

الإحصائية التوزيعية لإسقاط الدورة الحاربية في الإحصاء ٥3

التمرين الأول

$n = 43$ - تمثل سعة اليواجيل . $P(U_n = 72, \delta_n = 20)$ $n \sim \chi^2$

1- حساب نسبة اليواجيل التي سعتها تتراوح بين 60 و 80 لتر .

$$P(60 \leq n \leq 80) = P\left(\frac{60 - 72}{20} \leq \frac{n - U_n}{\delta_n} \leq \frac{80 - 72}{20}\right)$$

$$= P(-0.6 \leq Z \leq 0.4)$$

$$= \pi(0.4) - \pi(-0.6)$$

$$= \pi(0.4) - 1 + \pi(0.6)$$

$$= 0.6554 - 1 + 0.7257$$

$$P(60 \leq n \leq 80) = 0.3811$$

2- حساب عدد اليواجيل التي سعتها تزيد عن 75 لتر .

$$P(n > 75) = 1 - P(n \leq 75)$$

$$= 1 - P\left(\frac{n - U_n}{\delta_n} \leq \frac{75 - 72}{20}\right)$$

$$= 1 - P(Z \leq 0.15)$$

$$= 1 - \pi(0.15) = 1 - 0.5596$$

$$P(n > 75) = 0.4404$$

وصفه عدد اليواجيل التي سعتها أكبر من 75 : $P(n > 75) \times 1600$

اذن عدد اليواجيل التي سعتها أكبر من 75 هو :

$$0.4404 \times 1600 = 704.64 \approx 705 \text{ يواجيل}$$

3- حساب الصد الذئبة λ :

$$P(n > n') = 0.1587 \Rightarrow 1 - P(n \leq n') = 0.1587$$

$$\Rightarrow P(n \leq n') = 0.8413$$

$$\Rightarrow P\left(\frac{n - U_n}{\delta_n} \leq \frac{n' - 72}{20}\right) = 0.8413$$

$$\Rightarrow P\left(Z \leq \frac{x' - 72}{20}\right) = 0.8413$$

$$\Rightarrow P\left(\frac{x' - 72}{20}\right) = P(1)$$

$$\Rightarrow \frac{x' - 72}{20} = 1$$

$$\Rightarrow x' = 92 \text{ لتر}$$

التمرين الثاني

1- حساب احتمال وجود كيسه على الأكثر غير مطابق للواصفات في الصندوق

نلاحظ: $n = 10$ - حجم عينة
 $p = 0.005$ - نسبة الأخطاء في المراقبة للواصفات في الصندوق

$$X \sim B(n=10, p=0.005)$$

$$P(X=x) = C_n^x p^x q^{n-x}$$

$$P(X=x) = C_{10}^x (0.005)^x (0.995)^{10-x}$$

$$P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1)$$

$$= C_{10}^0 (0.005)^0 (0.995)^{10} + C_{10}^1 (0.005)^1 (0.995)^9$$

$$= 0.9511 + 0.0478$$

$$P(X \leq 1) = 0.9989$$

2- حصة أحد الموزعين: $n=1000$ و $p=0.005$

* حساب احتمال أن تحتوي حصة الموزع على كيسين على الأكثر غير مطابقين

نلاحظ أن:

$$n=1000 > 50$$

$$p=0.005 < 0.1$$

$$\Rightarrow B(n=50, p=0.005) \approx P(d=n \times p=5)$$

$$n \cdot p = 5 < 15$$

$$P(X=x) = \frac{e^{-d} \cdot d^x}{x!} = \frac{e^{-5} \cdot (5)^x}{x!} \quad / \quad x = \{0, 1, 2, \dots\}$$

$$P(n \leq 2) = P(n=0) + P(n=1) + P(n=2)$$

$$= \frac{e^{-5} (5)^0}{0!} + \frac{e^{-5} (5)^1}{1!} + \frac{e^{-5} (5)^2}{2!}$$

$$= 0,0067 + 0,0337 + 0,0842$$

$$P(n \leq 2) = 0,1246$$

* حساب العدد المتوقع، والتباين، والذيا من خیر المطابقة:

$$\bullet E(n) = d = 5$$

$$\bullet V(n) = d = 5$$

* حساب احتمال أن تقع الحصة خارجة 630 و 680 كسكس، رقيق،
نم: م-ع-ممثل عدد الذيا من الماكس الرقيق في الحصة:

$$n = 1000 > 50$$

$$P = 0,65 = 0,5$$

$$n \cdot P = 650 > 15$$

$$\Rightarrow B(n=1000, P=0,65) \approx N(\mu_n = n \cdot P, \sigma_n = \sqrt{n P q})$$

$$n \sim N(\mu_n = 650, \sigma_n = 15,08)$$

$$P(630 \leq n \leq 680) = P(629,5 \leq n \leq 680,5)$$

$$= P\left(\frac{629,5 - 650}{15,08} \leq \frac{n - \mu_n}{\sigma_n} \leq \frac{680,5 - 650}{15,08}\right)$$

$$= P(-1,36 \leq Z \leq 2,02)$$

$$= \pi(2,02) - \pi(-1,36)$$

$$= \pi(2,02) - 1 + \pi(1,36)$$

$$= 0,9783 - 1 + 0,9131$$

$$P(630 \leq n \leq 680) = 0,8914$$

* احتمال أن يكون أكثر من 700 كسكس، رقيق،

$$P(n > 700) = P(n > 700,5)$$

$$= 1 - P(n \leq 700,5)$$

$$P(n > 700) = 1 - P(n \leq 700,5)$$

$$= 1 - P\left(\frac{n - \mu_n}{\sigma_n} \leq \frac{700,5 - 650}{15,08}\right)$$

$$= 1 - P(Z \leq 3,35)$$

$$= 1 - \Phi(3,35)$$

$$= 1 - 0,9996$$

$$P(n > 700) = 0,0004$$

التمرين الثالث

1- احسب احتمال أن تعمل الآلة 15 سنة على الأقل

نلاحظ أن نمثل مدة حياة الآلة:

$$X_i \sim \text{Exp}(\theta = 25) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{\theta} \cdot e^{-\frac{1}{\theta}x} = \frac{1}{25} \cdot e^{-\frac{1}{25}x}$$

$$P(n \geq 15) = e^{-\frac{15}{25}} = e^{-\frac{3}{5}} \Rightarrow P(n \geq 15) = 0,5488$$

2- احسب احتمال أن تعمل 30 سنة على الأقل علماً أنها عملت 25 سنة على الأقل

$$P(n \geq 30 / n \geq 25) = \frac{P(n \geq 30) \cap P(n \geq 25)}{P(n \geq 25)}$$

$$= \frac{P(n \geq 30)}{P(n \geq 25)} =$$

$$= \frac{e^{-\frac{30}{25}}}{e^{-\frac{25}{25}}}$$

$$P(n \geq 30 / n \geq 25) = 0,8187$$

3-

نلاحظ أن نمثل سعر المترصة (المقاسه)

$$X_i \sim U(a, b)$$

* إيجاد المجال السعري [a, b]

$$\begin{cases} E(n) = 50 \\ V(n) = \frac{625}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a+b}{2} = 50 \\ \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{625}{3} \end{cases}$$

0,5
0,5

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b = 100 \\ \frac{(b-a)}{2\sqrt{3}} = \frac{25}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b = 100 \\ b-a = 50 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 75 \\ a = 25 \end{cases}$$

0,25
0,25

وصية : $n \in [25, 75]$

* حساب احتمال أن لا يقل السعر عن 40 ولا يزيد عن 60 وحدة

$$\begin{aligned} P(40 \leq n \leq 60) &= \frac{n_2 - n_1}{b - a} \\ &= \frac{60 - 40}{75 - 25} \\ &= \frac{20}{50} \end{aligned}$$

0,4

$$P(40 \leq n \leq 60) = 0,4$$