تاريخ الرياضيات

مقدمة :

عرفت الرياضيات قديما بأنها "علم المقدار المتصل والمنفصل" أو هي "علم الكم"، إذْ كان يُنظر إلى الحساب والجبر على أنهما يتناولان دراسة الأعداد والعمليات عليها، وإلى الهندسة على أنها مختصة بدارسة النقط والخطوط والأسطح والأحجام والعلاقات بينها، ولذلك كانت تدعى أيضا باسم "علم الحساب". غير أن الرياضيات تطورت على مر العصور لتشمل فروعا جديدة كنظرية المجموعات وحساب التفاضل والتكامل والهندسة التحليلية وغيرها.

غالبا ما يعود أصل البنى الرياضية التي يدرسها الرياضيون إلى العلوم الطبيعية، وخاصة الفيزياء والفلك، ولكن الرياضيين يقومون بتعريف ودراسة بنى أخرى لأغراض رياضية بحتة، لأن هذه البنى قد توفر تعميما لحقول أخرى من الرياضيات مثلا، أو أن تكون عاملا مساعدا في حسابات معينة، كما أن الرياضيين قد يدرسون حقولا معينة من الرياضيات لتحمسهم لها، معتبرين أن الرياضيات هي فن وليس علما تطبيقيا.

1) الرياضيات عند البابليين :

يُعد اكتشاف الكتابة أهم الإنجازات البشرية على الإطلاق، فهي التي سمحت بتراكم المعرفة والمعلومات عبر الأجيال مما مهد للبشرية الخروج من بدائيتها الأولى إلى الثورة العلمية والحضارية التي نعيشها الآن. ويذكر لنا التاريخ أن الكتابة ظهرت أول ما ظهرت على أرض العراق في الألفية الرابعة قبل الميلاد، حيث استخدم السومريون ما يعرف بالخط المسماري لتدوين كتاباتهم على ألواح من الطين المجفف.

وقد أتت معرفتنا بالرياضيات البابلية من ألواح طينية اكتشف منها حتى الآن 400 لوح منذ عام 1850م، وقد كُتبت بالخط المسماري. يرجع تاريخ معظمها إلى الفترة بين 1800ق.م و 1600ق.م، وغطت مواضيع تتناول الكسور والجبر والمعادلات التربيعية والتكعيبية ونظرية فيثاغورس.

الأرقام ونظام العد :

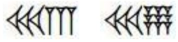
طور البابليون نظام للأعداد خاص بهم وهو النظام الستيني حيث لا يزال هذا النظام مستخدما حتى يومنا هذا في حساب الوقت والزوايا. وقد استخدم البابليين رمزين فقط للتعبير عن هذا النظام : رمز يشبه الوتد 𒁹 ويمثل العدد 1 ورمز على شكل الزاوية القائمة 𒌋 يمثل العدد 10. ورمز الواحد من الممكن أن يعبر عن أكثر من قيمة في نفس الوقت، فهو يمثل 1 أو 60 أو 3600 أو 60/1 أو أي أس صحيح موجب أو سالب للأساس 60.

الأرقام البابلية من 1 إلى 59

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	𒁹	𒈫	𒐈	𒐉	𒐊	𒐋	𒐌	𒐍	𒐎	𒌋
10	𒌋𒁹	𒌋𒈫	𒌋𒐈	𒌋𒐉	𒌋𒐊	𒌋𒐋	𒌋𒐌	𒌋𒐍	𒌋𒐎	𒎙
20	𒎙𒁹	𒎙𒈫	𒎙𒐈	𒎙𒐉	𒎙𒐊	𒎙𒐋	𒎙𒐌	𒎙𒐍	𒎙𒐎	𒌍
30	𒌍𒁹	𒌍𒈫	𒌍𒐈	𒌍𒐉	𒌍𒐊	𒌍𒐋	𒌍𒐌	𒌍𒐍	𒌍𒐎	𒐏
40	𒐏𒁹	𒐏𒈫	𒐏𒐈	𒐏𒐉	𒐏𒐊	𒐏𒐋	𒐏𒐌	𒐏𒐍	𒐏𒐎	𒐐
50	𒐐𒁹	𒐐𒈫	𒐐𒐈	𒐐𒐉	𒐐𒐊	𒐐𒐋	𒐐𒐌	𒐐𒐍	𒐐𒐎	𒌋

ابتكر البابليون فكرة القيمة المكانية في كتابة الأرقام، والقيمة المكانية تعني أن الرمز يأخذ قيمة تعتمد على مكان كتابته، وليس فقط على شكله، واستخدموا القيمة المكانية في التعبير عن الأعداد التي تزيد عن 59 ، فكل رقم يكتب على يسار المكان المبدئي يأخذ قيمته مضروبة في 60 بعدد مرات الانتقال إلى يسار المكان المبدئي.

مثال :

$$2019 = 66 \times 33 + 39 =$$ 

الحساب :

كانت العمليات الحسابية الأربع عند البابليين تُجرى بنفس الطريقة المتبعة في النظام العشري الحديث، فيما عدا أن نقل الأعداد إلى منزلة أعلى يكون عندما يصل العدد إلى 60 وليس 10، كما استعملوا بشكل واسع جداول عد قبل–حسابية لمساعدتهم في الحساب، فقد وجد لوحان يرجع تاريخهما إلى 2000 ق.م، يوجد بهما قائمة مربعات الأعداد من 1 إلى 59 ومكعبات الأعداد من 1 إلى 32.

الكسور :

عرفوا الكسور التي بسطها واحد ومقامها عدد صحيح، فالعدد  يمثل الكسر $\frac{30}{60}$ أي $\frac{1}{2}$ ، كما أن العدد  يمثل الكسر $\frac{80}{60}$ أي $1\frac{1}{3}$، إلا أن هناك كسورا ليس لها تمثيلا معينا في النظام الستيني، مثل $\frac{1}{7}$ و $\frac{1}{11}$ و $\frac{1}{13}$ وغيرها، ولحسابها كانوا يستخدمون التقريب.

الجبر :

استخدم البابليون بعض المتطابقات الشهيرة والتي كانت تعطى بدون برهان، وهذه المتطابقات هي :

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \qquad (a \mp b)^2 = a^2 \mp 2ab + b\text{^}2$$

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab \qquad (a+b)^2 + (a-b)^2 = 2a^2 + 2b^2$$

كما طوروا صيغ جبرية لحل المعادلات الرياضية وقد كانت هي الأخرى مبنية على الجداول قبل–الحسابية، فمثلا جدول قيم $n^3 + n^2$ استخدم لحل أنواع محددة من المعادلات التكعيبية. مثلا، حل المعادلة $ax^3 + bx^2 + c$. بضرب الطرفين في a^2 وقسمتها على b^3 نجد $\left(\frac{ax}{b}\right)^3 + \left(\frac{ax}{b}\right)^2 = \frac{ca^2}{b^3}$ ، وبوضع $y = \frac{ax}{b}$ و $d = \frac{ca^2}{b^3}$ تصبح $y^3 + y^2 = d$ ، وتحل بإيجاد قيم $n^3 + n^2$ في الجداول قبل الحسابية، حيث يكون الحل هو قيمة n الموافقة للقيمة الأقرب للطرف الأيمن.

هناك مسائل هندسية ولكنها جبرية بالمفهوم العصري، مثال ذلك : حقل مستطيل مساحته 20 ومجموع طوله وعرضه 10 ونبحث عن طوله وعرضه. وهي مسألة ذات مجهولين تكتب بالرموز العصرية كما يلي : $xy = 20$ و $x + y = 10$. وقد حلها البابليون بطريقة تسمى طريقة الزيادة والنقصان وذلك بوضع $x = 5 + a$ و $y = 5 - a$ ، وبعد التعويض في المعادلتين السابقتين نحصل على المعادلة $a^2 = 5$ ، وهي معادلة حلها بسيط.

الهندسة :

اكتشف البابليون مساحة المربع والمستطيل وشبه المنحرف والمثلث وحجم متوازي المستطيلات والأسطوانة القائمة والموشور، وقد حسبوا محيط الدائرة كثلاثة أضعاف القطر والحجم كواحد على اثني عشر من مربع المحيط، وهو يكون صحيحاً إذا قدرت قيمة العدد π بـ 3 ، وعلموا نظريات النسب للمثلثات متساوية الساقين لكن افتقروا لمفهوم قياس الزوايا، وهكذا، قاموا بدراسة أضلاع المثلث بدلا عن ذلك.

2) الرياضيات عند قدماء المصريين :

إن أهم المصادر لدراسة تاريخ الرياضيات عند المصريين هي مخطوطتين. الأولى هي مخطوطة أحمس (Ahmes) نسبة إلى الكاتب الذي كتبها في حوالي سنة 1650 ق.م ، وإن كان يغلب عليها اسم مخطوطة ريند نسبة إلى جامع الآثار الاسكتلندي هنري ريند (Henry Rhind) الذي اشتراها سنة 1858 م من إحدى القرى المصرية، وتحتوي على 85 مسألة رياضية متنوعة، من العد إلى قواعد العمليات الحسابية الأربعة، والكسور العادية، والمربع، والجذر التربيعي، وبعض المتتاليات والمسائل الهندسية. والثانية تدعى مخطوطة موسكو نسبة إلى متحف المدينة المحفوظة فيه، وربما تكون أقدم من المخطوطة الأولى بقرنين من الزمن، وتحتوي على 25 مسألة.

الأرقام ونظام العد :

اعتمد المصريون نظاما بسيطا في كتابة الأرقام باستعمال سبعة رموز، وهو نظام عشري غير موضعي أي موضع الرموز غير مهم، ويكرر كل رمز عددا من المرات لا يزيد على تسعة ثم الانتقال إلى الرمز التالي. وهذه الرموز هي :

الرمز	𓏺	𓎆	𓍢	𓆼	𓂭	𓆐	𓁨
قيمة الرمز	1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000
معنى الرمز	عصا	حذوة الحصان	لفة حبال	زهرة اللوتس	أصبع	صغير الضفدع	الإله حيح

مثال :

2019 = 𓆼𓆼𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺

العمليات الأربعة :

بالنسبة للجمع والطرح كلاهما يعتمد على العد، فالجمع هو ضم الأعداد إلى بعضها والطرح هو اختصار الأعداد. أما الضرب فهو عملية جمع بالتضعيف مرة بعد مرة ثم جمع المضاعفات المناسبة، ويعتمدون في ذلك الطريقة التالية:
مضاعفة أحد العددين باستمرار مع تنصيف العدد الآخر باستمرار، وإذا كان النصف يحتوي على كسر فيتم تقريب العدد بالنقصان إلى عدد صحيح، وهكذا حتى نصل إلى العدد واحد، ثم نقوم باستبعاد الأسطر التي تحوي على أنصاف زوجية ونبقى فقط الأسطر التي تحتوي على أنصاف فردية ثم نقوم بجمع الأرقام التي تمت مضاعفتها فنحصل في النهاية على النتيجة المطلوبة. بينما القسمة هي تضعيف القاسم حتى نحصل على المقسوم.

مثال : $2019 = 57 + 1962$

𓆼𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺 + 𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺

= 𓆼𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺

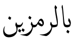
= 𓆼𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺

= 𓆼𓆼𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺

مثال : 11×45

طريقة المصريين	شرحها
11 45 $\div 2 \cong 5$ $\times 2 = 90$ $\div 2 \cong 2$ $\times 2 = 180$ $\div 2 = 1$ $\times 2 = 360$ 45×11 = 45+90+360 = 495	$11 = 1 + 1 \times 2 + 1 \times 2^3$ $\Rightarrow 45 \times 11 = 45 + 45 \times 2 + 45 \times 8$ $= 45 + 90 + 360$ $= 495$

الكسور:

تعتمد الكسور عند المصريين على الأجزاء فقط، أي الجزء الواحد من العدد وهو الكسر الذي بسطه الواحد ومقامه عدد صحيح. وكانوا يعبرون عن ذلك باستخدام الرمز  مع وضع المقام أسفله، كما استعملوا كسرين تكميليين هما $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ وعبروا عنهما بالرمزين  و 

مثال :

$\frac{1}{10} =$  $\frac{1}{43} =$ 

الجبر:

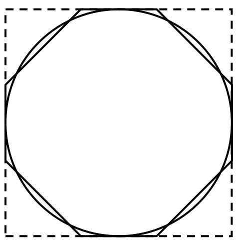
أقدم ما نعرف من علم الجبر عند المصريين نجده في مخطوطة أحمس وفيها نجد ما يدل على أن المصريين القدماء قد عرفوا المتتاليات العددية والمتتاليات الهندسية وأيضا معادلات من الدرجة الثانية مثل المعادلتين: س ^{2} + ص ^{2} $= 100$ ، ص $=\frac{3}{4}$س.

ومن المسائل التي وردت في مخطوطة أحمس مسألة تقول : عدد إذا أضيف إليه ثلثاه ثم أخذ ثلث الناتج يتبقى عشرة، فما هو العدد؟

باستخدام التعبير الرمزي الحديث يمكن كتابة المسألة هكذا : س $+ \frac{2}{3}$س $- \frac{1}{3}\left(\text{س} + \frac{2}{3}\text{س}\right) = 10$.

الهندسة:

لقد اهتم المصريون القدامى بالهندسة وإنشاءاتها، ويتجلى ذلك في بناء الأهرامات التي لا تزال شاهدة على ذلك لحد الآن، وكانت المسائل الهندسية تتعامل على الأغلب مع المساحات والقياسات، فمساحة المثلث وجدت تساوي نصف حاصل ضرب القاعدة بالارتفاع، ومساحة الدائرة تساوي $\left(\frac{8}{9}\text{القطر}\right)^2$ وهذا يعطي للعدد π القيمة التقريبية 3.1605 ، وكذلك عرفوا مساحة المستطيل والمربع وشبه المنحرف وحجم المكعب ومتوازي المستطيلات والموشور والأسطوانة. وكان المهندسون المصريون يستخدمون النسبة 5:4:3 لتعيين الزاوية القائمة في البناء (التي عرفت فيما بعد بنظرية فيثاغورت).



وربما يرجع أصل القيمة التقريبية للعدد π إلى المسألة التالية :

نرسم في مربع طول ضلعه 9 وحدات قياس دائرة ومضلع ثماني كما في الشكل، ونقرب مساحة الدائرة بمساحة المضلع التي تساوي 63 وحدة مربعة والتي بدورها نقربها إلى 8^2 وحدة مربعة.

3) الرياضيات عند الرومانيين :

أظهر الرومان اهتماما ضئيلا بالرياضيات البحتة، غير أنهم طوروا نظام عد خاص بهم وهو مزيج من النظام الخمسي والعشري استخدموا في كتابته 7 رموز، فالعدد واحد رمزوا له بالأصبع الواحد أي بخط رأسي (I) والعدد خمسة رمزوا له باليد الواحدة ذات الأصابع الخمسة، ولما كان الإبهام يتجه بعيدا عن باقي أصابع اليد فقد رسموا اليد هكذا (V)، وبالتالي فالعشرة كانت عبارة عن كلتا اليدين فكتبوا خمسة وتحتها خمسة

مقلوبة للأسفل وكان يفصل بينهما فاصل بسيط، ثم مع مرور الزمن كتبوهما بدون فاصل بينهما فأصبحت كما معروفة اليوم بالحرف اللاتيني (X)، والعدد اثنين كرروا رمز الواحد مرتين وهكذا مع العدد ثلاثة، أما باقي الأعداد فكانت تكتب بطريقة الجمع والطرح حسب موقع الرموز من بعضها. الجدول التالي يوضح الرموز المستعملة والقيمة العددية لكل رمز :

M	D	C	L	X	V	I
1000	500	100	50	10	5	1

وتُكتب الأعداد الرومانية من اليسار إلى اليمين، فتُكتب الآلاف أولا تليها المئات ثم العشرات وأخيراً الآحاد، وكتابة عدد على يسار عدد أكبر منه تعني أن الرقم الأصغر مطروح من الرقم الأكبر. يُستخدم هذا المبدأ مع الأعداد 4، 9، 40، 90، 400، 900، فهي تكتب كما يلي :

$4 = 5 - 1$	$9 = 10 - 1$	$40 = 50 - 10$	$90 = 100 - 10$	$400 = 500 - 100$	$900 = 1000 - 100$
IV	IX	XL	XC	CD	CM

مثال :

2009 = MMIX　　　1441 = MCDXLI　　　1954 = MCMLIV

4) الرياضيات عند الإغريق :

يُعدّ علماء الإغريق أول من اكتشف الرياضيات البحتة بمعزل عن المسائل العملية، فبعدما نقل الإغريق الرياضيات الفرعونية زادوا على ما أخذوا وأضافوا إضافات هامة. وقد اشتغلوا في الهندسة فرتبوا نظرياتها وعملياتها.

وتعود ثلاث مسائل هندسية، يُفترض حلها هندسيا باستخدام مسطرة وفرجار، إلى بدايات الهندسة الإغريقية، وتلك المسائل هي: تربيع دائرة (رسم مربع مساحته تساوي مساحة دائرة معطاة)، ومضاعفة مكعب (إنشاء مكعب حجمه يساوي ضعف حجم المكعب الأصلي)، وتقسيم أي زاوية إلى ثلاثة زوايا متساوية.

ولا نكون مبالغين إذا قلنا إن العالم مدين لعلماء الإغريق بالهندسة المستوية التي نعرفها الآن. ومن بين علماء الإغريق نذكر :

فيثاغورس Pythagore (570 ق.م. – 495 ق.م.) : فيلسوف وعالم رياضيات يوناني يُعرف بمعادلته الشهيرة « نظرية فيثاغورس» والتي تنص على أن مربع الوتر في مثلث قائم يساوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين. طبعا ليس فيثاغورس من وضع هذه النظرية، فقبله بقرون كان المهندسون المصريون يستخدمون النسبة 5:4:3 لتعيين الزاوية القائمة في البناء.

ميز فيثاغورس بين الأعداد الزوجية والأعداد الفردية عن طريق تجارب مرتبطة بالحصى، فإذا أمكن قسمة الحصى إلى جزأين متساويين كان عددها زوجيا، وإذا لم يمكن فعددها فرديا. كما عرف الفيثاغورسيون (فيثاغورس وأصحابه) الأعداد الزائدة وهي التي مجموع قواسمها (التي تختلف عنها) أكبر منها، مثل العدد 12، مجموع قواسمه هو $1+ 2 + 3 + 4 + 6 = 16$ أكبر من العدد نفسه. وعرفوا الأعداد الناقصة وهي التي مجموع قواسمها أصغر منها، مثل العدد 8، مجموع قواسمه هو $1 + 2 + 4 = 7$ أصغر من 8.

والأعداد المتحابة، فالعددان متحابان إذا كان مجموع قواسم كل واحد منهما يساوي العدد الآخر، مثل 284 و 220، لأن مجموع قواسم 284 هو $1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$، ومجموع قواسم 220 هو $1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55+ 110 = 284$.

وذهبوا إلى أبعد من ذلك فكانوا ينظرون إلى الأعداد نظرة تقديس ويرون أن لها خواص وأن لكل منها معنى. وأحبوا العدد 10لأنه مجموع الأعداد الطبيعية 1، 2، 3، 4، والعدد 7 لأن عدد الكواكب 7، وأحبوا العدد 5 لأن الخماسي المنتظم إذا مدت أضلاعه تشكل خماسي جديد، وإذا

مدت أضلاع الخماسي الجديد تشكل خماسي ثالث، وهكذا، إلى أن تنبهوا أن قطر المربع (الذي طول ضلعه 1) لم يكن عددا صحيحا ولا حتى النسبة بين عددين صحيحين، وبالتالي المنظومة العددية التي ظنوا أنها كاملة لم تكن كذلك، وشكل هذا صدمة كبيرة لفيثاغورس وأصحابه.

طاليس الملطي Thalès de Milet (624 ق.م. – 546 ق.م.) : رياضي وعالم فلك وفيلسوف يوناني، أسَّس ما يُعرف باسم نظرية طاليس وهي تنص على أن أي مثلث مرسوم داخل دائرة بحيث يكون الضلع الأطول هو قطر الدائرة فإن الزاوية المقابلة له هي زاوية قائمة، بالإضافة إلى بعض الخصائص الأخرى المشتقة من هذه القاعدة. كذلك تُنسب لطاليس نظرية أخرى تختص بالنسب بين أطوال أقسام الخطين المتقاطعين في نقطة عندما يقطعها خطين متوازيين، ويمكن تمديد النظرية لتشمل المثلثات المتشابهة.

إقليدس Euclide (325 ق.م – 265 ق.م.) : رياضي يوناني يعتبر أبو الهندسة، بنى أول منهج منطقي في الرياضيات حيث انطلق من ثلاث مفاهيم أولية هي : النقطة والخط والسطح، فتصور النقطة شيئا له وضع فقط وليس له طول ولا عرض ولا عمق، والخط طول بدون عرض أو عمق، وأما السطح فهو ما كان له طول وعرض بدون عمق، وبدلالة هذه المفاهيم عرف الأشكال الهندسية المختلفة كالزاوية والمثلث والمربع والدائرة ...

جمع المعلومات الهندسية الموجودة في زمانه في كتاب أسماه « العناصر »، وحرص على أن يضم كتابه الحقائق المثبتة من دون غيرها التي أثبت خطأها أو عجز عن إثبات صحتها، وقد قسم كتابه إلى ستة أبواب وهي كما يلي:

1- تطابق المثلثات، المتوازيات، الزوايا.

2- بعض المتطابقات والبرهنة عليها هندسيا.

3- الدوائر.

4- الأشكال المرسومة داخل الدائرة أو خارجها.

5- التناسب هندسيا.

6- تشابه المضلعات.

يقدم في بداية كل باب مجموعة من التعاريف والبديهيات والمسلمات التي بنى عليها هندسته. ومن التعاريف التي قدمها إقليدس نذكر :

– الزاوية المستقيمة هي انفراج خطين مستقيمين التقيا بنقطة وليسا على استقامة واحدة.

– الدائرة شكل مستو يحيط به خط واحد ويسمى المحيط، وفي وسطه نقطة جميع الخطوط المستقيمة الخارجة منها إلى المحيط متساوية.

– النقطة المشار إليها تسمى مركز الدائرة.

– الأشكال المستقيمة الأضلاع هي المحدودة بخطوط مستقيمة.

– المثلث شكل يحيط به ثلاث خطوط.

– المثلث المستوي هو ما أحاط به ثلاثة خطوط مستقيمة، والكروي ما أحاط به ثلاثة خطوط منحنية.

ومن البديهيات نذكر مثلا :

– الأشياء المساوية لشيء واحد هي متساوية بعضها لبعض.

– إذا أضيفت أشياء متساوية إلى أشياء متساوية تكون المجموعات متساوية.

– إذا أضيفت أشياء متساوية إلى أشياء غير متساوية تكون المجموعات غير متساوية.

– المقادير المتطابقة أي التي تملأ مساحة واحدة هي متساوية.

– إذا تقاطع خطان مستقيمان لا يكونان موازيين لخط آخر مستقيم.

ومن المسلمات نذكر :

– يمكن أن نصل بين كل نقطتين بخط مستقيم وحيد.

– يمكننا مد كل خط مستقيم من كلا طرفيه إلى مالا نهاية.

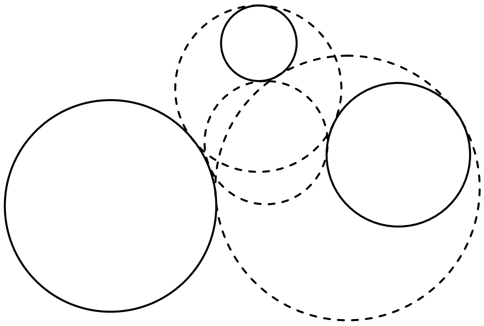
– يمكننا رسم أي دائرة إذا علمنا مركزها ونصف قطرها.

– جميع الزوايا القائمة متساوية.

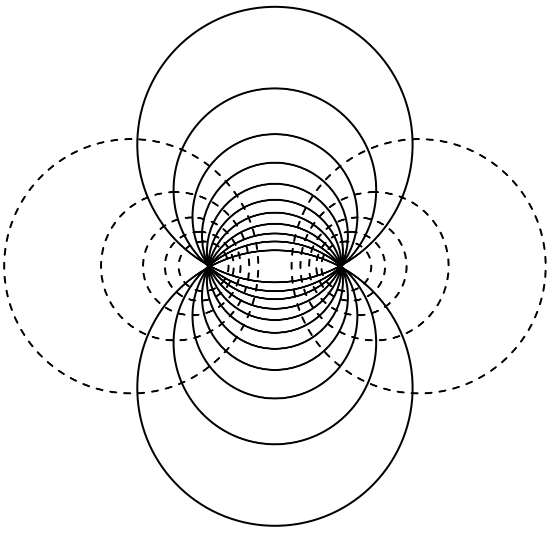
– إذا قطع مستقيمان مستقيم ثالث وبحيث يكون مجموع الزاويتين الداخليتين على جهة واحدة من التقاطع أقل من قائمتين فإن المستقيمان سوف يلتقيان إذا مددناهما على نفس هذه الجهة.

أبولونيوس بيرغا Apollonios de Perga (262 ق.م. – 190 ق.م.) : فلكي ومهندس وعالم رياضيات يوناني اشتهر بأعماله في مجال القطوع المخروطية، وهو الذي أعطى القطوع المخروطية الأسماء : القطع الناقص، القطع المكافئ، والقطع الزائد التي نعرفها الآن. وهو من حل المسألة المسماة باسمه (مسألة أبولونيوس) وهي: كيف ترسم دائرة تمس ثلاث دوائر معلومة.

حل مسألة أبولونيوس : إذا افترضنا وجود ثلاث دوائر مختلفة فإنه توجد ثمانية دوائر تمسها من الداخل أو من الخارج، هذه الدوائر الثمانية هي حل مسألة أبولونيوس. في الرسم الدوائر بخط متقطع هي ثلاثة حلول من بين الحلول الثمانية.



الدوائر الأبولونية : هي مجموعتين من الدوائر بحيث تتقاطع كل دائرة من المجموعة الأولى (بخط متقطع) مع كل دائرة في المجموعة الثانية (بخط مستمر) بشكل متعامد (زاوية قائمة). تم اكتشاف هذه الدوائر من قبل أبولونيوس بيرغا.



5) الرياضيات عند المسلمين :

عرفت الحضارة العربية الإسلامية منذ العصر الوسيط ازدهارا كبيرا في كافة الميادين، وقد كان للدين الإسلامي دور كبير من خلال مبادئه التي تحث على العمل وتحصيل المعرفة والتدبر في الكون والحياة والبحث في القوانين الطبيعية، كما أن الإسلام جعل من العلم فريضة على المسلم ورفع قدر العلماء وخاطب العقل ووجهه نحو التفكر والإبداع. وعلى إثر الفتوحات الإسلامية وتوسع المبادلات التجارية، احتك المسلمون بثقافات أخرى كالفارسية والإغريقية والهندية، فتولدت عندهم رغبة في التعرف على عاداتهم وتاريخهم وحضارتهم، ما دفعهم إلى الترجمة عن اللغات الأعجمية كالفارسية، والسريانية، واليونانية، مما أثرى الحركة العلمية عند المسلمين.

الأعداد وحساب الجمل :

بعد أن هجر العرب أنظمة الترقيم القديمة بدأوا يعُدّون باستخدام الأحرف الهجائية ومنها نشأ حساب الجُمّل، حيث وبعد انتشار دين الإسلام ونزول القرآن الكريم وتوسع رقعة الخلافة المسلمة وقيام دولتها الكبرى دعت الحاجة إلى الحساب واستخدام الأرقام للعد، اقتبس عندها

المسلمون من فتوحاتهم حساب الجُمّل الذي نجده كان مستعملًا في بلاد الهند قديمًا. وقد استمر حساب الجُمّل زمناً طويلاً، يستعمله العرب في علومهم، وتجاراتهم، وجداولهم الفلكية، وحساب أوزانهم، وكذلك في التأريخ للمعارك، والوفيات والأبنية وغيرها.
وحساب الجمل هي طريقة لحساب الأرقام والتواريخ باستخدام الحروف الأبجدية، إذ يعطى كل حرف رقما معينا يدل عليه كما يوضحه الجدول التالي :

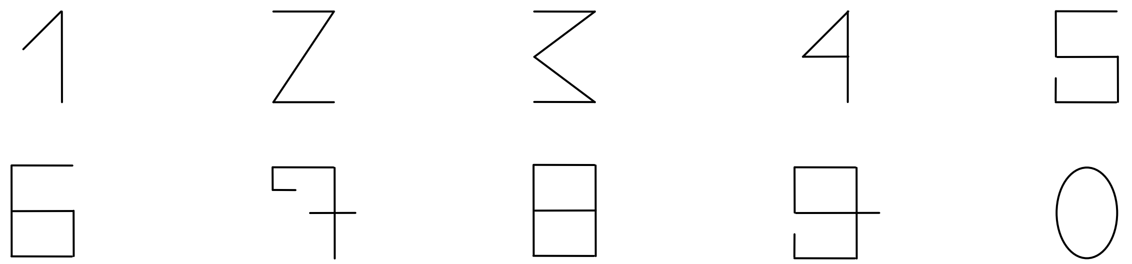
ن	م	ل	ك	ي	ط	ح	ز	و	ه	د	ج	ب	ا
50	40	30	20	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

غ	ظ	ض	ذ	خ	ث	ت	ش	ر	ق	ص	ف	ع	س
1000	900	800	700	600	500	400	300	200	100	90	80	70	60

ومن أمثلة استخدام حساب الجمل قول أحدهم يؤرخ تاريخ وفاة السلطان الظاهر برقوق : "وفاة برقوق في المشمش" ، فتاريخ وفاة برقوق هو "في المشمش" ، وعندما نحسب القيمة العددية نجد :

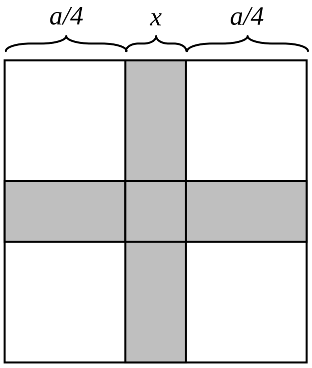
ف + ي + ا + ل + م + ش + م + ش = $80 + 10 + 1 + 30 + 40 + 300 + 40 + 300 = 801$

ومنه فإن وفاة السلطان الظاهر برقوق كانت سنة 801 هجرية.
أما الأرقام التي استخدمها المسلمون العرب فقد صممها الخوارزمي على أساس عدد الزوايا (الحادة أو القائمة) التي يتضمنها كل رقم. فالرقم واحد يتضمن زاوية واحدة، ورقم اثنان يتضمن زاويتين ، والرقم ثلاثة يتضمن ثلاث زوايا ... إلخ.
وشكلها هو كالتالي :



وقد تطورت هذه الأشكال على مر الزمن لتصبح بالشكل الذي نعرفه اليوم : 0 9 8 7 6 5 4 3 2 1
ولا يمكن تجاهل دور علماء الرياضيات المسلمين في تطور الرياضيات، ومن بينهم نذكر :

الخوارزمي (780 م – 850 م) : هو محمد بن موسى الخوارزمي والمولود عام 780 م بخوارزم وهو مؤسس علم الجبر. كلفه الخليفة المأمون بالاهتمام بعلم الرياضيات من خلال وضع نظرية لحل المعادلات الصعبة، وهو ما جعل الخوارزمي يؤلف كتاب الجبر والمقابلة والذي ضم الحديث عن الحسابات الفلكية والمعمارية والمواريث والبلدان والحسابات والعديد من الأمور الهامة، والذي تُرجم فيما بعد إلى اللغة اللاتينية.
ويُعد كتاب الجبر والمقابلة دراسة منهجية لحل معادلة من الدرجة الأول والثانية، والجبر هو الإكمال لحد التام والمقابلة هي المقابلة بين المجاهيل والمعاليم بالإسقاط، وهو ما نعرفه اليوم بـ : نقل الحدود من طرف إلى طرف واختزال الحدود المتشابهة من الطرفين.
كما تُنسب للخوارزمي طريقة هندسية لحل معادلة من الدرجة الثانية نوضحها بالمثال التالي :
لحل المعادلة $x^2 + ax = b$ نرسم مربع طول ضلعه $x + \frac{a}{2}$ ونقسمه كما في الرسم أسفله.
مساحة الجزء الرمادي تساوي $x^2 + 4\left(x \times \frac{a}{4}\right) = x^2 + ax = b$



ومساحة الجزء الأبيض تساوي $4\left(\frac{a}{4}\times\frac{a}{4}\right)=\frac{a^2}{4}$

ومنه مساحة المربع تساوي، من جهة الضلع × الضلع، أي : $\left(x+\frac{a}{2}\right)^2$ ، ومن جهة أخرى تساوي مجموع مساحتي الجزء الرمادي والجزء الأبيض، أي : $b+\frac{a^2}{4}$. إذن : $\left(x+\frac{a}{2}\right)^2=b+\frac{a^2}{4}$ ، وبجذر الطرفين يمكن استخراج قيمة x .

ثابت بن قرة (836 م – 901 م) : عالم عربي اشتهر بالفلك والرياضيَّات والهندسة والموسيقى، وُلِد في حرَّان بتركيا، وتُوفِّي في بغداد.
يُعدُّ ثابت أحد أعلام الرياضيَّات المعدودين في عصره، وقد تعدَّدت إنجازاته في هذا العلم في العصر الذي عاش فيه، وامتدَّت آثاره العلميَّة في الرياضيَّات إلى العصور التالية له، حتى استحقَّ أن يُطلق عليه لقب "إقليدس العرب"، ومن أهمِّ إنجازاته في الرياضيات دراساته القيّمة عن الأعداد، حيث قسَّم الأعداد إلى أعداد زوجيَّة وأعداد فرديَّة، كما قسَّمها أيضا إلى أعداد تامة وأعداد ناقصة وأعداد زائدة، وأوجد طريقة سهلة لاستخراج الأعداد المتحابَّة، ويعد أول شرقي بعد الصينيين بحث في المربعات السحرية وخصائصها.
وبرع ثابت في علم الهندسة حتى قيل عنه إنَّه أعظم هندسي عربي على الإطلاق، فقد أسهم بنصيب وافر في تقدم الهندسة، وهو الذي مهَّد لإيجاد علم التكامل والتفاضل، كما استطاع أن يحل المعادلات الجبرية بطرق هندسية، وتمكَّن من تطوير نظرية فيثاغورث، وكانت له بحوث عظيمة وابتكارات رائدة في مجال الهندسة التحليلية.

ابن الياسمين (؟– 1204 م) : عالم الرياضيات والهندسة والمنطق بالإضافة إلى تفوقه في الأدب شعرا ونثرا، وهو عبد الله بن محمد بن حجاج الأرديني المعروف بابن الياسمين من مدينة فاس بالمغرب، والياسمين اسم أمه نُسِبَ إليها.
دفعه ولعه بالجبر إلى الإبداع في أرجوزة شعرية لخص فيها القوانين والطرق التي تستعمل في الحساب وحل المسائل والمعادلات الجبرية مما جاء في كتاب "الجبر والمقابلة" للخوارزمي. وتدل هذه الأرجوزة الفريدة على تمكن ابن الياسمين وثروته الأدبية والعلمية، وقد شاعت بين القراء لسهولتها ودقة عباراتها، كما عدها مؤرخو الرياضيات من الكتب الأصول في الرياضيات.
ومن الذين شرحوا أرجوزة ابن الياسمين في الجبر والمقابلة العلامة ابن قنفذ (740 – 810 هـ)، والعلامة ابن الهائم (753 – 815 هـ) في كتابه "شرح الأرجوزة الياسمينية"، كما شرحها العلامة سبط المارديني (826 – 912 هـ)، وسمى شرحه "اللمعة المارديينية في شرح التحفة الياسمينية".
ومنها نقتطف الأبيات التالية :

عــلى ثلاثــة يــدور الجــبر ... المـــال والأعـــداد ثم الجـــذر
فالمــــال كل عـــدد مربّـــع ... وجـــذره واحـــدُ تـــلك الأضـــلع
والعـــدد المطلـــق مـــا لم يُنســـب ... للـمال أو للجـــذر فـــافهم تُصِـــب
والشـــيء والجـــذر بمعـــنى واحـــد ... كالقـــــول في لفـــــظ أبٍ ووالد
فبعضـــها يَعْـــدِل بعضـــا عـــددا ... مركبـــا مـــع غـــيره أو مُفـــردا
فـــتلك ســـت نصـــفها مركبـــة ... ونصـــــفها بســـــيطة مرتبـــــة
أولهـــا في الاصـــطلاح الجـــاري ... أن تَعْـــدِل الأمـــوال للأجـــذار
وإنْ تكـــن عَادلـــتَ الأعـــدادا ... فهـــي تليهـــا فـــافهم المُـــرادا
وإن تُعـــادِل بالجـــذور عـــددا ... فـــتلك تتلوهـــا عـــلى مـــا حُـــدّدا
واعـــلم هـــداك ربنـــا أن العـــدد ... في أول المركّبـــــات ينفـــــرِد
ووحّـــدوا أيضـــا جـــذور الخامســـة ... وأفْـــردوا أمـــوالهم في السادســـة

في الأبيات الأربع الأولى يعرف المصطلحات المستعملة في الجبر وهي: المال (مربع المجهول x^2) والعدد (c) والجذر (المجهول x)، وفي الأبيات الموالية يذكر الأصناف الستة للمعادلات من الدرجة الأولى والثانية، منها ثلاثة بسيطة وهي المعادلات التي تحتوي على حدين فقط، وهي :

$$1)\ ax^2 = bx \qquad 2)\ ax^2 = c \qquad 3)\ bx = c$$

وثلاثة مركبة وهي المعادلات التي تحتوي على ثلاث حدود، وهي :

$$4)\ ax^2 + bx = c \qquad 5)\ ax^2 + c = bx \qquad 6)\ ax^2 = bx + c$$

ولابن الياسمين أيضا كتاب "تلقيح الأفكار في العمل برسوم الغبار"، وهو كتاب في الحساب له أهمية علمية وتاريخية كبيرة.

عمر الخيام (1048 - 1131) : هو غياث الدين أبو الفتوح عمر بن إبراهيم الخيام نيسابورى المعروف بعمر الخيام (الخيّام هو لقب والده، حيث كان يعمل في صنع الخيام).

عالم وفيلسوف وشاعر فارسي مسلم، ويذهب البعض إلى أنه من أصول عربية، وُلِدَ في مدينة نيسابور، خراسان، إيران حوالي1048 م ، وتوفي فيها حوالي 1131 م ، تخصَّص في الرياضيات، والفلك واللغة والفقه والتاريخ. وهو أوّل من اخترع طريقة حساب المثلثات ومعادلات جبرية من الدرجة الثالثة بواسطة قطع المخروط وهو صاحب الرباعيات المشهورة.

ترجع شهرته إلى عمله في الرياضيات حيث حلَّ معادلات الدرجة الثانية بطرق هندسية وجبرية. كما نظم المعادلات التكعيبية وحاول حلها كلها، ووصل إلى حلول هندسية جزئية لمعظمها. وقد بحث في نظرية ذات الحدين عندما يكون الأس صحيحاً موجباً، ووضع طرقاً لإيجاد الكثافة النوعية. كما برع في الفلك أيضاً، وقد طلب منه السلطان ملكشاه سنة 467 هـ/1074م مساعدته في تعديل التقويم الفارسي القديم. ويقول المؤرخ جورج سارطون إن تقويم الخيام كان أدق من التقويم الجريجوري.

وكمثال عن حل المعادلات التكعيبية حل المعادلة $x^3 + ax = b$ ، إذْ يكتبها على الشكل $x^3 + p^2x = p^2q$ ومنه حلها هو نقاط تقاطع الدائرة التي معادلتها $x^2 + y^2 = qx$ مع القطع المكافئ ذو المعادلة $x^2 = py$.

غياث الدين الكاشي (1380 م – 1436 م) : وُلِد بمدينة كاشان ببلاد فارس وإليها نُسِب. واحد من أبرز علماء المسلمين في الرياضيات، وممن لهم إسهامات رائدة في مجاله. ابتكر الكاشي الكسور العشرية ووضع قانونا خاصا بتحديد قيس أحد أضلاع مثلث انطلاقا من قيسي ضلعيه الآخرين وقيس الزاوية المقابلة له بالإضافة إلى قانون خاص بمجموع الأعداد الطبيعية المرفوعة إلى القوة الرابعة، وهو القانون الذي لعب دورا أساسيا في تطور علم الأعداد. كما استطاع إيجاد خوارزمية لحساب الجذور النونية لأي عدد والتي عُدّت حالة خاصة للطرق التي اكتشفت بعد ذلك بقرون في العصر الحديث.

وإذا كان بعض مؤرخي الرياضيات الغربيين ينسبون نظرية ذات الحدين لإسحاق نيوتن أو لغيره من الغربيين، فإن منهم من يعترف بأن صاحبها هو غياث الدين الكاشي، ويقرر أن الكاشي هو أول من فكر في طريقة ذات الحدين، بعد أن وضع أساسها الكرخي وعمر الخيام.

وفي الهندسة حذا الكاشي حذو إقليدس في هذا العلم وتبعه في تعاريفه ونظرياته، إلا أنه أخذ برأي نصير الدين الطوسي في نقضه لفرضية إقليدس الخامسة.

أبو الحسن علي القلصادي (1422 م – 1487 م) : أبو الحسن علي بن محمد بن علي القرشي البسطي الشهير بالقلصادي وُلِد في بسطة بالأندلس وتوفي في باجة بتونس. رياضياتي مسلم أندلسي اشتهر بعلم الحساب، كما كان عالما بالفروض والنحو وفقيها على المذهب المالكي. برز القلصادي في علم الرياضيات وأبدع في نظرية العدد، وله فيها ابتكارات. كما شرح عمل ابن البناء في الحساب وأضاف إليه عدة إضافات هامة خاصة في نظرية الكسور، وقد يكون القلصادي هو أول من رسم الكسور.

كان للقلصادي الريادة في استخدام الرموز في الجبر، وذلك في كتابه "كشف الأسرار عن علم الغبار"، فاستعمل لعلامة الجذر الحرف الأول من كلمة جذر (ج) ، واستعمل للمجهول الحرف الأول من كلمة شيء (ش) ، يعني س، ولمربع المجهول الحرف الأول من كلمة مال (م)، يعني $س^2$ ، ولمكعب المجهول الحرف الأول من كلمة مكعب (ك)، يعني $س^3$ ، ولعلامة المساواة الحرف (ل)، وللنسبة ثلاث نقاط.
إن مؤرخي الرياضيات ليس بإمكانهم حاليا ضبط أول استعمال للرموز في الرياضيات العربية، لكن المؤكد لديهم هو أن القلصادي استعمل الكثير من الرموز بسهولة ووضوح.

6) انتقال الرياضيات إلى أوربا :

يرى الباحثون في تاريخ الحضارات وفي تاريخ العلوم – حتى من الأوروبيين أنفسهم – أنه كان للعرب دور بارز في تكوين الفكر الأوروبي، وأنه أكثر بروزا في العلم بمختلف فروعه. وقد تم انتقال علمنا إليهم من خلال الاحتكاك الحضاري في ثلاث مناطق : الشرق العربي إبان الحروب الصليبية، وصقلية في أثناء حكم العرب لها حيث كان التفوق للحضارة العربية، والأندلس الإسلامية خصوصا مدينة قرطبة.
إن الحضارة الأوربية مرتبطة مع الحضارة اليونانية عن طريق الحضارات الكبيرة في الشرق، وللحضارة الإسلامية أهمية كبيرة في تطوير الثقافة الأوربية عن طريق ترجمة الأعمال الإسلامية والعلمية في أوربا في نهاية القرون الوسطى، ففي الوقت الذي كانت فيه القارة الأوربية في قرونٍ مظلمة في الجانب الثقافي والحضاري كانت الحضارة الإسلامية أكبر الحضارات. وقد كان للقساوسة المسيحيين أثر كبير في مجتمعاتهم وكانت لهم آراء مشوهة عن الدين الإسلامي والحضارة الشرقية وساد هذا الاعتقاد لقرون طويلة، ولكن بدأت هذه الصورة عن الثقافة والحضارة الشرقية تتغير تدريجياً، هذا الأمر أدى إلى أولى بوادر الاهتمام بالعلم والرأي الإسلامي. وقد حدث هذا الانفتاح الثقافي عن طريق الحروب والتجارة والسياحة، وشكلت الموانئ أهم هذه الوسائل في انتقال الحضارة الإسلامية، مثل الموانئ الأوربية ومنها البندقية وبيزا وباليرمو، والموانئ الشرقية مثل طرابلس والإسكندرية وصور وصيدا. وكذلك خلال الحروب الصليبية (1083 – 1263) وقد أدت العمليات العسكرية للأوربيين على الحدود الشرقية الغربية إلى سيطرة بعض هذه الدول على المناطق الإسلامية والتعرف على حضاراتها.
كان الأوربيون يهتمون بمراكز البحوث العلمية والمكتبات الغنية التي تتمركز في البلدان الإسلامية، ولكن واجهتهم مشكلة تتمثل بعدم معرفتهم باللغة العربية لذلك كانوا يأخذون الكتب اليونانية وفي الأقل الكتب المترجمة للغة العربية عن طريق الحروب الصليبية إلى أوربا، وهكذا وصلت أعمال اليونانيين إلى الأراضي الأوربية وبدأت حركة الترجمة من اللغة العربية إلى اللغات الأوربية في أثناء القرنين الحادي والثاني عشر.
اهتم العلماء الأوربيون بترجمة العلوم الطبيعية والتجريبية مثل الطب والفيزياء والكيمياء والفلك والرياضيات وبذلك كانت أول الأعمال المترجمة من اللغة العربية على وجه الخصوص في هذه المجالات. وفي الرياضيات كان أول ما ترجم كتاب "مبادئ إقليدس" وكتاب "الجبر والمقابلة" لمؤلفه الخوارزمي، هذا الأخير الذي ظل المرجع الرئيسي في الرياضيات بجامعات أوروبا حتى القرن السادس عشر.

7) أبرز علماء الرياضيات المعاصرة :

رينيه ديكارت René Descartes (1596 – 1650) : فيلسوف وعالم رياضي وفيزيائي فرنسي، يلقب بـ أبو الفلسفة الحديثة، له تأثير واضح في علم الرياضيات، فقد اخترع نظامًا رياضيًا سمي باسمه وهو "نظام الإحداثيات الديكارتية"، الذي شكل النواة الأولى للهندسة التحليلية.

بيير دي فيرما Pierre de Fermat (1601 – 1665) : محام وعالم رياضيات فرنسي، نال شهرته بسبب عمله في نظرية الأعداد والأعداد الصحيحة، كما ساهم في تطوير الهندسة التحليلية، وحساب التفاضل والتكامل.
توصل فِيرما إلى حلول تكاملية للمعادلة $س^2 + ص^2 = ع^2$ (مثلا، $3^2 + 4^2 = 5^2$). وتقوم نظريته الرياضية على أنه لا يوجد حل من الأعداد الصحيحة للمعادلة $س^ن + ص^ن = ع^ن$ إذا كان الأس ن أكبر من 2.

ليونهارد أويلر Leonhard Euler (1707 – 1783) : رياضي وفيزيائي وفلكي سويسري، له اكتشافات مهمة في معظم فروع الرياضيات كما له إسهامات في الطوبولوجيا ونظرية الأعداد التحليلية. يعود له الفضل في إدخال كثير من المصطلحات والترميزات الرياضية، فكان أول من يكتب $f(x)$ ليعبر عن التابع f مطبقاً على العنصر x . كما عرف الترميز المعاصر للتوابع المثلثية والحرف e للتعبير عن أساس اللوغاريتم الطبيعي والحرف الإغريقي $\sum$ للتعبير عن المجموع والحرف i للتعبير عن الواحد التخيلي.

مهّد لاستخدام التابع الأسي واللوغاريتمات في الإثباتات التحليلية واكتشف طرقاً عديدة لتمثيل التوابع اللوغاريتمية باستخدام سلاسل القوى. وربط طبيعة توزع الأعداد الأولية بأفكار تحليلية، حيث أثبت أن مجموع مقلوب الأعداد الأولية متباعد. ومن خلال ذلك اكتشف الرابط بين دالة زيتا ريمان والأعداد الأولية.

كارل فريدريك غاوس Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855) : عالم رياضيات ألماني ساهم بشكل كبير في العديد من المجالات، بما في ذلك نظرية الأعداد والجبر، والإحصاء والتحليل، والهندسة التفاضلية، ونظرية المصفوفات .

برنارد ريمان Bernhard Riemann (1826 – 1866) : عالم رياضيات ألماني ساهم في العديد من الأعمال في التحليل الرياضي، نظرية الأعداد، والهندسة التفاضلية، ومؤسس الهندسة الريمانية التي مهدت الطريق لأينشتاين ليضع النظرية النسبية العامة. يُعتبر تكامل ريمان وفرضية ريمان من أشهر أعماله على الإطلاق، وتتعلق فرضية ريمان بدالة أبدعها اسمها دالة "زيتا ريمان"، تنص الفرضية على أن الجزء الحقيقي للجذور المركبة لهذه الدالة يساوي النصف دوماً، ولم يستطع أي رياضي إثبات صحة أو خطأ هذه الفرضية حتى اليوم.

جورج كانتور Georg Cantor (1845 – 1918) : عالم رياضيات ألماني يعتبر مؤسس نظرية المجموعات. أول من أشار إلى أهمية التطبيقات التقابلية بين المجموعات، وعرّف المجموعات غير المنتهية والمجموعات المرتبة جيدا، كما أثبت أن الأعداد الحقيقية أكثر بكثير من الأعداد الطبيعية، وكذلك هو من عرّف الأعداد الأصلية (nombres cardinaux) والأعداد الترتيبية (nombres ordinaux) وطرق الحساب الخاصة بها.

ديفيد هيلبرت David Hilbert (1862 – 1943) : عالم رياضيات ألماني فذ، اكتشف وطوّر مجموعة واسعة من الأفكار الأساسية في العديد من مجالات الرياضيات المختلفة مثل النظريات المسلمة، الجبر، نظرية الأعداد، نظرية غير المتغير، نظرية الحقول والتحليل الدالي.

8) أزمة المفاهيم :

وصف إقليدس نظاما هندسيا في كتابه "العناصر" عرف قديما باسم الهندسة، ولقد اعتبرت هي الهندسة الوحيدة الممكنة. أما اليوم، فهي تسمى باسم الهندسة الإقليدية (نسبة إلى إقليدس) لفصلها عن الفرع المسمى بالهندسة اللاإقليدية التي اكتشفها علماء الرياضيات في القرن الـ 19 .

كانت الهندسة الإقليدية محل اعجاب الجميع بلا استثناء من الأقدمين الأولين حتى عصرنا هذا. فالهندسة الإقليدية هي ما نتعلمه في مدارسنا حتى نهي تعليمنا. بنى إقليدس هندسته على مسلمات وبديهيات لا يشك أي إنسان في صحتها، ولكن المسلمة الخامسة من مسلمات إقليدس كانت مثيرة للجدل، وقد اعتبرها الأقدمون أنها الشيء الوحيد في هندسة إقليدس الذي يشين هذه الهندسة.

تُعرف المسلمة الخامسة بمسلمة التوازي وتنص على أن : من نقطة لا تنتمي إلى مستقيم معطى يمكن رسم مستقيم واحد فقط يوازي الأول. وقد حاول الرياضيون عبر العصور من يونان و عرب و غربيون البرهنة عليها والرجوع بها إلى قضايا أبسط منها، ولكنهم جميعا لم يفلحوا، كما أنهم لم يستطيعوا الاستغناء عنها لأن في ذلك انهيار للهندسة الإقليدية كلها. وقد حاول العالم الروسي لوباتشفسكي Lobatchevski (1792 – 1856) البرهنة على المسلمة الخامسة واستعان في ذلك بالبرهان بالخلف، ففرض أنه يمكننا رسم أكثر من موازي واحد لمستقيم من خلال نقطة تقع خارج هذا المستقيم، لكن النتائج كانت معكوسة، بمعنى أن لوباتشفسكي لم يحصل على تناقض و إنما حصل على نتائج معاكسة ولكن بنائها المنطقي متماسك.

ثم قام العالم الألماني ريمان Riemann (1826 – 1866) بفرض افتراض آخر هو أنه لا يمكننا أن نرسم أي موازي لأي مستقيم من نقطة تقع خارجه. ويمكننا تخيل هذه الفرضية بسطح الكرة الأرضية. فخطوط الطول الموجودة فوق سطح الكرة تمثل الخطوط المستقيمة. كما أنه لا نستطيع من أي نقطة رسم خط طول يوازي خط طول آخر، لأن خطوط الطول على سطح الكرة الأرضية تتقاطع كلها عند القطبين، أي أن خطوط الطول كلها ليست متوازية.

وفيما يلي نلخص أهم الاختلافات بين الهندسات الثلاث :

في هندسة إقليدس :

– السطح مستوي. الانحناء معدوم.

– مجموع زوايا المثلث الداخلية يساوي 180 درجة.

– من نقطة خارج مستقيم معلوم يمكن رسم مستقيم واحد يوازي المستقيم المعلوم.

– نسبة محيط الدائرة إلى قطرها تساوي π .

في هندسة لوباتشيفسكي :

– السطح زائدي (على شكل سرج الحصان). الانحناء سالب تماما.

– مجموع زوايا المثلث الداخلية أصغر من 180 درجة.

– من نقطة خارج مستقيم معلوم يمكن رسم أكثر من مستقيم يوازي المستقيم المعلوم.

– نسبة محيط الدائرة إلى قطرها أصغر من π .

في هندسة ريمان :

– السطح كروي أو إهليليجي (بيضوي). الانحناء موجب تماما.

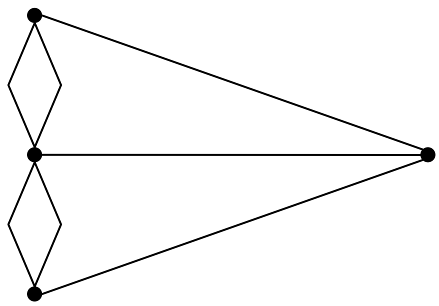
– مجموع زوايا المثلث الداخلية اكبر من 180 درجة.

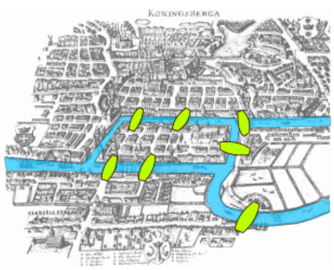
– من نقطة خارج مستقيم معلوم لا يمكن رسم أي مستقيم يوازي المستقيم المعلوم.

– نسبة محيط الدائرة إلى قطرها أكبر من π .

9) تاريخ الطوبولوجيا :

تقع مدينة كونيغسبرغ (Königsberg) الروسية (كالينينغراد – روسيا حاليا) بين نهرين، وتتّصل بباقي المدن عن طريق سبعة جسور، وكان سكّان المدينة يطرحون اللغز التالي : هل يمكنك عبور الجسور السبعة والعودة إلى نقطة الانطلاق دون أن تمر من أيّ جسر مرتين؟
فشل كثير من الناس في حل اللغز حتى وصل إلى عالم الرياضيات أويلر. قام أويلر باعتبار المدن نقاطا والجسور خطوطا (كما في الرسم أسفله)، ووضع قانونا لعبور الجسور ينصّ على أنه يمكنك أن تمرّ على كلّ الخطوط إذا احتوت كلّ نقطة على عدد زوجي من الخطوط.





نلاحظ أنه مهما تغيّرت الأطوال أو الأشكال التي يمكن صناعتها عن طريق الخطوط (الجسور) فلن يتغير الناتج، وبالتالي فإنّ جوهر الأجسام لا يتغير عندما تكبر أو تصغر، ولكن لو قمنا بإزالة خطّ أو إزالة نقطة (فجوة) فجوهر الشكل سيتغير بكل تأكيد، وهذه هي طريقة عمل الطوبولوجيا.

في الطوبولوجيا تتمّ معاملة الأشكال التي تمتلك نفس عدد الفجوات نفس المعاملة ولا يوجد بينها أيّ اختلاف، فالمربع والمثلث لا يوجد بينهما اختلاف، أي أنهما متكافئَين، لأنه يمكنك بكلّ بساطة الحصول على المثلث من المربع أو العكس عن طريق إعادة تشكيله، وهذا هو الفارق الجوهري بين الهندسة التقليدية وهندسة الطوبولوجيا.

تنقسم كلمة طوبولوجيا (Topology) إلى مقطعين، المقطع الأول Topo التي تعود إلى أصل يوناني (Topos) والتي تعني "مكان"، والمقطع الثاني هو logy والتي تعود لأصل يوناني (Logos) وتعني "دراسة". إذًا فالطوبولوجيا هي "علم دراسة المكان".

أول من صاغ مصطلح الطبولوجيا هو الألماني جوهان بندكت (Johann Benedict) عام 1847، أما الطوبولوجيا الحديثة التي تعتمد كليّا على نظرية المجموعات التي أسسها كانتور فقد ظهرت في أواخر القرن التاسع عشر، ومن بعدها تطورت الطوبولوجيا.