

سلسلة تمارين رقم (02) حول: نظرية المعاينة

التمرين الأول

مجتمع يتكون من العناصر التالية: $X_i = \{10, 30, 50, 60\}$ ، نسحب من هذا المجتمع عينة مكونة من عنصرين.

- (1) أحسب هذا معالم المجتمع (المتوسط والتباين).
- (2) استخرج العينات الممكن سحبها.
- (3) أدرج جدول التوزيع الاحتمالي لمتوسط العينات المسحوبة
- (4) أحسب $\mu_{\bar{x}}$ و $\sigma_{\bar{x}}^2$ انطلاقا من الجدول.
- (5) أحسب $\mu_{\bar{x}}$ و $\sigma_{\bar{x}}^2$ انطلاقا من إجابة السؤال 1.

التمرين الثاني

مصنع لإنتاج البطاريات ينتج يوميا 800 بطارية، مدة صلاحية البطارية تشكل متغيرا عشوائيا خاضع للتوزيع الطبيعي $x_i \sim (\mu_x = 155h, \sigma_x = 20h)$.

- (1) أحسب احتمال أن تكون مدة صلاحية بطارية ما محصورة بين 135 و 160 ساعة.
- (2) سحبنا عينة من إنتاج هذا المصنع حجمها $n = 64$ بطارية:
 - أوجد توزيع المعاينة لمتوسط مدة الصلاحية في العينة.
 - أحسب احتمال أن يكون متوسط مدة الصلاحية في العينة 160 ساعة على الأقل.
- (3) إذا علمت أن مدة تشغيل الآلات التسع (09) التي يمتلكها المصنع هي متغير طبيعي يأخذ القيم التالية: (بالساعة) $y_i = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ، اختار صاحب المصنع عشوائيا 6 آلات:
 - أوجد توزيع المعاينة لمتوسط مدة تشغيل الآلات في العينة.
 - أحسب احتمال أن يزيد متوسط مدة التشغيل في العينة عن 4 ساعات.

التمرين الثالث

يبلغ الانتاج اليومي من الألواح في إحدى الورشات 3000 لوح، يتوزع طولها طبيعيا بمتوسط 68cm وانحراف معياري 3cm، سحبنا 80 عينة تتألف كل منها من 25 لوح.

- (1) ما تعليقك على عدد العينات المسحوبة.
- (2) أحسب متوسط وانحراف توزيع المعاينة لمتوسط طول الألواح.
- (3) أحسب عدد العينات التي متوسط طول الألواح فيها:
 - محصور بين 66.8 و 68.3cm
 - أقل من 68.4cm

التمرين الرابع

آلتين لتعبئة المنتج M في أكياس، بحيث وزن الكيس المعبأ من الآلة الأولى يشكل متغير خاضع للتوزيع الطبيعي $x \sim \mathcal{N}_1(\mu_x = 550g, \sigma_x^2 = 25g)$ ، ووزن الكيس المعبأ من الآلة الثانية هو أيضا متغير طبيعي $y \sim \mathcal{N}_2(\mu_y = 525g, \sigma_y = 3g)$. المطلوب:

(1) أوجد توزيع المعاينة لفرق أوساط أوزان الأكياس في عينتين مسحوبتين عشوائيا من إنتاج الآلتين، علما أن $n_1 = 64$ و $n_2 = 36$.

(2) أحسب احتمال أن يقل هذا الفرق عن 20g .

(3) على افتراض أن σ_y مجهول، أوجد σ_y علما أن: $\sigma_{\bar{x}-\bar{y}}^2 = 1$.

التمرين الخامس

إذا علمت أن أوزان البيض x_i و y_i المنتج في مزرعتين مختلفتين يشكل متغيرين طبيعيين بحيث: $x \sim \mathcal{N}_1(\mu_x = 30, \sigma_x^2 = ?)$ و $y \sim \mathcal{N}_2(\mu_y = 28, \sigma_y^2 = ?)$ ، سحبنا من إنتاج كل مزرعة عينة بحيث $n_1 = 16$ و $n_2 = 15$ بيضة فكان تباين وزن البيض في العينتين هو 4 و 5g على الترتيب.

(1) أحسب احتمال أن يزيد متوسط وزن البيضة في العينة الأولى عن 32g.

(2) أحسب احتمال أن يقل الفرق بين متوسط وزن البيض في العينتين عن 1g. (بافتراض أن $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$ ثم بافتراض أن $\sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$)

(3) إذا افترضنا أنه تم سحب عينة حجمها $n_1 = 100$ من إنتاج المزرعة الأولى، وأعطت نفس التباين (94) أحسب احتمال أن يقل متوسط وزن البيضة عن 35g .

التمرين السادس

نسبة التعاملات المؤقتات في مؤسسة A هي 40%، ونسبتين في مؤسسة أخرى B هي 60%، سحبنا من كل مؤسسة عينة من التعاملات أحجامهما $n_1 = 100$ و $n_2 = 200$ على الترتيب.

(1) أوجد توزيع المعاينة لنسبة التعاملات المؤقتات في العينة المسحوبة من المؤسسة A.

(2) أحسب احتمال أن تقل هذه النسبة عن 50%.

(3) أوجد توزيع المعاينة للفرق بين نسبتي التعاملات المؤقتات في العينتين $(p_{02} - p_{01})$. أحسب احتمال أن يقل الفرق عن 10%.

التمرين السابع

سُحبت عينة عشوائية حجمها $n = 10$ من مجتمع طبيعي تباينه $\sigma_x^2 = 8$. المطلوب:

(1) أحسب احتمال أن لا يزيد تباين العينة المعدل عن 13.05.

(2) أحسب احتمال أن لا يقل تباين العينة المعدل عن 5.25.

(3) أوجد قيمة الثابت a بحيث: $p(\hat{s}^2 \leq a) = 0.95$