



Série de travaux dirigés N° 2

Exercice 1 Soit un système décrit par l'équation différentielle suivante :

$$\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 2y(t) = u(t)$$

- 1- Donner une représentation d'état pour le système.
- 2- Calculer les valeurs propres (λ_1, λ_2). Le système est-il stable?
- 3- Calculer les vecteurs propres associés ($z = [z_1 \ z_2]^T, v = [v_1 \ v_2]^T$). Montrer que $A = T\Delta T^{-1}$ où $T = [z \ v]$ et $\Delta = \text{diag}[\lambda_i]$.
- 4- Calculer la matrice de transition e^{At} en utilisant la méthode de la diagonalisation de A .
- 5- Calculer la réponse impulsionnelle du système pour $x_0 = [1 \ 0]^T$.

Exercice 2 Soit la représentation d'état d'un système donné :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = [0 \ 1] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

- 1- Le système est-il stable ?
- 2- Calculer la matrice de transition e^{At} en utilisant :
a- La méthode de Sylvester, b- La méthode de Cayley-Hamilton.
- 3- Calculer la réponse indicielle du système avec la condition initiale: $x_0 = [0 \ 1]^T$.

Exercice 3 Soit la représentation d'état d'un système donné:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \text{ avec : } \begin{bmatrix} \dot{x}_1(0) \\ \dot{x}_2(0) \\ \dot{x}_3(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$y(t) = [0 \ 0 \ 1] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$

- 1- Calculer les valeurs propres ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$). Le système est-il stable?
- 2- Calculer les vecteurs propres associés
($z = [z_1 \ z_2 \ z_3]^T, v = [v_1 \ v_2 \ v_3]^T, w = [w_1 \ w_2 \ w_3]^T$). Montrer que $A = T\Delta T^{-1}$ où $T = [z \ v \ w]$ et $\Delta = \text{diag}[\lambda_i]$.
- 3- Calculer la réponse indicielle du système (en utilisant la méthode de diagonalisation de A pour calculer e^{At}), calculer la valeur finale $y_f = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$, avec $x_0 = [0 \ 0 \ 1]^T$.