Travaux dirigés

Exercice 01 :

Le tri par sélection, ou tri par extraction, est un algorithme de tri itératif basé sur le principe suivant :

- Rechercher le plus petit élément du tableau, et l'échanger avec l'élément d'indice 0.
- Rechercher le second plus petit élément du tableau, et l'échanger avec l'élément d'indice 1.
- Continuer de cette façon jusqu'à ce que le tableau soit entièrement trié.

Considérer un tableau Tab de taille n contenant des valeurs entières quelconques.

1. Ecrire un algorithme qui implémente cette technique afin de trier le tableau Tab.
2. Calculer la complexité algorithmique de cet algorithme et déterminer l'ordre de grandeur asymptotique associé dans les cas suivants :
   - Le meilleur des cas.
   - Le pire des cas.
   - En moyenne.

Exercice 02 :

Ecrire une fonction qui prend en paramètre un nombre entier naturel n et renvoie la chaîne de caractères correspondante à sa conversion en binaire.

- Calculer la complexité algorithmique de cette fonction.

Exercice 03 :

On dispose d'un tableau T d'entiers de taille n. On cherche à déterminer la suite d'entrées consécutives de ce tableau dont la somme est maximale.

Par exemple, pour le tableau T = [-1, 9,-3, 12,-5, 4], la solution est 18. C'est la somme des éléments : T[2] + T[3] + T[4] = 9 + (-3) + 12.

1. Proposer un algorithme pour résoudre ce problème.
2. Calculer sa complexité algorithmique.

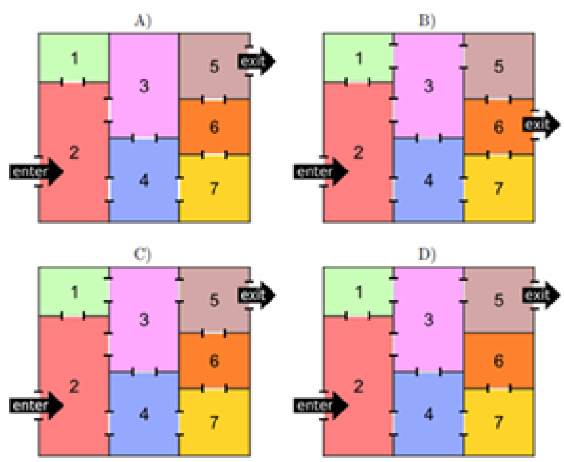
Exercice 04 :

Simuler l'algorithme du BackTracking pour résoudre le problème de satisfaction de contraintes définit par :

- $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$
- $D_i = \{0, 1, 2, 3\}, i = 1..4.$
- $C = \{x_1 \neq x_2, x_3 \neq x_4, x_1 + x_3 < x_2\}$

Exercice 05 :

Quatre plans au sol sont proposés pour la construction d'un nouveau musée. Chaque plan comporte les sept pièces 1 à 7. Les pièces doivent être arrangées de façon à ce que les visiteurs puissent visiter toutes les pièces sans passer deux fois par la même pièce.



— Les visiteurs commencent la visite à l'entrée et quittent le musée par la sortie.

Simulez l'algorithme du BackTracking afin de détecter le plan au sol adéquat.

Exercice 06 :

Dans cet exercice, on s'intéresse à un distributeur automatique de boissons. L'utilisateur insère des pièces de monnaie pour un total de T centimes de dinar, puis il sélectionne une boisson dont le prix est de P centimes de dinar (T et P étant des multiples de 10). Il s'agit alors de calculer la monnaie à rendre, sachant que le distributeur a en réserve E_2 pièces de 2 dinars, E_1 pièces de 1 dinar, C_{50} pièces de 50 centimes, C_{20} pièces de 20 centimes et C_{10} pièces de 10 centimes.

1. Formuler ce problème comme un CSP en donnant les variables et les domaines associés.
2. Proposer le pseudo-code d'un algorithme permettant de résoudre ce problème.

Exercice 07 :

Nous avons cinq avions : A, B, C, D et E et deux pistes : internationale et nationale. Nous disposons également de quatre plages horaires : $\{1, 2, 3, 4\}$ pour chaque piste, pendant lesquelles nous pouvons planifier un atterrissage ou un décollage d'un avion. Dans cet exercice, on cherche à trouver un planning qui répond aux contraintes suivantes :

— Les avions A, B et C accueillent des vols internationaux et ne peuvent utiliser que la piste internationale.

— Les avions D et E assurent les vols intérieurs et ne peuvent utiliser que la piste intérieure.

— L'avion B a perdu un moteur et doit atterrir sur le créneau horaire 1.

— L'avion D ne peut arriver à l'aéroport pour atterrir que pendant ou après le créneau horaire 3.

— L'avion A manque de carburant mais peut durer au maximum jusqu'au créneau horaire 2.

— L'avion D doit atterrir avant le décollage de l'avion C, car certains passagers doivent passer de D à C.

— Deux avions ne peuvent pas réserver le même créneau horaire pour la même piste.

1. Formuler ce problème en tant qu'un CSP en donnant les variables et les domaines.
2. Déterminer une solution en appliquant l'algorithme BackTracking.

Exercice 08 :

1. Dans la recherche tabou, expliquer le concept d'aspiration.
2. Pourquoi doit-on toujours préserver un compromis entre l'intensification et la diversification dans les métaheuristiques ?
3. Pour introduire ces deux concepts, donner les mécanismes utilisés dans les métaheuristiques suivantes :
   - Les algorithmes génétiques.
   - le recuit simulé.
   - La recherche tabou.

Exercice 09 :

En théorie des graphes, la coloration de graphe consiste à attribuer une couleur à chacun de ses sommets de manière que deux sommets reliés par une arête soient de couleur différente. On cherche souvent à utiliser le nombre minimal de couleurs, appelé nombre chromatique. A titre d'exemple, lors de la coloration d'une carte, les pays adjacents ne peuvent pas avoir la même couleur et il est intéressant d'utiliser le moins possible de couleurs différentes.
Considérer une carte contenant n régions $R = \{r_i\}$ pour laquelle les frontières existantes sont spécifiées par une matrice carrée Fronts définie comme suit :

- Fronts [i , j] $=$ 1 si les deux régions r_i et r_j sont voisines.
- Fronts [i , j] $=$ 0 sinon.

1. Donner le pseudo-code d'un algorithme exact permettant de générer la meilleure solution.
2. Quel est l'ordre de grandeur asymptotique de sa complexité algorithmique ?
3. Pour des fins d'optimisation, proposer un algorithme génétique en donnant :
   - Un codage des individus adapté à ce problème.
   - Une procédure qui génère une population initiale de taille K.
   - Une fonction fitness pour évaluer les solutions.
   - Un opérateur de croisement, un opérateur de mutation et un opérateur de sélection.

.

Exercice 10 :

Supposons qu'un algorithme génétique utilise des chromosomes de la forme :

$$x = abcdefgh \tag{1}$$

avec une longueur fixe de 8 gènes. Chaque gène peut prendre n'importe quelle valeur comprise entre 0 et 9. Supposons que la fonction objectif d'un individu x soit calculée comme suit :

$$f(x) = (a+b) - (c+d) + (e+f) - (g+h) \tag{2}$$

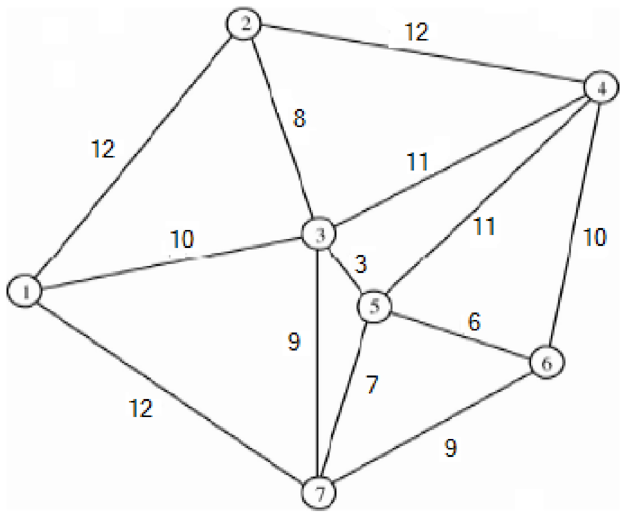
Admettant que la population initiale soit composée des quatre individus possédant les chromosomes suivants :

$$\begin{aligned} x_1 &= 65413532 \\ x_2 &= 87126601 \\ x_3 &= 23921285 \\ x_4 &= 41852094 \end{aligned}$$

1. Appliquer une opération de croisement en un point sur les deux premiers individus.
2. Appliquer une opération de croisement en deux points sur les deux derniers individus.
3. Évaluer la fonction objectif de chaque individu de la nouvelle génération et appliquer un opérateur de sélection en prenant les 4 meilleurs individus.
4. Est ce qu'il y a une amélioration au niveau de la population ?
5. En examinant la fonction fitness et en considérant que les gènes ne peuvent prendre que les valeurs comprise entre 0 et 9, trouvez le chromosome représentant la solution optimale.
6. En regardant la population initiale de l'algorithme, est ce qu'on est capable d'atteindre la solution optimale sans application d'un opérateur de mutation ?
7. Quelles sont les caractéristiques des problèmes solubles par les algorithmes génétiques ?

Exercice 11 :

Considérez le problème de voyageur de commerce représenté par le graphe suivant :

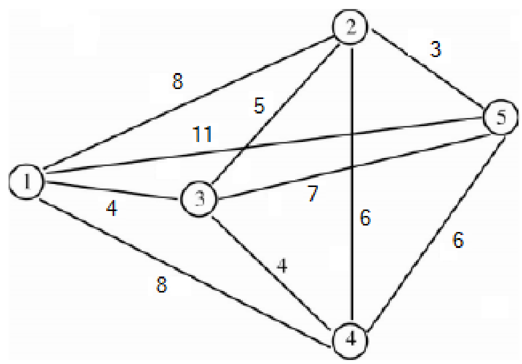


Le sommet 1 représente la ville de départ. Dans cet exercice, il est demandé de simuler l'algorithme de recherche tabou sachant que :

1. Les solutions du voisinage sont identifiées par inversion de sous-tours. Cela implique l'ajout de deux liens et l'élimination de deux liens.
2. Pour chaque nouvelle solution, les deux liens ajoutés sont insérés dans la liste taboue. Donc, une modification est taboue si les deux liens à éliminer sont dans la liste taboue.
3. On ne conservera dans la liste taboue que les liens ajoutés lors des deux dernières itérations et de ce fait la longueur de la liste taboue est 4.
4. On arrête l'algorithme lorsque trois itérations consécutives sans amélioration ont été exécutées ou lorsqu'il n'y a plus de modification possible.

Exercice 12 :

Considérez le problème de voyageur de commerce représenté par le graphe suivant :



Le sommet 1 représente la ville de départ.

1. Énumérez toutes les solutions possibles et spécifiez la distance totale parcourue pour chaque solution.
2. A partir de la solution 1-2-3-4-5-1, énumérez toutes les solutions obtenues par inversion de sous-tours.
3. Simuler deux itérations de la méthode du recuit simulé en partant de la solution 1-2-3-4-5-1.
   — La température initiale : $T = 2$.

Exercice 13 :

Une entreprise dispose de plusieurs dépôts D_i contenant chacun un certain nombre de containers. Différents magasins M_j commandent des containers et on connaît le coût de transport de chaque dépôt aux magasins. Considérons l'exemple suivant :

	M_1	M_2	M_3	dépôts
D_1	5	3	4	8
D_2	6	7	2	9

Les demandes magasins sont 4, 5 et 8 containers. Dans cet exercice, on cherche à trouver l'organisation des livraisons des containers qui minimise le coût total de transport.

Proposer le pseudo-code d'une solution algorithmique basée sur chacune des métaheuristiques suivantes :

1. Le recuit simulé.
2. Les algorithmes génétiques.
3. La méthode de recherche tabou.