

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DE MOHAMED SEDDIK BEN YAHIA DE JIJEL

محمد الصديق بن يحيى

Faculté des Sciences et de la Technologie
Département Génie Mécanique

Cours

Turbomachines II

Chapitre 1

(Niveau : L3 Energétique)

Par

S.DJIMLI

Année Universitaire 2020/2021

Chapitre 1 : Equation générales des turbomachines et grandeurs thermodynamiques

1. Introduction

Deux types de fluides peuvent être utilisés soit incompressibles ou compressibles dans les processus de transfert d'énergie dans un rotor des turbomachines. Les fluides incompressibles sont des liquides. Les turbomachines qui utilisent des liquides sont les turbines hydrauliques fonctionnant avec de l'eau et les pompes fonctionnant avec de l'eau ou divers produits chimiques liquides dans les industries de transformation. Les fluides compressibles subissent une grande variation de leurs masses volumiques lors de leur passage dans les turbomachines. Le comportement des fluides compressibles au cours des processus dans les turbomachines peut être rapproché de celui des gaz parfaits. On suppose que les lois des gaz parfaits sont valables pour ces fluides. Ce chapitre est destiné à la présentation des différents paramètres statiques et totaux, ainsi que les rendements lors de la compression et de la détente de fluides compressibles dans les turbomachines.

2. Lois fondamentales et équations de base

Les lois de base de la thermodynamique et de la mécanique des fluides sont utilisées dans les turbomachines. Les lois importantes et les équations régissant les turbomachines sont les suivantes:

2.1 Le principe de la conservation de la masse

La conservation de la masse est l'un des principes les plus fondamentaux de la nature. La masse, comme l'énergie, est une propriété conservée et elle ne peut être ni créée ni détruite. Le principe de conservation de la masse pour un volume contrôlé soumis à un processus d'écoulement régulier, exige que le débit masse à travers le volume contrôlé reste constant.

$$m = \rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2$$

Où les indices 1 et 2 sont respectivement les conditions d'entrée et de sortie. L'équation de la conservation de la masse est souvent appelée équation de continuité en mécanique des fluides. Dans les machines à écoulement compressible, le débit massique (kg / s) est utilisé de manière exclusive, tandis que dans les machines hydrauliques, le débit volumique (m³/s) est préféré.

2.2 Le premier principe de la thermodynamique

La première loi de la thermodynamique, également connue sous le nom de principe de conservation de l'énergie, stipule que l'énergie ne peut être ni créée ni

détruite; mais il peut changer la forme. L'équation de conservation de l'énergie pour un système général peut être exprimée par :

$$Q + W = \dot{m}[\Delta h + \Delta V + \Delta P]$$

Avec : Δh : Changement d'enthalpie par unité masse

ΔV : Changement d'énergie cinétique par unité de masse

ΔP : Changement d'énergie potentielle par unité de masse

2.3 Le deuxième principe de la thermodynamique

La deuxième loi de la thermodynamique conduit à la définition de l'entropie est définie comme :

$$\delta Q_{rev} = TdS$$

La forme différentielle de l'équation de conservation de l'énergie pour un système stationnaire fermé, peut être exprimée pour un processus réversible comme suit :

$$\delta Q_{rev} - \delta W_{rev} = dU$$

Mais $Q_{rev} = TdS$ et $\delta W_{rev} = PdV$

Donc $TdS = dU + PdV$

Pour unité de masse

$$Tds = du + Pdv$$

D'après l'équation de Gibbs ($h = u + Pv$) $\Rightarrow dh = du + Pdv + vdp$

Donc $Tds = dh - vdp$

Pour l'état d'arrêt $Tds = dh_0 - v_0 dp_0$

3. Grandeurs Thermodynamiques statiques et totales

L'état statique d'un fluide est l'état décrit par ses diverses propriétés sans l'effet de vitesse. D'autre part, si le fluide se déplace à une vitesse, ses propriétés peuvent être identifiées dans les deux types suivants :

- L'effet de la vitesse est négligé (le fluide n'avait aucune vitesse, il était au repos stocké dans un réservoir);
- L'effet de la vitesse est considéré. Dans ce type, les propriétés se présentent sous la forme des «**propriétés d'arrêts** » et l'état est défini par «l'état d'arrêt».

L'état d'arrêt d'un fluide en mouvement est l'état atteint par le fluide lorsqu'il est brusquement (ou isentropiquement) mis au repos sans transfert de chaleur ni travail effectué. Dans ces processus, l'énergie cinétique est convertie en énergie interne du fluide, avec une augmentation conséquente des valeurs de ses propriétés telles que la pression, la température, l'enthalpie, etc.

Les propriétés du fluide à l'état d'arrêt sont les «**propriétés totales**». Les symboles des propriétés sont les mêmes que ceux des propriétés statiques, mais avec un indice «**0**» signifiant que la vitesse a été ramenée à zéro. Ainsi, lorsque le fluide se déplace à une vitesse **V** avec sa température statique **T**, son enthalpie statique **h**, sa pression statique **P** et sa masse volumique ρ , sa température d'arrêt **T₀**, l'enthalpie de stagnation **h₀** et la pression de stagnation **P₀** sont respectivement données par les expressions suivantes:

$$T_0 = T + \frac{V^2}{2Cp} , \quad h_0 = h + \frac{V^2}{2} , \quad P_0 = P + \frac{\rho V^2}{2g}$$

3.1 Exemple :

Un gaz de combustion entrée dans une turbine à une température statique de 1050 K, une pression statique de 600 kPa et une vitesse de 150 m/s. Pour les gaz, $Cp = 1,004 \text{ kJ/kg K}$ et $\gamma = 1,41$. Trouvez la température totale et la pression totale des gaz ainsi que la différence entre les enthalpies statiques et totales.

Solution

On a $P = 600 \text{ kPa}$, $T = 1050 \text{ K}$ et $V = 150 \text{ m/s}$.

La température totale est donnée par

$$T_0 = T + \frac{V^2}{2Cp}$$

$$T_0 = 1050 + \frac{150^2}{2 \times 1004} = 1061,2 \text{ K}$$

Nous savons que

$$r = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \times Cp = \frac{1,41 - 1}{1,41} \times 1004 = 291,9 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$$

Aussi

$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{600 \times 1000}{292,9 \times 1050} = 1,96 \text{ kg/m}^3$$

La pression totale

$$P_0 = P + \frac{\rho V^2}{2g}$$

$$P_0 = 600 \times 1000 + \frac{1,96 \times 150^2}{2} = 622,23 \text{ kPa}$$

La différence entre l'enthalpie statique et totale est :

$$h_0 - h = Cp(T_0 - T) = 1,004 (1061,2 - 1500) = 11,245 \text{ kJ/kg}$$

4. Thermodynamique des processus de turbomachine

Les transformations dans les turbomachines sont des procédés de compression et de détente, ces transformations sont isentropiques, polytropique, à une étape et à plusieurs étapes.

4.1 Rendements des compresseurs

La figure I.1 montre les processus de compression adiabatique réversible et irréversible sur le diagramme enthalpie-entropie. L'état initial du fluide est représenté par l'état 1. Le point d'arrêt correspondant à cet état est 01. L'état final du fluide est désigné par l'état 2 et le point d'arrêt correspondant est 02. Si le processus était réversible, les conditions finales statiques et totales du fluide seraient respectivement 2S et 02S.

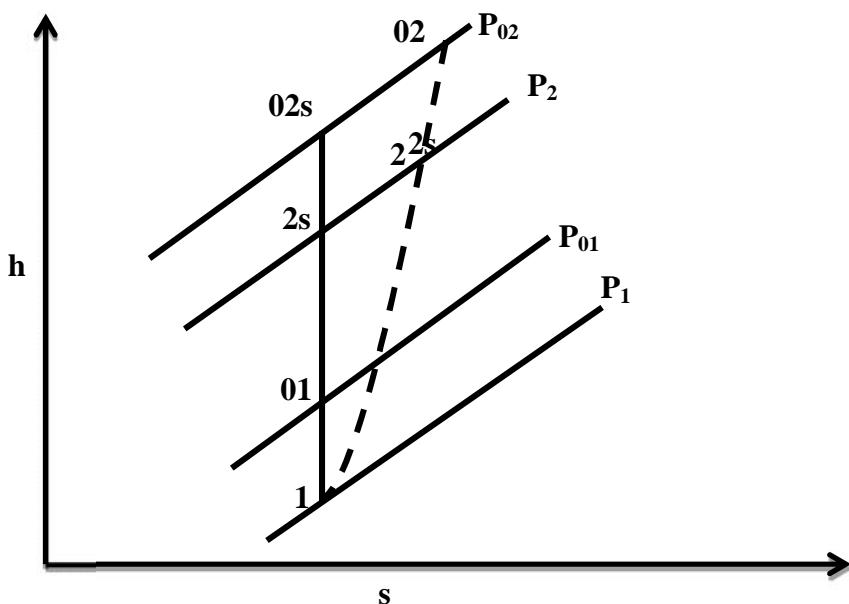


Figure I.1 : compression réversible et irréversible

Une compression idéal est celui dans lequel un fluide est comprimé en utilisant le moins de travail mécanique. Le processus 1-2 est le processus de compression proprement dit et s'accompagne d'une augmentation de l'entropie. Le processus 1-2s

est le processus de compression idéal. Les rendements des compresseurs peuvent être définis en termes des propriétés statiques ou totales du fluide ou même d'une combinaison. Voici les rendements des compresseurs utilisés:

4.1.1 Rendement totale à totale

Un rendement basé sur les propriétés d'arrêt à l'entrée et à la sortie.

$$\eta_{t-t} = \frac{W_{idéal}}{W_{réel}} = \frac{h_{02s} - h_{01}}{h_{02} - h_{01}}$$

4.1.2 Rendement statique à statique

C'est un rendement basé sur les propriétés statiques à l'entrée et à la sortie

$$\eta_{t-t} = \frac{W_{idéal}}{W_{réel}} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1}$$

4.1.3 Rendement polytropique

Un étage de compresseur peut être considéré composé d'un nombre infini de petits étages. Pour tenir compte d'une compression dans un étage infinitésimal, le rendement polytropique est défini pour un processus de compression élémentaire. Considérons un petit étage de compresseur comme le montre la Fig. 1.2 entre les pressions P et $P + dP$. Le rendement polytropique d'un étage de compresseur est défini comme

$$\eta_p = \frac{dT_s}{dT} \quad (1)$$

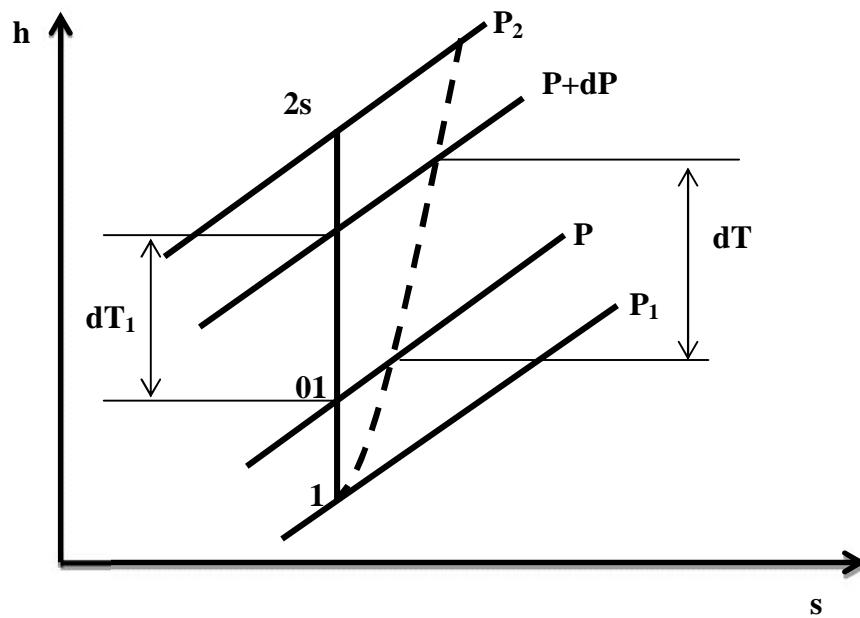


Figure I.2 : Compression dans un étage infinitésimal

Pour un processus isentropique, la relation entre la pression et la température est donnée par

$$\frac{T}{P^{\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right)}} = Cte \quad (2)$$

Dérivant l'équation (2) et substitution dans l'équation (1). On a

$$dT\eta_p = \left[\frac{\gamma-1}{\gamma} \times P^{-\left(\frac{1}{\gamma}\right)} \right] dP \times Cte$$

La valeur constante est obtenue à partir de l'équation (2).

Et par conséquent.

$$\frac{dT}{T} \eta_p = \left[\frac{\gamma-1}{\gamma} \right] \frac{dP}{P} \quad (3)$$

En intégrant entre les limites de la compression de P_1 à P_2 , nous obtenons

$$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{1}{\eta_p} \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

Réaménager.

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma\eta_p}} \quad (4)$$

Si le processus de compression adiabatique irréversible est supposé être équivalent à un processus polytropique avec un indice polytropique, n , la relation suivante entre la température et la pression existera

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (5)$$

A partir des équations (4) et (5)

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma\eta_p}} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

Comparer les puissances,

$$\frac{\gamma-1}{\gamma\eta_p} = \frac{n-1}{n}$$

$$\text{Ou } \eta_p = \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{n-1}{n}$$

Le rendement polytropique est également appelée rendement d'étage petite ou infinitésimale. Alternativement, l'indice polytropique de compression par rapport au processus réel est donnée par :

$$n = \frac{\gamma \eta_p}{1 - \gamma(1 - \eta_p)}$$

4.1.4 Rendement d'un étage

En prenant les valeurs statiques de température et de pression et en supposant un gaz parfait, le rendement de l'étage est défini par :

$$\eta_s = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1}$$

Le rendement de l'étage peut être exprimé en termes du rendement polytropique

$$T_{2s} - T_1 = T_1 \left(\frac{T_{2s}}{T_1} - 1 \right) = T_1 \left(\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)$$

Et

$$T_2 - T_1 = T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = T_1 \left(\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma \eta_p}} - 1 \right)$$

Alors

$$\eta_s = \frac{\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma \eta_p}} - 1}$$

Pour un compresseur à plusieurs étages avec un rapport de pression d'étage constant, le rapport de pression global est donné par

$$\frac{P_{N+1}}{P_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^N$$

Où N est le nombre d'étages et P_{N+1} est la pression à la fin de l'étage N.

Par conséquent, le rendement global est

$$\eta_s = \frac{\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{N \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right)} - 1}{\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{N \left(\frac{\gamma-1}{\gamma \eta_p} \right)} - 1}$$

Le rendement global en termes de rapport de pression global est

$$\eta_s = \frac{\left(\frac{P_{N+1}}{P_1}\right)^{\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right)} - 1}{\left(\frac{P_{N+1}}{P_1}\right)^{\left(\frac{\gamma-1}{\gamma \eta_p}\right)} - 1}$$

4.1.5 Facteur de préchauffage dans les compresseurs

Considérons un compresseur à deux étages fonctionnant entre P_{01} et P_{03} comme illustré sur la Fig. 1.3. En écoulement isentropique, les conditions de sortie du gaz pour le premier étage et le deuxième étage sont respectivement à 02s et 03s, alors que les conditions réelles de sortie sont à 02 et 03. Correspondant respectivement au premier étage et au deuxième étage.

L'indice «s» se réfère à l'entropie constante et «0» se réfère aux conditions totales du fluide. Si le rendement des étages était le même, le travail réel total des différentes étages individuels serait

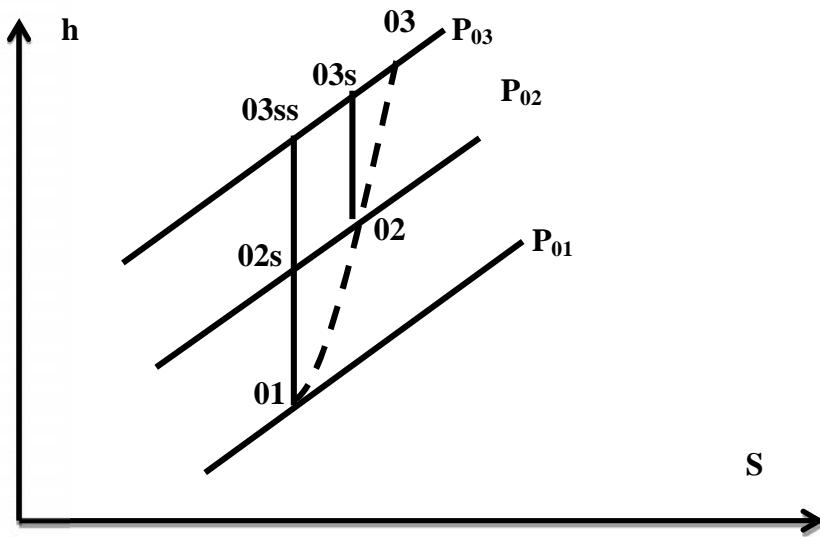


Figure I.3 : Facteur de préchauffage pour un compresseur multi étage

$$W = \frac{1}{\eta_s} (W_{s1} + W_{s2}) = \frac{1}{\eta_s} [(h_{02s} - h_{01}) + (h_{03s} - h_{02})]$$

$$W = \frac{1}{\eta_s} \sum_{i=1}^2 W_{si} \quad (6)$$

Pour un compresseur à n étages.

$$W = \frac{1}{\eta_s} \sum_{i=1}^N W_{si} \quad (7)$$

Considérons maintenant, un compresseur avec un étage, la pression du fluide augment du P_{01} et P_{03} . Le travail réel serait fourni par la relation :

$$W_c = \frac{1}{\eta_s} W_s \quad (7a)$$

Où η_s est le rendement global du compresseur et W_s est le travail isentropique.

$$W_s = h_{03ss} - h_{01}$$

Le travail réel est le même pour les processus de compression avec un étage et à plusieurs étages.

$$W_s = h_{03} - h_{01}$$

A partir des équations (7) et (7a),

$$\frac{\eta_s}{\eta_c} = \frac{\sum_{i=1}^N W_{si}}{W_s} \quad (8)$$

Pour un compresseur à deux étages

$$(h_{02s} - h_{01}) + (h_{03s} - h_{02}) > (h_{03ss} - h_{01})$$

Et

$$\sum_{i=1}^N W_{si} > W_s$$

For N étages

$$\frac{\sum_{i=1}^N W_{si}}{W_s} > 1$$

L'équation (8) peut être écrite comme

$$\frac{\eta_c}{\eta_s} = \frac{W_s}{\sum_{i=1}^N W_{si}} = F.R \quad (8a)$$

Autrement, le rapport de W_s à $\sum_{i=1}^N W_{si}$ est connu sous le nom de facteur de préchauffage (F.R)

$$F.R = \frac{W_s}{\sum_{i=1}^N W_{si}} < 1$$

Le facteur de réchauffage est inférieur à l'unité. Alors, l'équation (1.8a) devient

$$\frac{\eta_c}{\eta_s} < 1$$

Et

$$\eta_c < \eta_s$$

Le rendement global du compresseur η_c est inférieur au rendement de l'étage du compresseur η_s

4.1.6 Exemple

L'air à 100 kPa et 300 K (statique) est comprimé dans un étage d'un compresseur à travers un rapport de pression statique de 1,9. Les vitesses à l'entrée et à la sortie sont respectivement de 15 et 120 m/s. Si le rendement total à total est de 89%, calculez les rendements : total à statique, statique à total et statique à statique. ($\gamma = 1,4$ et $Cp = 1,004 \text{ kJ/kg K}$).

Solution

$$\text{On a : } \frac{T_{2s}}{T_1} = \left(\frac{P_{2s}}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = (1,9)^{\frac{0,4}{1,4}} = 1,2$$

$$\text{Donc : } T_{2s} = 300 \times 1,2 = 360 \text{ K}$$

Nous calculons les températures totales:

$$T_{01} = T_1 + \frac{V_1^2}{2Cp} = 300 + \frac{15^2}{2 \times 1004} = 300,112 \text{ K}$$

$$T_{02s} = T_{2s} + \frac{V_2^2}{2Cp} = 360 + \frac{120^2}{2 \times 1004} = 367,171 \text{ K}$$

Nous avons

$$(h_{02s} - h_{01}) = Cp(T_{02s} - T_{01}) = 1004(367,171 - 300,112) = 67,33 \text{ kJ/kg K}$$

D'où,

$$\begin{aligned} \eta_{t-t} &= \frac{h_{02s} - h_{01}}{h_{02} - h_{01}} \Rightarrow h_{02} - h_{01} = \frac{h_{02s} - h_{01}}{\eta_{t-t}} = \frac{67,33}{0,89} \\ h_{02} - h_{01} &= 75,65 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

$$h_{2s} - h_{01} = 67,33 - 7,171 = 60,159 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{2s} - h_1 = 67,33 - 7,171 + 0,112 = 60,271 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{02s} - h_1 = 67,33 + 0,112 = 67,442 \text{ kJ/kg}$$

Par conséquent,

$$\eta_{t-s} = \frac{h_{2s} - h_{01}}{h_{02} - h_{01}} = \frac{60,159}{75,65} = 79,52 \%$$

$$\eta_{s-t} = \frac{h_{02s} - h_1}{h_{02} - h_{01}} = \frac{67,442}{75,65} = 89,15 \%$$

$$\eta_{s-t} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_{02} - h_{01}} = \frac{67,271}{75,65} = 79,67 \%$$

4.2 Rendements des turbines

Le diagramme enthalpie-entropie pour un écoulement réversible et irréversible à travers une turbine est illustré à la Fig. 1.4. L'état statique du fluide à l'entrée est déterminé par l'état 1 et 01 pour état d'arrêt. Les propriétés statiques finales sont déterminées par l'état 2 et 02. Si le processus était réversible, l'état final statique du fluide serait 2s et l'état d'arrêt serait 02s.

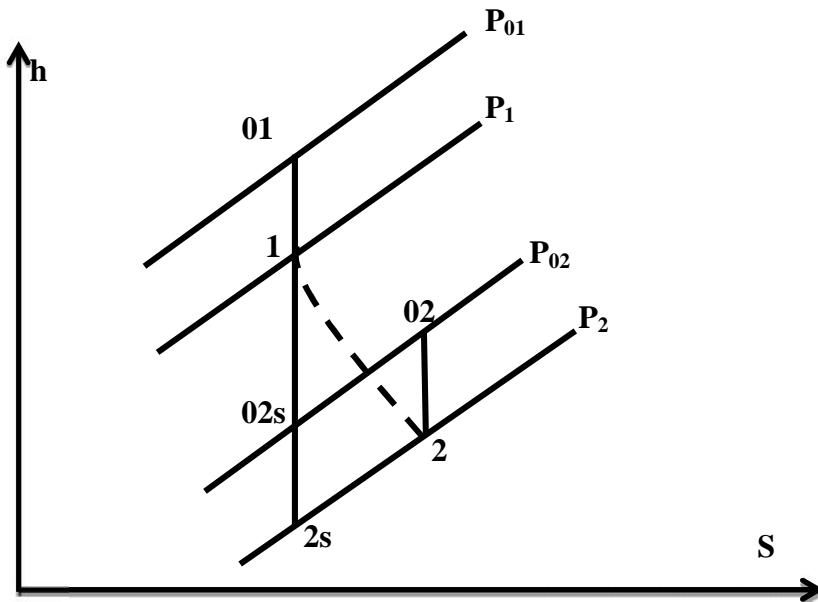


Figure I.4 : détente réversible et irréversible

Le processus 1 - 2 est le processus de détente réelle et le processus 1 – 2s est le processus de détente isentropique (idéale). Dans les turbines, les rendements peuvent être définis en utilisant soit les propriétés statiques ou totales du fluide, soit même une combinaison de les deux. Les rendements des turbines couramment utilisés sont :

4.2.1 Rendement totale à totale

Ce rendement est basé sur les propriétés totales à l'entrée et à la sortie.

$$\eta_{t-t} = \frac{W_{réel}}{W_{idéal}} = \frac{h_{01} - h_{02}}{h_{01} - h_{02s}}$$

4.2.2 Rendement totale à statique

Pour ce rendement le travail idéal est basé sur les propriétés totales à l'entrée et les propriétés statiques à la sortie.

$$W_{idéal} = h_{01} - h_{2s}$$

$$\eta_{t-s} = \frac{W_{réel}}{W_{idéal}} = \frac{h_{01} - h_{02}}{h_{01} - h_{2s}}$$

4.2.3 Rendement polytropique

Un étage de turbine peut être considéré comme composé d'un nombre infini d'étages petits ou infinitésimaux. Considérons un petit étage (Fig. 1.5) entre les pressions P et $P - dP$. Le rendement de l'étage de turbine est défini par :

$$\eta_p = \frac{dT}{dT_s} \quad (09)$$

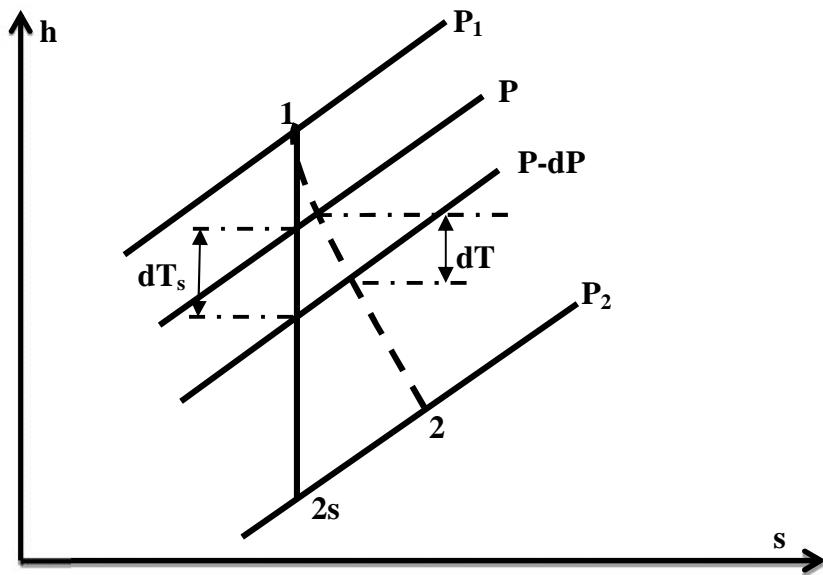


Figure 1.5 : Détente dans un étage infinitésimal

Pour un processus isentropique

$$\frac{T}{P^{\frac{(\gamma-1)}{\gamma}}} = Cte \quad (10)$$

Drivant l'équation (10) , on a

$$dT_s = Cte \left[\frac{\gamma-1}{\gamma} \times P^{-\frac{1}{\gamma}} \right] dP$$

Mais $dT_s = \frac{dT}{\eta_p}$ alors

$$\frac{dT}{\eta_p} = \frac{T}{P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \left[\frac{\gamma-1}{\gamma} \times P^{-\left(\frac{1}{\gamma}\right)} \right] dP$$

$$\frac{dT}{T} = \eta_p \left[\frac{\gamma-1}{\gamma} \right] \frac{dP}{P}$$

En intégrant entre les pressions P_1 à P_2 , nous obtenons

$$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \eta_p \frac{\gamma-1}{\gamma} \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

Après réorganisation de l'équation

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\eta_p\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right)} \quad (11)$$

En supposant que la détente adiabatique irréversible (1-2) équivaut à un processus polytropique d'indice n , la température et la pression sont liées par

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (12)$$

A partir des équations (11) et (12),

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\eta_p\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right)} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

Comparant la puissance,

$$\eta_p \frac{\gamma-1}{\gamma} = \frac{n-1}{n}$$

$$\text{Ou} \quad \eta_p = \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{n-1}{n}$$

Alternativement. L'indice d'expansion dans le processus réel est exprimé par

$$n = \frac{\gamma}{\gamma - (\gamma - 1)\eta_p}$$

Quand $\eta_p = 1, \gamma = n$ la courbe réelle du processus de la détente (1-2) coïncide avec la ligne de la détente isentropique (1 - 2s).

4.2.4 Rendement d'un étage (turbine)

Le rendement de l'étage, prenant en compte les valeurs statiques de la température et de la pression (Fig.1.5), est définie par :

$$\eta_s = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_{2s}}$$

Le rendement de l'étage peut maintenant être exprimé en termes du rendement polytropique

$$T_1 - T_{2s} = T_1 \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)$$

Et

$$T_1 - T_2 = T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = T_1 \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\eta_p \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right)} \right)$$

Alors

$$\eta_s = \frac{1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\eta_p \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right)}}{1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

La même équation peut être utilisée pour déterminer le rendement global d'une turbine à plusieurs étages. Sauf que le rapport de pression d'étage est remplacé par le rapport de pression global.

Le rendement global, pour une turbine à N étages avec un rapport de pression d'étage constant, peut être exprimé par :

$$\frac{P_{N+1}}{P_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^N$$

$$\eta_t = \frac{1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{N \left(\frac{\eta_p \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right)}{\gamma} \right)}}{1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{N \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right)}}$$

4.2.5 Facteur de préchauffage dans les turbines

Considérons une turbine à deux étages où le fluide (gaz parfait) se dilate de P_{01} à P_{03} comme indiqué sur le diagramme $h - s$, Fig. 1.6. L'état 01 est la condition initiale à l'entrée du premier étage et 02s est la condition qui serait atteinte à la sortie du

premier étage si le processus de détente a été isentropique. La détente réelle conduit à un état final 02 qui a une entropie plus élevée que celui de l'état 02s. Les conditions de sortie du deuxième étage sont respectivement 03s et 03. Le travail isentropique effectué par la turbine à deux étages est la somme des travaux isentropiques d'étage.

$$\sum_{i=1}^2 W_{si} = W_{s1} + W_{s2}$$

$$= (h_{01} - h_{02s}) + (h_{02} - h_{03s})$$

Considérons maintenant une turbine dans laquelle le fluide se dilate de P_{01} à P_{03} en une seule étape. Le travail isentropique est

$$W_s = (h_{01} - h_{03ss})$$

Dans les deux cas, le travail réel effectué est

$$W = (h_{01} - h_{03})$$

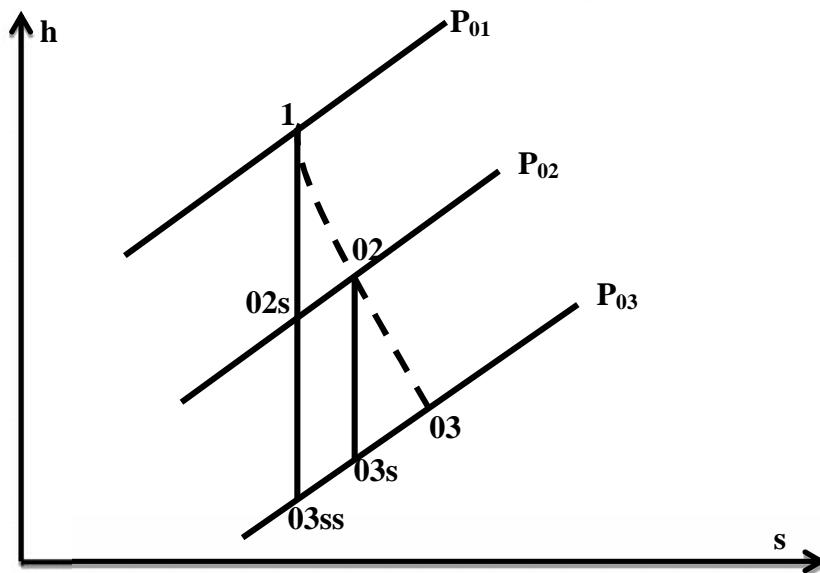


Figure I.6 : Facteur de préchauffage pour une turbine multi étage

La ligne de pression constante diverge dans le diagramme h - s et l'entropie augmente. Par conséquent, la chute d'enthalpie isentropique à travers un étage augmente pour une chute de pression totale P_0 constante à travers chaque étage. Par conséquent, la somme de l'étage les gouttes d'enthalpie isentropique sont supérieures à la chute d'enthalpie isentropique en un seul étage de détente. C'est-à-dire

$$(h_{01} - h_{02s}) + (h_{02} - h_{03s}) > (h_{01} - h_{03ss})$$

Et

$$\sum_{i=1}^N W_{si} > W_s$$

Pour une turbine à n étages, on a :

$$\frac{\sum_{i=1}^N W_{si}}{W_s} > 1 \quad (12)$$

Le rapport de $\sum_{i=1}^N W_{si}$ à W_s est connu sous le nom de facteur de préchauffage (FR)

$$FR = \frac{\sum_{i=1}^N W_{si}}{W_s} > 1 \quad (13)$$

La magnitude du facteur de réchauffage dans la turbine à plusieurs étages est d'environ 1,03 ou 1,04. Si les rendements des étages étaient les mêmes, la production du travail réel total des différentes étapes individuelles serait

$$W = \eta_s \sum_{i=1}^N W_{si} \quad (14)$$

Le travail réel qui serait obtenue à partir d'une détente à un étage est

$$W = \eta_t W_s \quad (15)$$

Où η_t est le rendement global de la turbine. Combinant les équations (14) et (15), nous obtenons :

$$\frac{\eta_t}{\eta_s} = \frac{W_s}{\sum_{i=1}^N W_{si}} \quad (16)$$

De l'équation. (13), nous trouvons que

$$\eta_t > \eta_s$$

Donc le rendement global de la turbine η_t est supérieur au rendement de l'étage de la turbine.

Combinant les équations. (13) et (16), nous avons la relation suivante.

$$FR = \frac{\eta_t}{\eta_s}$$

Considérons la Fig. (1.6) pour un premier étage de détente. On voit que l'état final 02 peut être obtenue après une détente idéale de 01-02s suivie d'un réchauffage du fluide de l'état 02s à 02 à pression constante ($T_{02} > T_{02s}$)

Ainsi, le fluide à l'état 02 a une plus grande disponibilité que le fluide en 02s ($h_{02} > h_{02s}$). Une détente de l'état 02 à une pression inférieure doit nécessairement résulter en

une sortie plus grande pouvant être obtenue à partir de l'état 02s. Cet effet que $RF > 1$ et s'appelle l'effet de réchauffage

$$T_{02s} = T_{01} \left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Pour

$$T_{01} - T_{02s} = T_{01} \left(1 - \left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)$$

Posant

$$\mu = 1 - \left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Alors

$$T_{01} - T_{02s} = T_{01} \mu$$

Et

$$T_{01} - T_{02} = \eta_s T_{01} \mu$$

Ou

$$T_{02} = T_{01} (1 - \mu \eta_s)$$

Pour le deuxième étage

$$T_{01} - T_{03s} = T_{02} \left(1 - \left(\frac{P_{03}}{P_{02}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)$$

Mais

$$\frac{P_{03}}{P_{02}} = \frac{P_{02}}{P_{01}}$$

Donc

$$T_{01} - T_{03s} = T_{02} \mu$$

Et

$$T_{01} - T_{03s} = T_{02} \mu \eta_s$$

Ou

$$T_{03} = T_{02} (1 - \mu \eta_s) = T_{01} (1 - \mu \eta_s)^2$$

Pour le N^{ème} étage

$$T_{0N+1} = T_{01} (1 - \mu \eta_s)^{N-1}$$

Le travail réel effectué est :

$$\begin{aligned} W &= Cp \mu \eta_s [T_{01} + T_{02} + \dots + T_{0N+1}] \\ &= Cp \mu \eta_s T_{01} [1 + (1 - \mu \eta_s)^1 + (1 - \mu \eta_s)^2 \dots + (1 - \mu \eta_s)^{N-1}] \end{aligned}$$

Les termes entre parenthèses sont de la forme $1 + r + r^2 + \dots + r^{n-1}$ qui est une série géométrique de rapport commun r . La solution est $\frac{1-r^n}{1-r}$.

Dans ce cas, l'équation se réduit à

$$W = Cp T_{01} [1 - (1 - \mu \eta_s)^N]$$

$$W = \eta_s \sum_{i=1}^N W_{si} \quad (17)$$

Le travail isentropique généré par la détente du fluide dans un seul étage de la pression P_{01} à $P_{0(N+1)}$ peut être obtenu par l'équation (17) avec $\eta_s = 1$

$$W_s = Cp T_{01} [1 - (1 - \mu \eta_s)^N]$$

$$W_s = Cp T_{01} \left[1 - R_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]$$

Ou $R_0 = P_{0(N+1)} / P_{01}$ représente le rapport de pression global. Donc

$$\begin{aligned} FR &= \frac{\sum_{i=1}^N W_{si}}{W_s} \\ &= \frac{\frac{Cp T_{01}}{\eta_s} [1 - (1 - \mu \eta_s)^N]}{\left[1 - R_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} \end{aligned}$$

$$FR = \frac{[1 - (1 - \mu \eta_s)^N]}{\eta_s \left[1 - R_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}$$