

نموذج الانحدار الذاتي var

- نماذج أشعة الانحدار الذاتي.

إن شعاع الانحدار الذاتي، هو ذلك النظام للمعادلات، بحيث كل متغيرة داخلية هي عبارة عن دالة خطية لقيمها الماضية و القيم الماضية لمتغيرات أخرى من نفس النظام، ومن متغيرات خارجية تساعد على تحديد المتغيرات الداخلية وأطراف أخرى غير عشوائية كالحودود الثابتة، و الدوال كثيرة الحدود للزمن وهكذا أصبح هذا النموذج آلية للتنبؤ الاقتصادي، باستعماله لاختبار النظريات الاقتصادية المتجادل فيها.

النموذج العام.

إن نمذجة شعاع الانحدار الذاتي تتركز على فرضية مفادها أن التطور الاقتصادي متقارب لوصف السلوك الديناميكي لشعاع يحتوي على "n" متغيرة ($x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$) مترابطة خطيا بالماضي . حيث يمكن نمذجة الشعاع "x" على الشكل التالي :

$$x_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^n \phi_i x_{t-i} + \varepsilon_t$$

حيث : $x = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})'$.

3- المسار (VAR (P).

نموذج شعاع الانحدار الذاتي ذو الدرجة "P" يرمز له عموما بـ: VAR(P)، و هو يتكون من k متغيرة ، وله

الشكل المصفوفي التالي : $x_t = A_0 + A_1 x_{t-1} + \dots + A_p x_{t-p} + \varepsilon_t$

حيث : $x_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})'$ و هو يتكون من : $(k+1)$ شعاع بعده

$$A_i = \begin{bmatrix} a_{1i}^1 & a_{1i}^2 & \dots & a_{1i}^k \\ a_{2i}^1 & a_{2i}^2 & \dots & a_{2i}^k \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{ki}^1 & a_{ki}^2 & \dots & a_{ki}^k \end{bmatrix} : A_i \text{ : عبارة عن مصفوفات العوامل ذات البعد } (k \times k)$$

A_0 : هو شعاع ذو البعد $(k \times k)$ للقيم الثابتة : $A_0 = (a_1^0, a_2^0, \dots, a_k^0)'$.

ε_t : شعاع الشوشرة البيضاء (bb) ذو البعد $(k \times 1)$: $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \dots, \varepsilon_{kt})'$.

و الشعاع ε_t لابد أن يحقق الفرضيات التالية :

$$i / E(\varepsilon_t) = 0. - ii / E(\varepsilon_t \varepsilon_t') = \sum_{\varepsilon} - iii / E(\varepsilon_t \varepsilon_s') = 0, \forall t \neq s$$

حيث : $\sum_{\varepsilon}$ مصفوفة التباينات المشتركة ذات البعد $(k \times k)$ و غير معروفة.

و باستعمال معامل التأخير (L) يمكن كتابة النموذج على الشكل التالي :

$$x_t = A_0 + A_1 L^1 x_t + \dots + A_p L^p x_t + \varepsilon_t$$

$$\left[I_k - A_1 L^1 - A_2 L^2 - \dots - A_p L^p \right] x_t = A_0 + \varepsilon_t$$

$$\Phi(L) x_t = A_0 + \varepsilon_t$$

$$\text{حيث: } \Phi(L) = I_k - A_1 L^1 - A_2 L^2 - \dots - A_p L^p$$

3-2-3-عملية التقدير.

ليكن نموذج شعاع الانحدار الذاتي المستقر $VAR(P)$: $x_t = A_0 + A_1 x_{t-1} + \dots + A_p x_{t-p} + \varepsilon_t$

حيث : ε_t : شعاع الشوشرة البيضاء (bb) ذو البعد $(k \times 1)$.

لتقدير معاملات النموذج $VAR(P)$ نستعمل عدة طرق منها:

3-2-3-1- التقدير بطريقة المربعات الصغرى (MCO) :

ليكن النموذج $VAR(P)$: $x_t = A_0 + A_1 x_{t-1} + A_2 x_{t-2} + \dots + A_p x_{t-p} + \varepsilon_t$ (IV).....

هذا النموذج يمكن كتابته على الشكل التالي : $\Phi(L) x_t = A_0 + \varepsilon_t$

إن عدد المعلمات الخاضعة لعملية التقدير هو: $\frac{n(n+1)}{2}$ معلمة بالنسبة للمصفوفة $\sum_{\varepsilon} n^2 P$ ، معلمة في Φ .

و منه فمجموع المعلمات الخاضعة لعملية التقدير هو: $n^2 P + \frac{n(n+1)}{2}$ معلمة في النموذج كله .

$$x_j = \begin{pmatrix} x_{j1} \\ x_{j2} \\ \vdots \\ x_{jT} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'_0 & x'_{1-p} \\ x'_1 & x'_{2-p} \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ x'_{T-1} & x'_{T-p} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a^1_{1j} \\ a^2_{1j} \\ \vdots \\ a^n_{1j} \\ \vdots \\ a^n_{pj} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{j1} \\ \varepsilon_{j2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{jT} \end{pmatrix}$$

يمكن كتابة المعادلة j على الشكل التالي :

$$x_j = \underline{x} \psi_j + \varepsilon_j$$

حيث : $\underline{x}$: مصفوفة ذات البعد $(T \times nP)$ ، ψ_j : شعاع ذو البعد $(nP \times 1)$ ، ε_j : شعاع ذو البعد $(T \times 1)$.

و بإعادة تشكيل معادلات النموذج VAR نجد :

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{x} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \underline{x} & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ 0 & 0 & \dots & \underline{x} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{12} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1T} \\ \vdots \\ \varepsilon_{nT} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{x} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \underline{x} & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ 0 & 0 & \dots & \underline{x} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{12} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1T} \\ \vdots \\ \varepsilon_{nT} \end{pmatrix}$$

- التقدير بطريقة المعقولية العظمى "

ليكن لدينا النموذج $VAR(P) : x_t = A_0 + A_1x_{t-1} + \dots + A_px_{t-p} + \varepsilon_t$

حيث: ε_t : شوشرة بيضاء بمصفوفة التباينات و التباينات المشتركة Σ_ε .

الاحتمال الشرطي للنموذج بدلالة القيم الماضية يعطى بالعلاقة التالية :

$$L(x_1, x_2, \dots, x_t) = \prod_{t=1}^T L(x_t / x_{t-1})$$

حيث: x_{t-1} تمثل القيم الماضية (السابقة) ل x_t حتى الفترة $(t-1)$.

و منه فالاحتمال يمكن كتابته على الشكل التالي :

$$L(x_1, \dots, x_T) = \prod_{t=1}^T \frac{1}{(\sqrt{2\Pi})^n \sqrt{\det \Sigma_\varepsilon}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (x_t - A_0 - \dots - A_px_{t-p})' \Sigma_\varepsilon^{-1} (x_t - A_0 - \dots - A_px_{t-p}) \right\}$$

نقوم بحساب الدالة اللوغاريتمية للاحتمالات :

$$\log L(x_1, x_2, \dots, x_T) = \frac{-nT}{2} \log 2\Pi - \frac{T}{2} \log \det \Sigma_\varepsilon - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t' \Sigma_\varepsilon^{-1} \varepsilon_t$$

و نقوم بتعظيم الدالة $\log L(x_1, x_2, \dots, x_T)$ من أجل الحصول على مقدرات ل: $A_0, A_1, \dots, A_p$ و Σ_ε .