

TP N°2 (Octobre 2021)

Première partie : **Description des systèmes**

Les systèmes considérés dans cette partie des travaux pratiques, n'auront qu'une entrée et qu'une sortie.

I.1. 1^{er} système : système électrique

Considérons le circuit électrique (R, L, C) alimenté par une tension $u(t)$ (Figure I.1), en notant q la charge aux bornes du condensateur et $i(t)$ l'intensité du courant qui traverse le circuit.

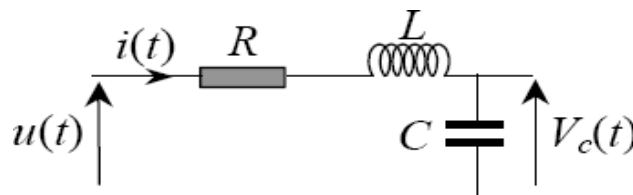


Figure I.1: Circuit RLC

Données numériques du système : $R=400\Omega$, $C=100\mu F$ et $L=10H$.

Pour la modélisation dans l'espace d'état du système, on prend $i(t)$, $q(t)$ et $V_c(t)$ comme variables d'états et la sortie $y(t)=x_3(t)$.

I.2. 2^{ème} système : système mécanique

Soit une masse m , retenue par un système ressort +amortisseur, se déplaçant sur un plan sous l'effet d'une force extérieure F (Figure I.2).

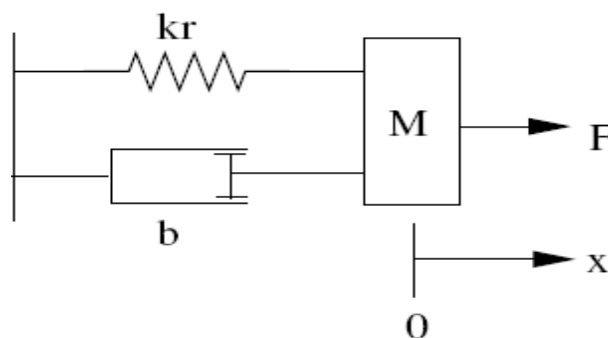


Figure I.2 : Système masse en translation

Equation différentielle régissant ce système : $M\ddot{x} + K_r x + b\dot{x} = F$

Données numériques du système : $k_r = 2$, $b = 8$, $M = 3$.

L'entrée est la force $F(t)$ et la sortie est la position $x(t)$.

Pour la modélisation dans l'espace d'état du système, on prend la position $x_1(t)=x(t)$ et la vitesse $x_2(t) = \dot{x}(t) = \frac{dx(t)}{dt}$.

I.3. 3^{ème} système : Système électromécanique « moteur à courant continu »

Le moteur à courant continu MCC (Figure I.3), est un dispositif électromécanique qui convertit une énergie électrique d'entrée en une énergie mécanique.

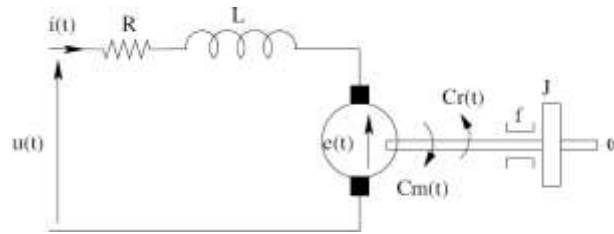


Figure I.3 : Moteur à courant continu

Equations différentielles régissant ce système :

$$u(t) = Ri(t) + L\dot{x} + e(t), \quad e(t) = kw(t) \quad \text{et} \quad C_m(t) = J \frac{dw(t)}{dt} + fw(t)$$

Où R est la résistance de l'induit du moteur, L son inductance, $e(t)$ la force électromotrice, qui est proportionnelle à la vitesse de rotation du rotor, C_m est le couple moteur, f le coefficient de frottement visqueux et J le moment d'inertie du rotor. Par construction, le couple moteur est proportionnel au courant d'induit $i(t)$:

$$C_m(t) = ki(t)$$

Ce qui nous permet d'obtenir l'équation différentielle de deuxième ordre suivante :

$$u(t) = \frac{JL}{k} \ddot{w}(t) + \frac{RJ + L}{k} \dot{w}(t) + \frac{Rf}{k} w(t)$$

Coefficient de frottement visqueux : $f = 3 \cdot 10^{-4} \text{N/m/rad/s}$

Moment d'inertie : $J = 1.1 \cdot 10^{-3} \text{kg.m}^2$

Résistance de l'induit : $R=48\Omega$.

Inductance de l'induit : $L=184\text{mH}$.

Coefficient de fcém (c'est aussi constant du moteur en N.m/A) : $k = 0.45 \text{ V/rad/s}$.

Pour la représentation dans l'espace d'état du système, on prend le courant induit $x_1(t)=i(t)$ et la vitesse angulaire $x_2(t) = w(t)$.

L'entrée sera la tension d'alimentation $u(t)$ et la sortie sera la position angulaire $y(t) = \theta(t)$.

I.4. 4^{ème} système : Système mécanique « pendule-chariot »

Le système mécanique pendule-chariot, composé d'un chariot et d'un pendule, comme son nom l'indique, est représenté par la figure suivante (Figure I.3).

Ce système consiste à asservir la position du chariot tout en maintenant le pendule inversé dans sa position verticale. Ce système est la base d'une variété des applications industrielles.

Ce système est régi par deux équations différentielles non linéaires (principe d'Euler-Lagrange).

$$\begin{cases} \left(\frac{ml^2}{4} + J \right) \ddot{\theta} + \frac{ml}{2} (\ddot{x} \cos(\theta) - g \sin(\theta)) = 0 \\ (M + m) \ddot{x} + \frac{ml}{2} (\ddot{\theta} \cos(\theta) - \dot{\theta}^2 \sin(\theta)) = F(t) \end{cases}$$

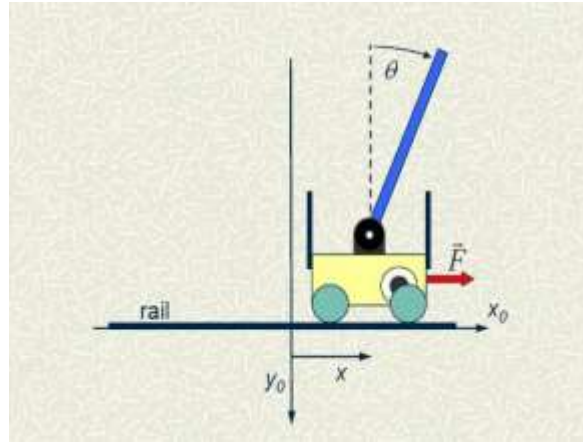


Figure I.4 : Système pendule-chariot

Soit le point de fonctionnement $\theta_0 = 0$ (position verticale de la barre). Si on se limite qu'aux petites variations de θ autour de ce point. On peut écrire alors : ($\cos(\theta) \approx 1$, $\sin(\theta) \approx \theta$) et ($\ddot{\theta}\cos(\theta) - \dot{\theta}^2 \sin(\theta) = \ddot{\theta}$).

Le système linéarisé au voisinage du point de fonctionnement (l'état d'équilibre) est donné par les deux équations suivantes :

$$\begin{cases} \left(\frac{ml^2}{4} + J \right) \ddot{\theta} + \frac{ml}{2} (\ddot{x} - g\theta) = 0 \\ (M + m)\ddot{x} + \frac{ml}{2} \ddot{\theta} = F(t) \end{cases}$$

Pour la représentation dans l'espace d'état du système, on choisit le vecteur d'état suivant $[\theta \ \dot{\theta} \ \dot{x} \ x]^T$, l'entrée sera la force F et la sortie $y(t)=x(t)$.

Les paramètres du système sont : $l=0.5\text{m}$ (Longueur du pendule), F (la force appliquée au chariot), $m=0.1\text{kg}$ (masse du pendule), $M=2\text{kg}$ (masse du chariot), $g \approx 10\text{m/s}^2$ (accélération de la pesanteur) et $\frac{ml^2}{12} = J$ (moment d'inertie du pendule).

Deuxième partie : **Compte-rendu à remettre**

II. 1. Partie théorique :

1. Donner la représentation d'état de chacun de ces trois systèmes présentés précédemment.
2. Faire sortir les paramètres variables et ceux invariables quelque soit la représentation d'états ? Justifier la réponse.
3. La représentation d'état d'un système est-elle unique ? détailler la réponse.
4. Décrire comment peut-on passer d'une représentation d'état vers la représentation externe (Fonction de transfert) ?
5. Dédurre les fonctions de transfert de trois systèmes et l'ordre de chacun.

II. 2. Partie Programmation : Ce travail se fera pour chaque système

1. Construire la représentation d'état continue du système (en utilisant **ss**).
2. Indiquer les dimensions des matrices A , B , C , et D (en utilisant **size**).
3. Calculer la fonction de transfert (en utilisant **syms**, **inv**, **eye**).
4. Trouver la représentation d'état sous la forme canonique diagonale (en utilisant **canon** avec l'option 'modal').
5. Trouver la représentation d'état sous la forme canonique observable (en utilisant **canon** avec l'option 'companion').
6. Trouver la fonction de transfert (en utilisant **ss2tf**) et faire l'inverse (en utilisant **tf2ss**).
7. Dire si le système est stable en BO. en analysant la position des pôles et des zéros (en utilisant **pzmap**).
8. Calculer les valeurs propres de A (en utilisant **eig**). Que pouvez remarquer ?
9. Calculer le gain statique du système (en utilisant **dcgain**).
10. Tracer les réponses impulsionnelle et indicielle (en utilisant **impulse** et **step**) → Analyse temporelle. En cliquant sur le tracé avec le bouton droit, pour se renseigner sur le temps de réponse, le temps de montée, le gain statique et le dépassement).
11. La même chose que (10), pour l'analyse fréquentielle avec Bode (marge de gain et de phase).

II. 3. Partie Simulink : Ce travail se fera pour chaque système

1. Lancer Simulink et construire le modèle du système.
Pour se faire, on recherchera dans les menus Simulink les différents blocs nécessaires (fonction de transfert ou représentation d'état continue, gain, sommateur, oscilloscope pour visualiser, ... etc), que l'on fera glisser dans le modèle.
Une fois les éléments essentiels présents, il suffit de les lier entre eux avec la souris c'est-à-dire tracer des connections entre la sortie du premier bloc et l'entrée du deuxième bloc.
Ne pas oublier de sauvegarder le schéma dans votre répertoire de travail avant de l'exécuter.
2. Simuler les réponses indicielle et impulsionnelle du système en boucle ouverte.
3. Faire une étude comparative entre les deux résultats obtenus par le programme (M- file) et par le modèle Simulink et en interprétant les résultats.
4. Tracez la réponse indicielle unitaire en boucle fermée du système (en utilisant **step** et **feedback**).
5. Simuler dans Simulink, la réponse indicielle du système en boucle fermée.