

Chapitre 4 : Méthodes d'optimisation stochastiques

1. L'algorithme génétique :

Sont des algorithmes d'optimisation numérique qui s'inspirent des principes de la théorie de l'évolution d'darwinienne pour construire l'évolution d'un ensemble de solutions possibles. Avec des phases de reproduction de mutation et de sélection.

La création de la population initiale	La première étape de l'algorithme génétique consiste à créer une population initiale amenée à évoluer. Celles-ci regroupent des solutions potentielles à un problème donné. Appelées individus ou chromosomes, elles peuvent être générées de manière aléatoire.
L'évaluation des individus	Suite à la création de la population, il est temps d'évaluer chaque individu en fonction de sa capacité à résoudre le problème.
La sélection	Après avoir évalué les individus, il convient de sélectionner les meilleurs. Dans la nature, cela correspond au processus de sélection naturelle (ou la loi du plus fort) où les espèces les mieux adaptées à leur environnement survivent, alors que les autres meurent. En mathématique, il est possible d'utiliser plusieurs méthodes pour sélectionner les meilleurs. Voici les plus courantes : <u>La roulette</u> : comme avec la loterie, il s'agit de tourner la roue pour sélectionner les individus. Mais attention, car chaque individu est associé à un secteur sur une roue en fonction de sa qualité. Plus l'individu a de "valeur", plus son secteur est important. Ainsi, lorsqu'on tourne la roue, les probabilités de tomber sur les individus de meilleure qualité augmentent.
Les croisements	Si les espèces naturelles ont été capables de s'améliorer au fil du temps, c'est grâce à l'enrichissement des populations au fil du temps. L'algorithme génétique reprend le même principe. Pour faire évoluer la population, les data scientiste combinent des paires d'individus sélectionnés, créant ainsi de nouveaux individus : ce sont les descendants. Il est possible de réaliser des croisements

	aléatoires, et même d'utiliser un même individu pour créer plusieurs descendants. Les caractéristiques non utilisées permettent, en effet, de générer d'autres descendants.
Les mutations	À la place des croisements, l'algorithme génétique prévoit aussi les mutations. C'est-à-dire que les individus subiront des changements mineurs et aléatoires pour explorer de nouvelles possibilités. Les mutations aléatoires sont aussi très efficaces pour obtenir un maximum de diversité et d'envisager des combinaisons innovantes. Bon à savoir : il s'agit de modifications légères. Autrement dit, une seule caractéristique est changée afin de ne pas dénaturer totalement l'individu initial. Mais même parfois, ces petits changements peuvent aboutir à une évaluation totalement différente.

Les nouvelles générations : Pour trouver les meilleures solutions au problème, de nouvelles générations apparaissent, avec des descendants, des individus modifiés et des individus non modifiés. Chacun doit participer à l'amélioration de la population. C'est pourquoi, le data scientiste réitère le processus de l'algorithme génétique sur plusieurs générations, afin d'améliorer continuellement la solution au problème. Progressivement, la population se réduit de plus en plus jusqu'à trouver la solution optimale.

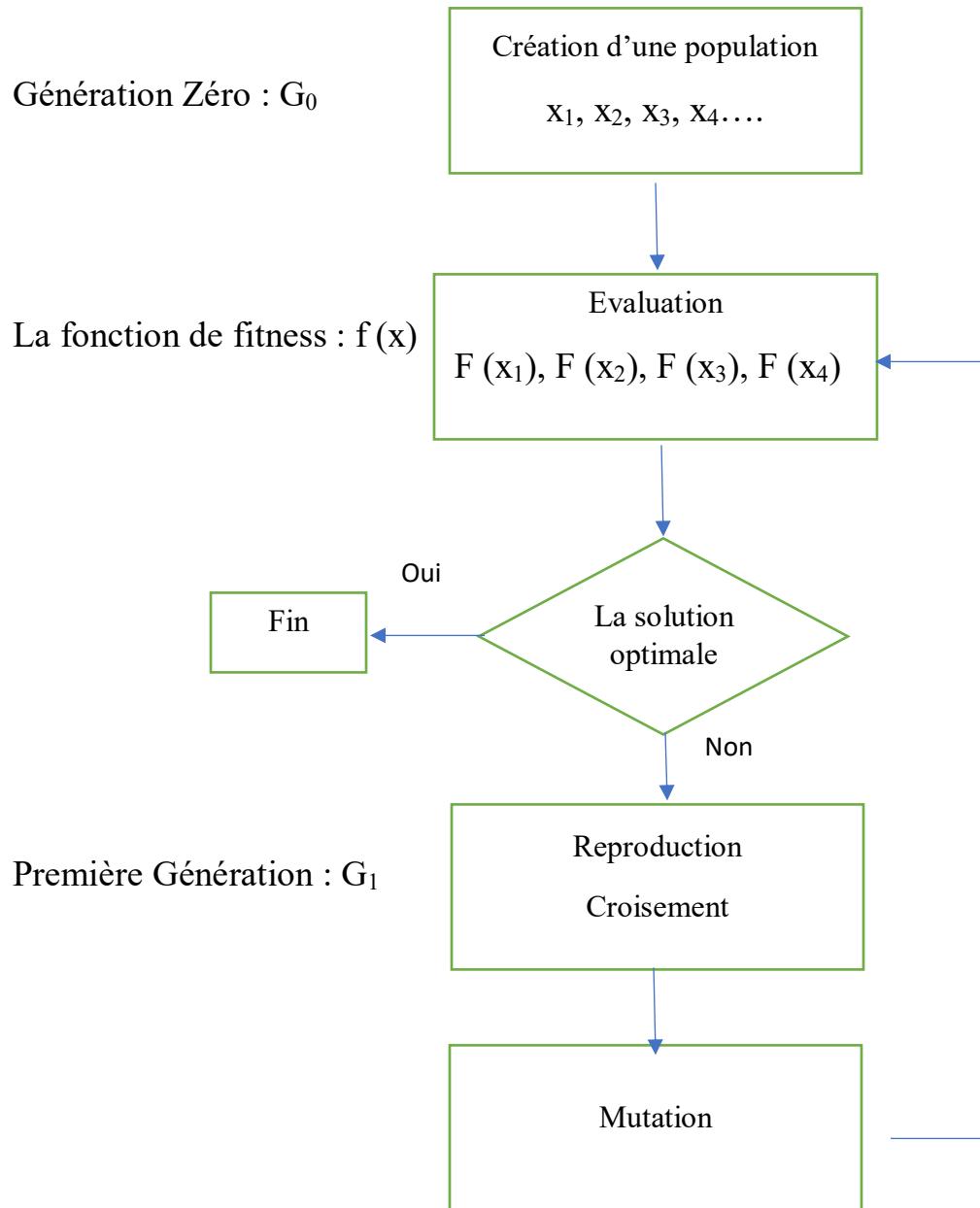


Figure-1- l'algorithme génétique

2. Le système binaire :

Le système binaire le plus courant est la base deux mathématique, permettant de représenter des nombres à l'aide de la numération de position avec seulement deux chiffres : le 0 et le 1.

2.1.Conversion décimal - binaire :

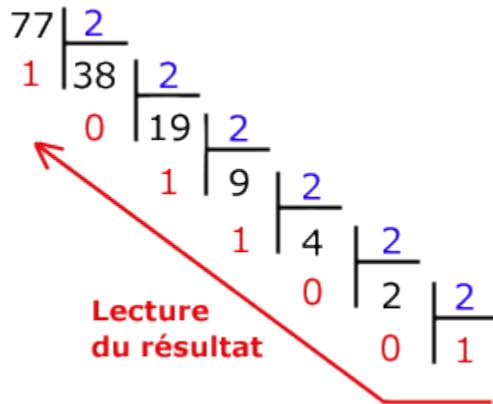
Convertissons 01001101 en décimal à l'aide du schéma ci-dessous :

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
0	1	0	0	1	1	0	1

Le nombre en base 10 est $2^6 + 2^3 + 2^2 + 2^0 = 64 + 8 + 4 + 1 = 77$.

2.2.Conversion binaire-décimal :

Allons maintenant dans l'autre sens et écrivons 77 en base 2. Il s'agit de faire une suite de divisions euclidiennes par 2. Le résultat sera la juxtaposition des restes. Le schéma ci-dessous explique la méthode :



3. Les chromosomes :

Sont des structures microscopiques composées de molécules d'ADN et de protéines. Ils sont localisés dans le noyau des cellules de notre organisme et sont porteurs des gènes qui déterminent toutes les caractéristiques d'un individu couleurs des yeux, de la peau, etc.

Il en existe normalement 23 paires dans le corps humain, chaque chromosome ayant une forme caractéristique.



4.1. Exemple :

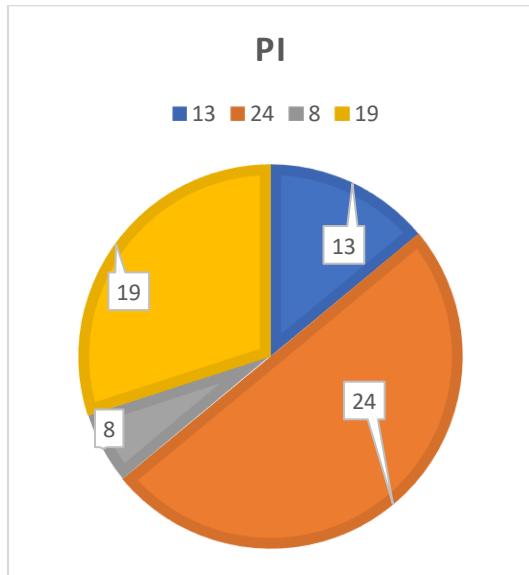
Trouver le maximum de la fonction définie comme suit :

$$\text{Max } f(x) = x^2 \quad x \in [0, 31]$$

On applique l'algorithme génétique.

IV. Chapitre 4 : Méthodes d'optimisation stochastiques

Solution				
Codage	Initialisation (1)	Evaluation (2)	Calcul de pourcentage	Probabilité d'obtenir un nombre "x"
Binaire	Création d'une population Aléatoire : Génération 0	La fonction de fitness : $f(x)$	Pi % $P_i = \frac{f(x)}{\sum f(x_i)}$	Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre "x" en tournant la roulette quatre (04) fois
1	01101	$x_1 = 13$	169	14 %
2	11000	$x_2 = 24$	576	50 %
3	01000	$x_3 = 8$	64	6 %
4	10011	$x_4 = 19$	361	30 %
		Som : 1170		
		Max = 576		



Résultat (Probabilité d'obtenir un nombre "x") :

Une seule fois le nombre : 13	Deux fois le nombre : 24	Une seule fois le nombre : 19
-------------------------------	--------------------------	-------------------------------

IV. Chapitre 4 : Méthodes d'optimisation stochastiques

Codage	La sélection	Reproduction (3)		Evaluation	Mutation (4)		Evaluation
Binaire	Sélectionner les meilleurs	Croisement	Première Génération G_1	La fonction de fitness : $F(x)$	Changements mineurs et aléatoires		La fonction de fitness : $F(x)$
0110 1	$x_1 = 13$	01100	$X_5 = 12$	144	11100	$X_9 = 26$	676
1100 0	$x_2 = 24$	11001	$X_6 = 25$	625	11001	$X_6 = 25$	625
11 000	$x_2 = 24$	11011	$X_7 = 27$	729	11011	$X_7 = 27$	729
10 011	$x_4 = 19$	11000	$X_8 = 16$	256	10100	$X_{10} = 18$	324
				Som : 1754			Som : 2354
				Max : 729			Max : 729