Université de Jijel
Faculté des Sciences et de Technologie
Département d'Electronique

Année 2023/2024

Traitement numérique du signal
Série d'exercices n° 1

Exercice 1

Soit le signal $x(t)=\sin(500\pi t)+\cos(600\pi t)+\sin(700\pi t)$ échantillonné à une fréquence f_e.

a) Sachant que f_e=2000Hz, tracer le spectre en amplitude (en module) de ce signal (entre 0 et f_e).

b) Tracer également les spectres en amplitude (en module) de ce signal (entre 0 et f_e) pour une fréquence d'échantillonnage f_e=600Hz.

Exercice 2

Soit un signal dont le spectre est représenté par la figure 1. Déterminer la fréquence d'échantillonnage minimale pour qu'il n'ait pas de recouvrement spectral.

On prend f_e=16 kHz.

1. Représenter le spectre du signal échantillonné pour f compris entre 0 kHz et 16 kHz.
2. Que faut-il faire pour éviter le recouvrement spectral ?
3. Représenter le nouveau spectre.

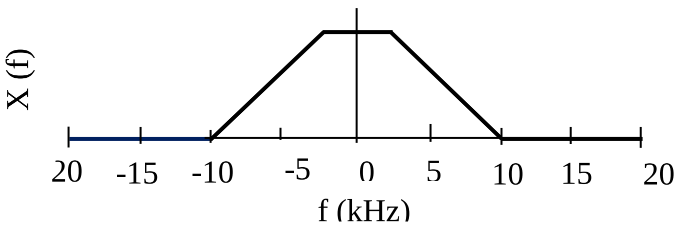


Figure 1

Exercice 3

Un signal sinusoïdal d'amplitude 6 V est numérisé à l'aide d'un convertisseur 16 bits. Sachant que celui-ci travaille entre -10 V et +10 V et qu'il est entaché d'une non linéarité de ±1/2 LSB, calculer :

1. Sa résolution et son pas de quantification ;
2. Les valeurs efficaces du signal et du bruit de quantification ;
3. Le rapport signal sur bruit du signal numérisé.

Exercice 4

Utiliser l'équation d'analyse pour calculer la transformée de Fourier à temps discret (TFTD) des signaux suivants :

(a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} u(n-1)$ (b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{|n-1|}$

Exercice 5

Soit x(n) un signal ayant pour transformée de Fourier à temps discret X(ω). Exprimer la TFTD des signaux suivants en fonction de X(ω) :

a) $x_1(n)=x(1-n)+x(-1-n)$ b) $x_2(n)=\dfrac{x^*(-n)+x(n)}{2}$ c) $x_3(n)=(n+1)^2 x(n)$

Université de Jijel Année 2023/2024
Faculté des Sciences et de Technologie
Département d'Electronique

Traitement numérique du signal
Série d'exercices n° 2

Exercice 1

Calculer la transformée de Fourier discrète N points des séquences de durées N finie suivantes :

a) $x(n) = \delta(n)$

b) $x(n) = \delta(n-n_0) \quad n_0<N$

c) $x(n)=a^n \quad 0\leq n \leq N-1$

d) Chaque séquence représentée sur la figure 2 pour N=16.

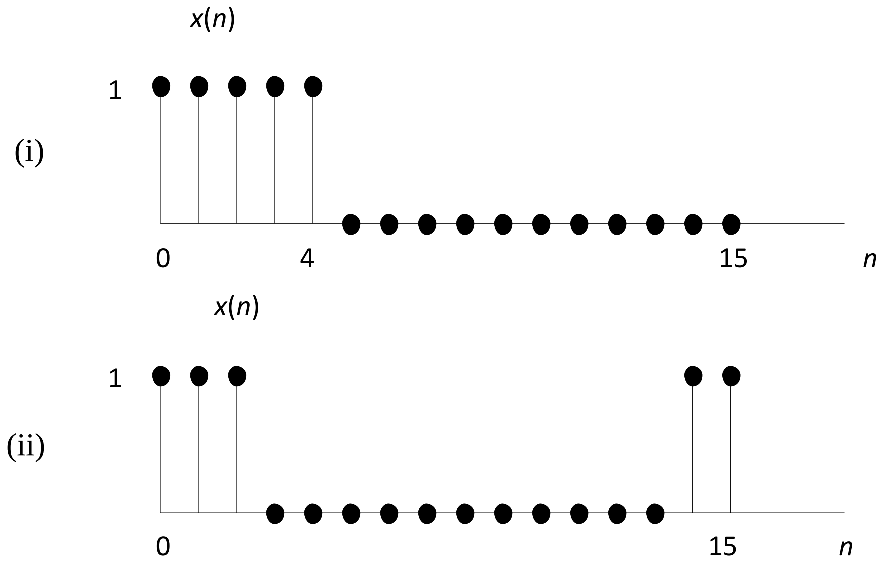


Figure 2

Exercice 2

Soit une séquence $x(n)$ pour $0\leq n\leq 3$, où $x(0)=1$, $x(1)=2$, $x(2)=3$, $x(3)=4$.

1) Calculer la transformée de Fourier discrète (TFD) $X(k)$ de $x(n)$.

2) Si la fréquence d'échantillonnage est f_e=10 Hz,

a) Déterminer la période d'échantillonnage, l'indice du temps et l'instant d'échantillonnage pour l'échantillon $x(3)$.

b) Déterminer la résolution fréquentielle et les fréquences correspondantes pour les coefficients TFD $X(1)$ et $X(3)$.

Exercice 3

Soit la séquence discrète suivante:

$$x(n) = u(n-1) - u(n-3), \quad n = 0, 1, 2, 3$$

1) Tracer $x(n)$.
2) Calculer la transformée de Fourier discrète $X(k)$ de $x(n)$.
3) Trouver l'expression de $|X(k)|$.

Exercice 4

Soit $X(k)$ la transformée de Fourier discrète N-points d'une séquence $x(n)$ de durée N finie.

a) Montrer que si $x(n)=-x(N-n-1)$ alors $X(0)=0$.

b) Montrer que, pour N pair, si $x(n)=x(N-n-1)$ alors $X(N/2)=0$.

Université de Jijel Année 2023/2024
Faculté des Sciences et de Technologie
Département d'Electronique

Traitement numérique du signal
Série d'exercices n° 3

Exercice 1

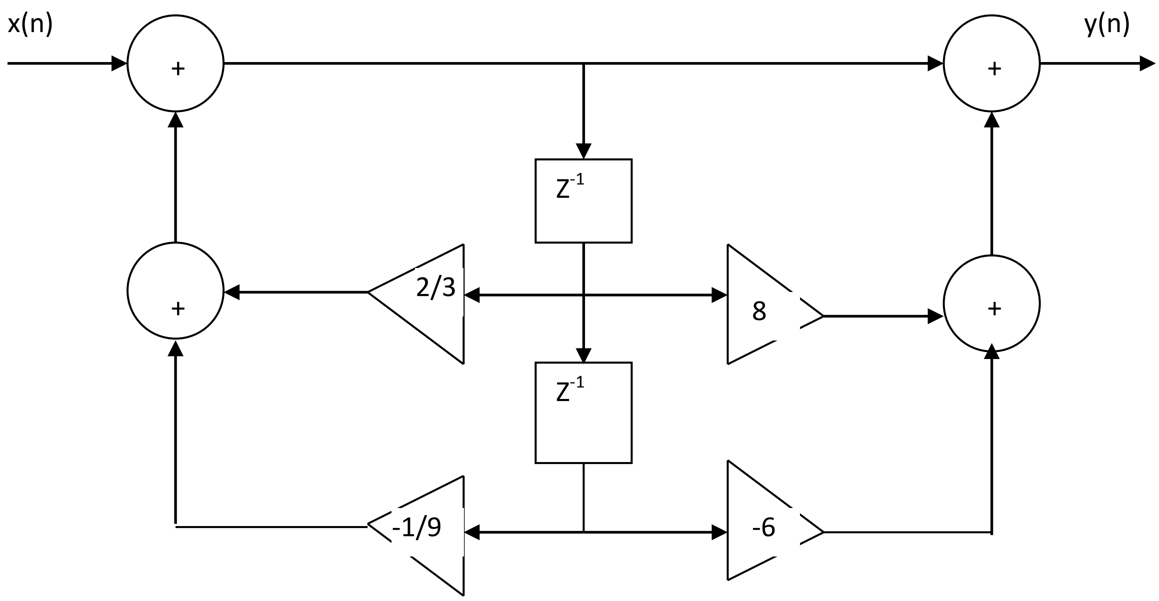
Déterminer la transformée en z de chacune des séquences suivantes et indiquer le domaine de convergence :

a) $\delta(n + 5)$ b) $\delta(n - 5)$
c) $(-1)^n u(n)$ d) $(1/2)^{n+1} u(n+3)$
e) $(-1/3)^n u(-n-2)$ f) $(1/4)^n u(3 - n)$
g) $2^n u(-n)+(1/4)^n u(n - 1)$ h) $(1/3)^n - 2u(n - 2)$

Exercice 2

Considérons un système linéaire causal temps-invariant dont l'entrée x(n) et la sortie y(n) sont reliées selon le schémas bloc représenté sur la figure 1.

a) Déterminer l'équation aux différences reliant x(n) et y(n).
b) Le système est-il stable ?



Exercice 3

Déterminer la transformée en Z inverse des fonctions suivantes en utilisant la décomposition en fractions simples :

a) $X(z) = \dfrac{1 - z^{-1}}{1 - \frac{1}{4} z^{-2}}, \quad |z| > \dfrac{1}{2}$ b) $X(z) = \dfrac{1 - z^{-1}}{1 - \frac{1}{4} z^{-2}}, \quad |z| < \dfrac{1}{2}$

c) $X(z) = \dfrac{z^{-1} - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2} z^{-1}}, \qquad |z| > \dfrac{1}{2}$

d) $X(z) = \dfrac{z^{-1} - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2} z^{-1}}, \qquad |z| < \dfrac{1}{2}$

e) $X(z) = \dfrac{z^{-1} - \frac{1}{2}}{\left(1 - \frac{1}{2} z^{-1}\right)^2}, \qquad |z| > \dfrac{1}{2}$

f) $X(z) = \dfrac{z^{-1} - \frac{1}{2}}{\left(1 - \frac{1}{2} z^{-1}\right)^2}, \qquad |z| < \dfrac{1}{2}$

Exercice 4

Calculer la transformée en Z des séquences suivantes :

a) $x(n)=\cos(\omega_0 n)u(n)$

b) $x(n)=\sin(\omega_0 n)u(n)$

c) $x(n)=\cos(\omega_0 n+\phi)u(n)$

d) $x(n)=\sin(\omega_0 n+\phi)\, u(n)$

Exercice 5

Un système linéaire est décrit par l'équation aux différences suivante :

$$y(n) = y(n-1) - 0.5\, y(n-2) + x(n) + x(n-1)$$

a) Déterminer la fonction de transfert du système.

b) Déterminer la réponse impulsionnelle et la réponse indicielle du système.

Université de Jijel
Faculté des Sciences et de Technologie
Département d'Electronique

Année 2023/2024

Traitement numérique du signal
Série d'exercices n° 4

Exercice 1

On veut synthétiser un filtre numérique passe bas de Butterworth ayant les spécifications suivantes :

On désire réaliser un filtre à réponse impulsionnelle infinie (RII) en utilisant le modèle de filtre analogique de Butterworth et la transformation bilinéaire. La fréquence d'échantillonnage du signal à filtrer est f_e=1000 Hz. Le gabarit à respecter est donné par la figure 1.

1) Définir la transformation bilinéaire.
2) Donner l'expression du modèle de filtre analogique de Butterworth d'ordre N.
3) Déterminer l'ordre du filtre nécessaire et calculer les fréquences caractéristiques du filtre analogique.
4) Déterminer la fonction de transfert $H_a(p)$ du filtre analogique.
5) Déterminer la fonction de transfert H(z) du filtre numérique.

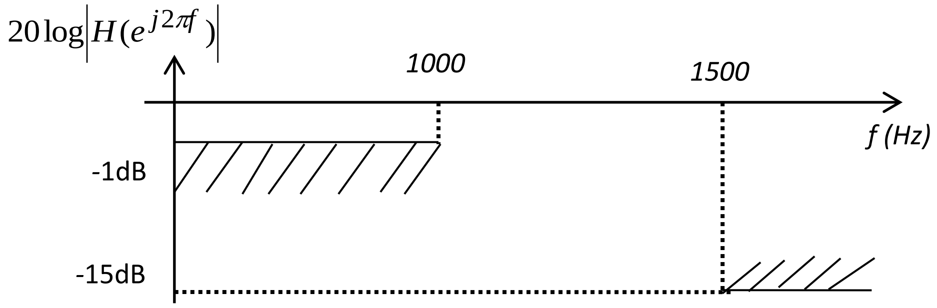


Figure 1

Exercice 2

Soit $H\left(e^{j\omega}\right) = A\left(e^{j\omega}\right)e^{j\theta(\omega)}$ la réponse en fréquence d'un filtre à réponse impulsionnelle finie (RIF) à phase linéaire donnée par

$$\theta(\omega) = \beta - \alpha\omega$$

où α et β sont des constantes et -π≤ω≤π.

Montrer que si β≠0 (filtre à phase linéaire) alors

$$\alpha = \frac{N-1}{2}, \quad \beta = \pm\frac{\pi}{2} \text{ et h(n)=-h(N-1-n) } 0\leq n\leq N-1$$