{III.13})$$

Considérons la figure III. 9 et cherchons à appliquer le théorème d'Ampère au contour Γ . La question qui se pose immédiatement est la détermination du signe des intensités i_1 , i_2 et i_3 .

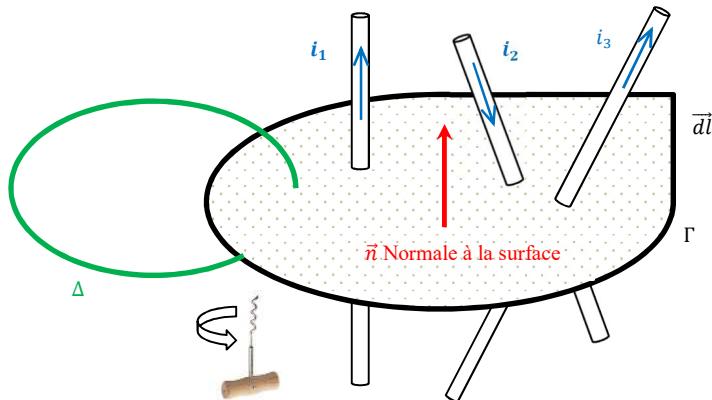


Figure III.9. Schéma illustratif du théorème d'Ampère

Dans la suite de cet ouvrage, nous définirons comme normale positive à une surface la normale obtenue par l'application de la règle du tire-bouchon de Maxwell. Autrement dit, si l'on fait tourner un tire-bouchon dans le sens positif d'un contour fermé Γ , la direction dans laquelle il avance définit la normale positive à la surface bordée par ce contour.

En conséquence, un courant est considéré comme positif s'il circule dans le sens de cette normale, et négatif s'il circule en sens inverse.

Ainsi, l'application du théorème d'Ampère à la courbe Γ de la figure III.8 donne :

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = i_1 - i_2 + i_3 \quad (\text{III.14})$$

L'application du théorème d'Ampère à la courbe Δ , qui n'entoure aucun courant donne :

$$\oint_{\Delta} \vec{H} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (\text{III.15})$$

III. 3. 3. Reluctance magnétique

Soit le circuit magnétique en forme de tore ou rectangulaire qui porte un bobinage de N spires, traversées par un courant d'intensité I . figure III.10.

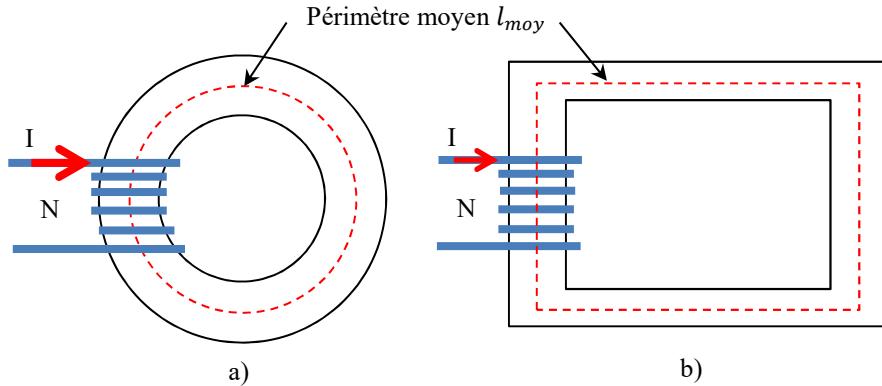


Figure III.10. Schéma d'un circuit magnétique a) en forme de tore b) en forme rectangulaire

L'application du théorème d'Ampère à la courbe Γ de la figure III.10 donne :

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = H l_{moy} = N i \quad (\text{III.16})$$

On sait que

$$H = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} \quad (\text{III.17})$$

$$B = \frac{\Phi}{S} \quad (\text{III.18})$$

Finalelement,

$$N i = \frac{l_{moy}}{\mu_0 \mu_r S} \Phi \quad (\text{III.19})$$

Elle est de la forme

$$\mathcal{F} = \mathcal{R} \Phi \quad (\text{III.20})$$

La reluctance magnétique est la résistance qu'un matériau présente au passage du flux magnétique. Elle est l'analogue magnétique de la résistance électrique dans un circuit électrique. La reluctance est inversement proportionnelle à la perméabilité magnétique du matériau et à la section transversale du matériau et directement proportionnelle à la longueur.

Mathématiquement, la reluctance magnétique \mathcal{R} est définie comme :

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu A} \quad (\text{III.21})$$

On constate qu'il y'a analogie entre les circuits magnétiques et les circuits électriques telle qu'illustre le tableau III.1. Tout comme un courant électrique a besoin d'une différence de potentiel (tension) pour circuler dans un conducteur, le flux magnétique a besoin d'une f.m.m. pour circuler dans un matériau magnétique. De même, la résistance limite le courant, tandis que la réluctance limite le flux magnétique.

Circuit électrique	Circuit magnétique
$E = F.E.M.$ (Force électromotrice), [Volts]	$\mathcal{F} = F.M.M.$ (Force magnétomotrice) [Ampères-tours]
I Intensité du courant électrique [Ampères]	\emptyset Flux magnétique [Webers]
R Résistance électrique $R = \frac{\rho l}{s}$ [Ohms]	\mathcal{R} Résistances magnétiques $\mathcal{R} = \frac{l}{\mu s}$ [Ampères-tours/weber]
$E = R I$ Lois d'Ohm	$\mathcal{F} = \mathcal{R} \emptyset$ Lois d'Hopkinson
Conducteur électrique	Circuit magnétique
Courant alternatif	Flux magnétique variable

Tableau III.1. Analogie entre le circuit électrique et magnétique

III. 3. 3. 1. Reluctances magnétiques en séries

Le circuit magnétique représenté en figure III.11 est composé de trois parties différentes (l_1, S_1, μ_1) (l_2, S_2, μ_2) et (l_3, S_3, μ_3). Il porte un bobinage de N spires, parcourus par un courant I . On fait la circulation du champ magnétique H le long du contour moyen C

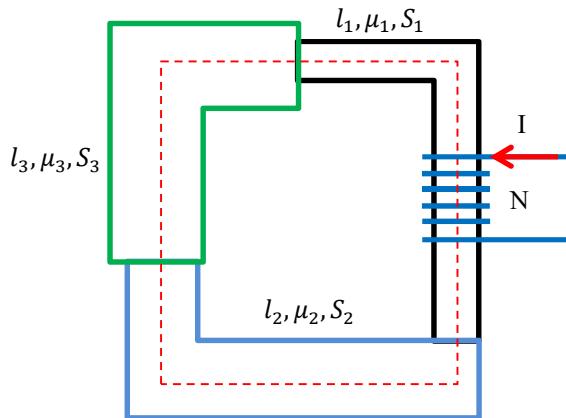


Figure III.11. Schéma d'un circuit magnétique composé de trois différentes parties en séries

L'application du théorème d'Ampère à la courbe Γ de la figure III.11 donne :

$$NI = \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{l_1} \vec{H}_1 \cdot d\vec{l} + \int_{l_2} \vec{H}_2 \cdot d\vec{l} + \int_{l_3} \vec{H}_3 \cdot d\vec{l} \quad (\text{III.22})$$

$$NI = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 l_3 \quad (\text{III.23})$$

$$NI = \frac{B_1}{\mu_1} l_1 + \frac{B_2}{\mu_2} l_2 + \frac{B_3}{\mu_3} l_3 \quad (\text{III.24})$$

$$NI = \frac{\emptyset_1}{\mu_1} l_1 + \frac{\emptyset_2}{\mu_2} l_2 + \frac{\emptyset_3}{\mu_3} l_3 \quad (\text{III.25})$$

D'après le théorème de conversation de flux

$$\emptyset = \emptyset_1 = \emptyset_2 = \emptyset_3 \quad (\text{III.26})$$

On obtient :

$$NI = \emptyset \left(\frac{l_1}{\mu_1 s_1} + \frac{l_2}{\mu_2 s_2} + \frac{l_3}{\mu_3 s_3} \right) \quad (\text{III.27})$$

Elle est de la forme

$$NI = \emptyset (\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_3) \quad (\text{III.28})$$

Avec

$$\mathcal{R}_1 = \frac{l_1}{\mu_1 s_1}, \quad \mathcal{R}_2 = \frac{l_2}{\mu_2 s_2} \quad \text{et} \quad \mathcal{R}_3 = \frac{l_3}{\mu_3 s_3}$$

Finalement ;

$$NI = \emptyset \mathcal{R}_{eq} \quad (\text{III.29})$$

Telle que

$$\mathcal{R}_{eq} = \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_3 \quad (\text{III.30})$$

Finalement, la reluctance équivalente d'un ensemble de N tronçons en série est la somme algébrique des reluctances individuelles. C'est l'analogue exact des résistances en série en électricité.

$$\mathcal{R}_{eq} = \sum_{i=1}^N \mathcal{R}_i \quad (\text{III.31})$$

III. 3. 3. 2. Reluctances magnétiques en parallèles

Le circuit magnétique représenté en figure III.12 est composé de deux parties différentes (l_1, S_1, μ_1) (l_2, S_2, μ_2) en parallèles associées avec une partie (l, S, μ). Il porte un bobinage de N spires, parcourus par un courant I. On fait la circulation du champ magnétique H le long du contour moyen C.

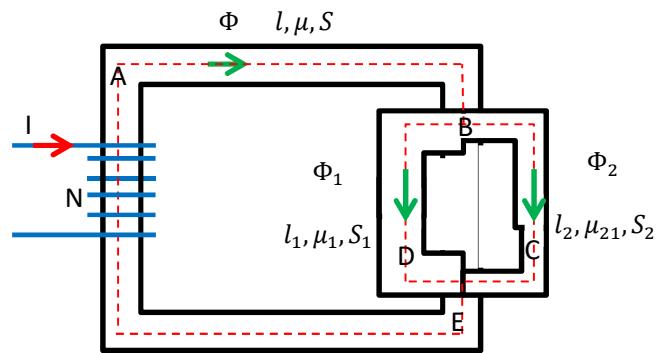


Figure III.12. Schéma d'un circuit magnétique composé de deux différentes parties en parallèles

On appliquer le théorème d'ampère pour le circuit de la figure III.12.

$$NI = \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} \quad (\text{III.32})$$

Pour le contour fermé C on distingue deux chemins fermés possibles

1^{er} chemin : Conteur fermé ABDEA

$$NI = \oint_c \vec{H} d\vec{l} = \int_l \vec{H} d\vec{l} + \int_{l_1} \vec{H} d\vec{l} \quad (\text{III.33})$$

$$= Hl + H_1 l_1 = \frac{B}{\mu} l + \frac{B_1}{\mu_1} l_1 \quad (\text{III.34})$$

$$= \frac{\varphi}{\mu s} l + \frac{\varphi_1}{\mu_1 s_1} l_1 = \mathcal{R} \phi + \mathcal{R}_1 \phi_1 \quad (\text{III.35})$$

2^{em} chemin : Conteur fermé ABCEA

$$NI = \oint_c \vec{H} d\vec{l} = \int_l \vec{H} d\vec{l} + \int_{l_2} \vec{H} d\vec{l} \quad (\text{III.36})$$

$$= Hl + H_2 l_2 = \frac{B}{\mu} l + \frac{B_2}{\mu_2} l_2 \quad (\text{III.37})$$

$$= \frac{\varphi}{\mu s} l + \frac{\varphi_1}{\mu_1 s_1} l_2 = \mathcal{R} \phi + \mathcal{R}_2 \phi_2 \quad (\text{III.38})$$

A partir des équations (III.35) et (III.38), on obtient :

$$\mathcal{R}_1 \phi_1 = \mathcal{R}_2 \phi_2 \quad (\text{III.39})$$

En électricité : $R_1 I_1 = R_2 I_2$

$$\mathcal{R}_1 \phi_1 = \mathcal{R}_2 \phi_2 \Rightarrow \frac{\phi_1}{1/\mathcal{R}_1} = \frac{\phi_2}{1/\mathcal{R}_2} = \frac{\phi_1 + \phi_2}{1/\mathcal{R}_1 + 1/\mathcal{R}_2} = \frac{\phi}{1/\mathcal{R}_{eq}} \quad (\text{III.40})$$

On trouve :

$$\frac{1}{\mathcal{R}_{eq}} = \frac{1}{\mathcal{R}_1} + \frac{1}{\mathcal{R}_2} \quad (\text{III.41})$$

Et

$$\mathcal{R}_{eq} \phi_{eq} = \mathcal{R}_1 \phi_1 = \mathcal{R}_2 \phi_2 \quad (\text{III.42})$$

La relation générale régissant le circuit magnétique de la figure III.12 est :

$$NI = \mathcal{R} \phi + \mathcal{R}_1 \phi_1 = \mathcal{R} \phi + \mathcal{R}_2 \phi_2 = \phi (\mathcal{R} + \mathcal{R}_{eq}) = \phi \mathcal{R}_T \quad (\text{III.43})$$

Finalement, la reluctance équivalente d'un ensemble de N tronçons en parallèle est donnée par :

$$\mathcal{R}_{eq} = \sum_{i=1}^N \mathcal{R}_i \quad (\text{III.44})$$

III. 4. Loi comportementale des milieux ferromagnétiques: courbes $B = \mathcal{F}(H)$

Les matériaux ferromagnétiques présentent un comportement non linéaire entre le champ magnétique H et l'induction magnétique B , qui est représenté par une courbe de magnétisation :

$$B = \mathcal{F}(H) \quad (\text{III.45})$$

Ces courbes montrent comment un corps ferromagnétique réagit à l'excitation magnétique H .

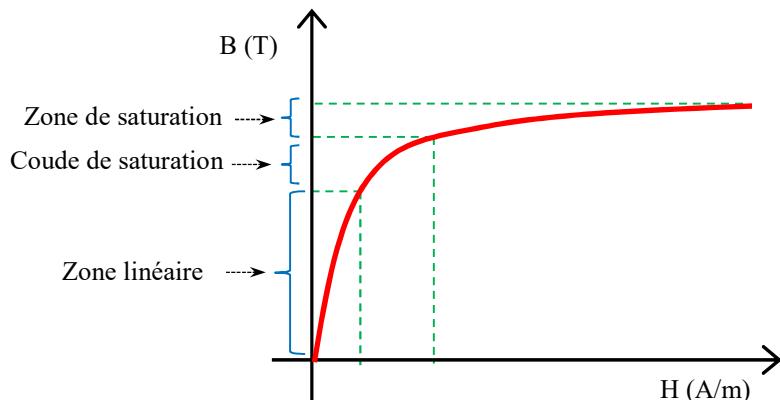
Contrairement aux milieux linéaires (comme le vide ou l'air), où $B = \mu_0 H$ est une relation proportionnelle, dans un matériau ferromagnétique, cette relation dépend du passé magnétique du matériau et présente plusieurs caractéristiques importantes.

III. 4. 1. Courbe de première aimantation

Lorsque un matériau ferromagnétique est exposé pour la première fois à un champ magnétique H , l'induction n'augmente pas linéairement mais selon une courbe appelée courbe de première aimantation. Pour de faibles valeurs de H , la croissance de B est lente car les domaines magnétiques commencent à s'orienter dans le sens du H . Ensuite, B augmente rapidement à mesure que les domaines s'alignent avec le champ H . Enfin, l'induction magnétique B atteint une valeur limite appelée saturation magnétique B_s au-delà de laquelle toute augmentation de H n'a qu'un effet négligeable.

La courbe illustrée dans la figure III. 13 met en évidence trois zones distincts :

- **Une région linéaire initiale**, où B augmente presque proportionnellement à H ,
- **Une zone de transition non linéaire** (ou coude), correspondant à l'alignement progressif des domaines,
- **Une zone de saturation**, où B atteint un plateau.



III. 4. 2. Boucle d'hystérésis

Lorsque le matériau ferromagnétique est déjà aimanté, la diminution du champ magnétique H à partir d'un point (H_i, B_i) de la courbe de première aimantation ne fait pas suivre à l'induction B le même trajet. Cette dissymétrie donne lieu à un phénomène d'hystérésis.

Le cycle d'hystérésis décrit le comportement de l'induction magnétique B en fonction du champ magnétique appliqué H , lorsqu'on fait varier H de manière cyclique (croissante et décroissante). Il reflète la mémoire magnétique du matériau ferromagnétique.

- Étapes du cycle (selon le graphe $B = \mathcal{F}(H)$), de la figure III. 14

1. Première aimantation (**0 → A**) :

À partir de l'état non aimanté ($H_0 = 0, B_0 = 0$), on applique un champ croissant H . L'induction B augmente lentement au début, puis plus rapidement, et tend vers une valeur limite appelée saturation magnétique B_{sat} lorsque tous les domaines magnétiques sont alignés.

2. Diminution du champ ($A \rightarrow B$) :

Quand on diminue H à partir de B_{sat} , l'induction B ne revient pas à zéro.

À ($H = 0, B \neq 0$) on remarque que l'induction B reste non nul : c'est l'induction rémanente B_r (mémoire de l'aimantation).

3. Inversion du champ ($B \rightarrow C$) :

Pour ramener l'induction B à zéro, il faut appliquer un champ de signe opposé : c'est le champ coercitif H_c .

À ce point ($H_c, B = 0$), le matériau n'a plus d'aimantation résiduelle.

4. Saturation négative ($C \rightarrow D$) :

Si on continue à augmenter H en sens inverse, l'induction B atteint la saturation négative $-B_{sat}$.

5. Retour du champ ($D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow A$) :

En inversant à nouveau H , le même phénomène se reproduit, mais dans l'autre sens.

Le cycle se ferme, formant une courbe en boucle : le cycle d'hystérésis.

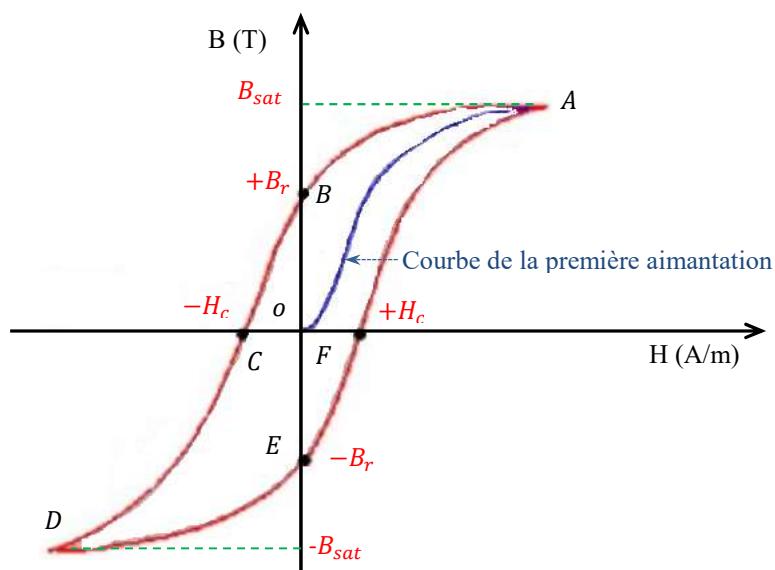


Figure III. 14. Cycle d'hystérésis

Selon la forme de la courbe de l'induction magnétique en fonction du champ magnétique $B = \mathcal{F}(H)$ les matériaux magnétiques sont généralement classés en deux grandes familles :

—**Matériaux magnétiques doux**: sont des matériaux qui peuvent s'aimanter et se désaimanter facilement lorsqu'ils sont soumis à un champ magnétique variable. Leur courbe $B = \mathcal{F}(H)$, illustré par la figure III. 14. a, est caractérisée par :

Une faible hystérésis (la boucle d'hystérésis est étroite).

Une induction rémanente B_r et un champ coercitif H_c faibles.

Une perméabilité magnétique élevée, ce qui signifie qu'ils canalisent très bien le champ magnétique.

—**Matériaux magnétiques durs** (ou aimants permanents) : sont des matériaux qui conservent leur aimantation même après la suppression du champ magnétique externe. Leur courbe $B = \mathcal{F}(H)$, illustré par la figure III. 14. b est caractérisée par :

Une large boucle d'hystérésis,

Une induction rémanente B_r élevée

Un champ coercitif élevé H_c , ce qui signifie qu'il faut un champ important pour désaimanter le matériau.

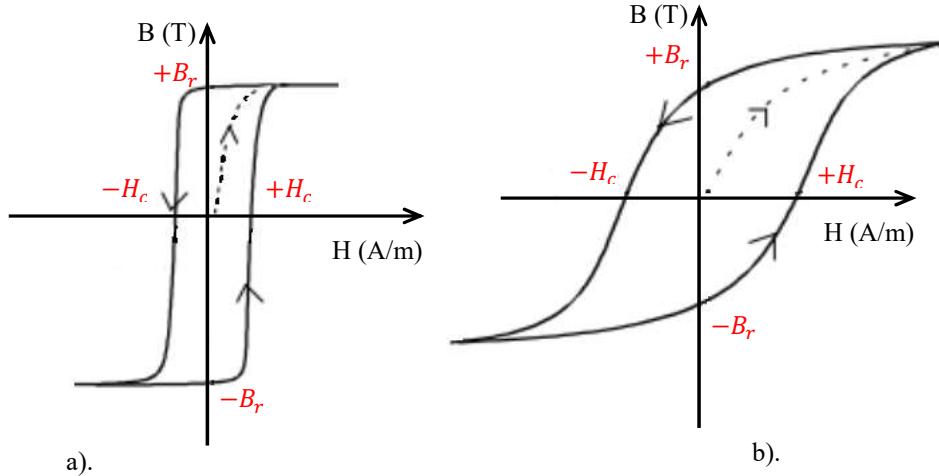


Figure III. 14. Cycle d'hystérésis pour a) matériau doux b). Matériau dur

III. 5. Pertes dans les circuits magnétiques

Dans les circuits magnétiques, comme ceux des transformateurs, machines électriques ou inductances, des pertes d'énergie surviennent principalement lorsqu'un champ magnétique variable est appliqué à un matériau ferromagnétique. Ces pertes réduisent l'efficacité du système et se manifestent sous forme de chaleur.

On distingue principalement deux types de pertes :

III. 5. 1. Pertes par hystérésis

Lorsqu'une tension alternative est appliquée à une bobine d'excitation, comme illustré à la figure III.15, la force magnéto motrice variable entraîne une réorientation continue des domaines magnétiques à l'intérieur du matériau ferromagnétique le long de l'axe d'aimantation. Ce mouvement moléculaire répété engendre un échauffement du matériau. Plus le matériau est "dur" (au sens magnétique), plus les pertes par hystérésis sont importantes.

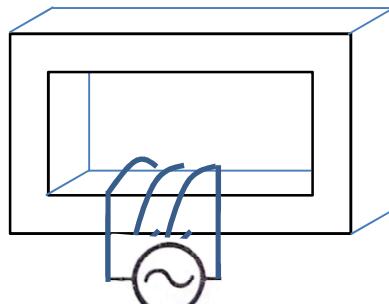


Figure III. 15. Circuit magnétique avec une f.m.m altérative

Ces pertes dépendent du type et du volume du matériau magnétique, et varient proportionnellement à la fréquence et à une puissance n de la valeur maximale de la densité de flux magnétique B_{max} . Cette relation peut être exprimée par la formule de Steinmetz suivante :

$$P_h = K_h B_{max}^n f \quad (\text{III.46})$$

Où :

P_h : est la puissance perdue par hystérésis (en watts),

K_h : est une constante qui dépend des caractéristiques magnétiques du matériau, de sa densité et des unités utilisées,

f : est la fréquence du champ magnétique (en Hz),

B_{max} : est la valeur maximale de la densité de flux magnétique (en teslas),

n : (L'exposant de Steinmetz) est un paramètre empirique variable selon le matériau magnétique utilisé pour le noyau (en fonction de sa composition, de sa structure cristalline et de son traitement) et compris entre 1,5 et 2,5. A titre d'exemple, pour les feuilles d'acier au silicium, qui sont couramment utilisées dans les transformateurs et les machines électriques, la valeur moyenne de l'exposant de Steinmetz est d'environ 1,6.

L'aire enfermée par la boucle d'hystérésis est égale à l'énergie de pertes par hystérésis, exprimée en joules par cycle et par mètre cube de matériau.

III. 5. 2. Pertes par courants de Foucault

Outre les pertes par hystérésis, un matériau magnétique soumis à un champ magnétique variable est également le siège de courants de Foucault (ou courants induits). Ces courants électriques sont des courants circulaires induits à l'intérieur du matériau conducteur selon la loi de Faraday. La figure III.16. a. illustre ce phénomène à travers un bloc de fer que l'on peut considérer comme une infinité de coquilles ou boucles concentriques, au sein desquelles ces courants circulent.

Pour réduire ces pertes on utilise :

- Des matériaux à faible conductivité électrique comme les ferrites, notamment dans les circuits magnétiques à haute fréquence
- Des noyaux feuilletés, constitués de fines tôles empilées et électriquement isolées les unes des autres.

Cette dernière technique, illustré à la figure III.16. b. limite les chemins disponibles pour ces courants, ce qui réduit la taille des boucles de courant et donc l'intensité des courants de Foucault, entraînant une diminution significative des pertes thermique.

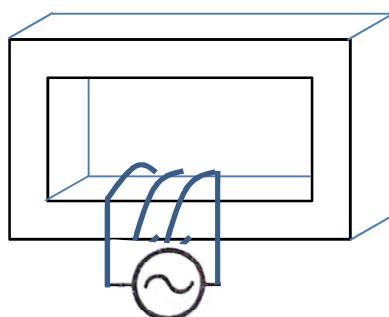


Figure III. 16. Circuit magnétique avec une f.m.m altérative

La puissance perdue par courants de Foucault peut être approximée par la formule :

$$P_c = K_e B_{max}^2 f^2 e^2 \quad (\text{III.47})$$

Où :

P_c : est la puissance perdue par courants de Foucault (en watts),

K_e : est une constante qui dépend des caractéristiques magnétiques du matériau, de sa géométrie,

f : est la fréquence du champ magnétique (en Hz),

B_{max} : est la valeur maximale de la densité de flux magnétique (en teslas),

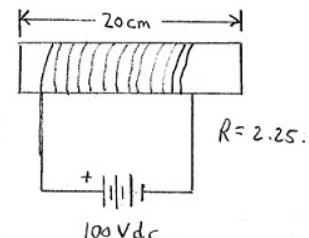
e : est l'épaisseur du matériaux (en mètres),

III. 6. Exercices

Exercice N° 01

Une bobine de forme solénoïde, mesure 20 cm de long et est composée de 200 tours de fil, a une résistance 2.25Ω , et alimentée par une source de tension continue de 100 V.

Trouvez le MMF produit par la bobine et l'intensité du champ magnétique.



Exercice N° 02

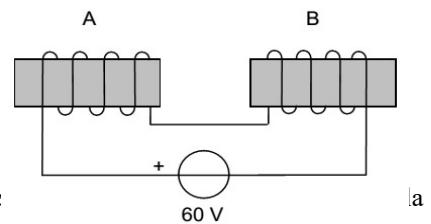
Soit deux électro-aimants A et B branchés en série, et raccordés à une source de tension de f.e.m. 60 volts. La résistance de la bobine A est de 50Ω , celle de B de 70Ω .

La bobine A possède 2000 spires, la bobine B 800 spires.

Déterminer :

- La FMM de chacune des bobines.
- La puissance dissipée dans chacune des bobines.
- S'il y a attraction ou répulsion entre ces deux électro-aimants, (pour ce figure) ?
- Si les deux bobines ont les mêmes dimensions, laquelle atteindra la plus haute température ?

Remarque : Le fil ayant servi à confectionner la bobine A n'a pas forcément la même section que le fil ayant servi à fabriquer la bobine B.



Exercice N° 03

Les conducteurs du stator d'un alternateur sont baignés par le champ magnétique rotorique de 0,6 T sur une longueur de 2 mètres (AB sur la figure).

L'extrémité des pôles du rotor se déplace à 100 m.s-1.

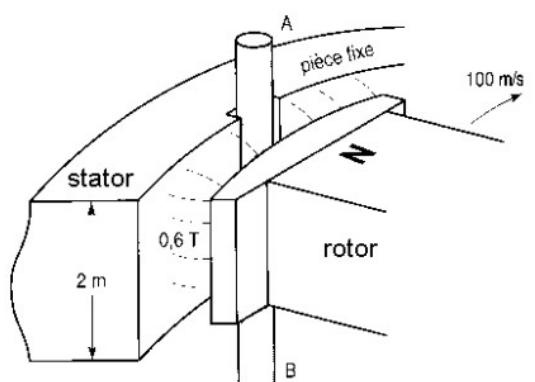
Calculer la valeur de la tension induite dans chaque conducteur.

Exercice N° 04

Une bobine possédant une inductance de 3 H est traversée par un courant de 50 A.

Calculer :

- La valeur de l'énergie emmagasinée dans le champ magnétique ;



- L'énergie débitée par la bobine si le courant diminue de 50 A à 30 A ;
- La tension induite aux bornes de la bobine ainsi que la puissance débitée si cette diminution de 50 A à 30 A se fait uniformément en 30 millisecondes

Exercice N° 05

Un noyau magnétique en acier moulé doit supporter une densité de flux de 1,0 T. Il a une longueur totale de 1,56 m. et une superficie transversale de 0,37 m².

Trouvez la perméabilité, la perméabilité relative et la réluctance du noyau.

Utilisez la courbe BH . Pour un $B = 1,0 \text{ T} \rightarrow H = 800 \text{ A-t/m}$

La tension $u(t)$ représentée par la figure I. 6.

1. Calculer la valeur crête à crête, la fréquence et l'amplitude de $u(t)$
2. Déterminer la