حل السلسلة 5 - جبر 1 - تابع

التمرين ② : تعيين a ، b حتى يكون q قاسم لـ P

$$P = X^4 + X^3 + aX^2 + bX + 2 = (X^2+2) \cdot Q(X)$$

$q = X^2+2$ يقبل جذرين في $\mathbb{C}$ هما $\alpha_1 = \sqrt{2}i , \alpha_2 = -\sqrt{2}i$

يكون لدينا :

$$P(\sqrt{2}i) = 0$$

$$4 - 2\sqrt{2}i - 2a + 2\sqrt{2}ib + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6 - 2a + (b-2)\sqrt{2}i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 2a = 0 \\ b - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{\begin{matrix} a = 3 \\ b = 2 \end{matrix}}$$

التمرين ③ : باقي قسمة P على $(X-a)$ هو 1 أي

$$\boxed{P = (X-a)Q_1 + 1}$$

باقي قسمة P على $(X-b)$ هو (-1) أي

$$\boxed{P = (X-b)Q_2 + (-1)}$$

ليكن R باقي قسمة P على $q = (X-a)(X-b)$

اذن $\deg R < \deg q = 2$ أي $\deg R \in 1$

ومنه :

$$\boxed{R = \alpha X + \beta}$$

$$\boxed{P = (X-a)(X-b)Q_3 + \alpha X + \beta}$$

$$\begin{cases} P(a) = 1 \\ P(b) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha a + \beta = 1 & \text{— ①} \\ \alpha b + \beta = -1 & \text{— ②} \end{cases}$$

(2)