Université Mohammed Seddik Benyahia-Jijel-
Faculté des Sciences de la Nature et de la vie
Année universitaire : 2023-2024
1$^{\text{ère}}$ année Agronomie
Module : Algèbre 2

Série de TD N°2

Exercice n°1.

Considérons les applications suivantes :

1. $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ définie par $f(x, y, z) = (x + 1, y + z)$,
2. $g : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ définie par $g(x, y) = (x^2, x + y)$,
3. $h : \mathbb{R}_3[x] \longrightarrow \mathbb{R}^3$ définie par $h(p) = (p(-1), p(0), p(1)$.

Dire si ces applications sont linéaires ou pas. Dans le cas de l'application linéaire, calculer son noyau et son image.

Exercice n°2.

Considérons l'application linéaire $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ définie par :

$$f(x, y, z) = (x + y + z, x - y + z, x + 3y + z),$$

Déterminer une base de Imf.
Déterminer une base de $Kerf$.
Est-ce-que f est surjective ? injective ?

Exercice n°3.

Considérons l'application f définie sur $\mathbb{R}_2[x]$ par

$$f(p) = (x^2 - x + 1)p' - (2x - 1)p + x^2 p(1).$$

Montrer que f est un automorphisme.

Exercice n°4.

Soit $\alpha \in \mathbb{R}$ et soit $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'application définie par :

$$f(1, 1, 1) = (2, -1, 1), \quad f(3, 0, -1) = 3(1, 1, 1), \quad f(2, 0, \alpha) = (-3\alpha, 2, 1).$$

Déterminer les valeurs de α pour lesquelles f est bien définie.
Pour $\alpha = -\frac{1}{3}$, déterminer l'expression de $f(x, y, z)$ pour tout $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

Exercice n°5.

Déterminer une application linéaire $f : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ tel que :

$$Kerf = \langle v_1 = (1, 1, 0, 1), v_2 = (0, 1, -1, 0) \rangle$$
$$Imf = \{(a, b, c) : a + b - c = 0\}$$

Résponsable du module
Dr.HARROUCHE Nesrine