

**Exercice 1:**

Un courant électrique  $I = 5$  ( $A$ ) traverse un fil de cuivre de diamètre  $D = 1,8$  ( $mm$ ) et de masse volumique  $\rho' = 10$  ( $\frac{g}{cm^3}$ ). Les porteurs de charges sont les électrons ou un atome de cuivre  $Cu$  libère 2 électrons de conduction. On donne: La masse molaire du cuivre  $M_{Cu} = 63$  ( $\frac{g}{mol}$ ), la résistivité du cuivre  $\rho_0 = 1,8 \times 10^{-8}$  ( $\Omega \cdot m$ ) et le nombre d'Avogadro  $N_A = 6,02 \times 10^{23}$  ( $mol^{-1}$ ).

- 1) Calculer la densité de courant  $j$  dans le fil.
- 2) Calculer la vitesse moyenne  $\vartheta$  des porteurs de charges.
- 3) Calculer la conductivité  $\sigma$  du fil.
- 4) Calculer le champ électrique  $E$  et la mobilité  $\mu$  des porteurs dans le fil.

**Solution de l'exercice 1:**

- 1) Le calculer la densité de courant  $j$  dans le fil, on a

$$I = \int \int \vec{j} \bullet \vec{ds} = j S \Rightarrow j = \frac{I}{S} = \frac{I}{\pi r^2} = \frac{I}{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2} = \frac{4I}{\pi D^2} = \frac{20 \times 10^6}{3,14 \times 1,8^2} = 1,96 \times 10^6 \left(\frac{A}{m^2}\right).$$

- 2) Calculer la vitesse moyenne  $\vartheta$  des porteurs de charges da charge volumique du milieu

$$j = q \vartheta n_{e^-} = \rho \vartheta.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n_{e^-} \text{ est la densité des électrons.} \\ q \text{ est la charge des électrons.} \\ \vartheta \text{ est la vitesse des électrons.} \\ \rho \text{ est la densité de charge volumique.} \end{array} \right.$$

$n_{e^-} = 2 n_{Cu^{+2}}$  ou  $n_{Cu^{+2}}$  est la densité des atomes de  $n_{Cu^{+2}}$  et 2 c'est le nombre des électrons de conduction libre.

La densité des atomes

$$n_{Cu^{+2}} = \frac{\rho' N_A}{M_{Cu^{+2}}} = \frac{10 \times 10^3 \times 6,023 \times 10^{23}}{163} = 0,37 \times 10^{26} \left(m^{-3}\right) \Rightarrow n_{e^-} = 0,74 \times 10^{26} \left(m^{-3}\right).$$

la densité de charge volumique est  $\rho = n_{e^-} q_{e^-} = 0,74 \times 10^{26} \times (-1,6 \times 10^{-19}) = -1,184 \times 10^7 \left(C m^{-3}\right)$ .

dans la vitesse moyenne  $\vartheta = \frac{j}{|\rho|} = \frac{1,96 \times 10^6}{-1,184 \times 10^7} = 0,165 \text{ (m/s)}$

les électrons déplacent dans le sens inverse du sens conventionnel de courant.

- 3) Calculer la conductivité  $\sigma$  du fil.  $\sigma = \frac{1}{\rho_0} = \frac{1}{1,8 \times 10^{-8}} = 0,55 \times 10^8 \left(\frac{1}{\Omega \cdot m}\right)$ .
- 4) Calculer le champ électrique  $E$  et la mobilité  $\mu$  des porteurs dans le fil.

$$j = \sigma E \Rightarrow E = \frac{J}{\sigma} = \frac{1,96 \times 10^6}{0,55 \times 10^8} = 0,035 \text{ (V/m)}$$

$$\mu = \frac{\vartheta}{E} = \frac{0,165}{0,035} = 4,71 \left(\frac{m^2}{V \cdot s}\right)$$

aussi

$$\mu = \frac{1}{\rho \rho_0} = \frac{1}{1,184 \times 10^7 \cdot 1,8 \times 10^{-8}} = 4,70 \left( \frac{m^2}{V.s} \right)$$

**Exercice 2:**

Dans le circuit schématisé par Figure (1), qui composé par un générateur non typique de force électromotrice  $e = 6 V$  et une résistance interne  $r = 1 \Omega$  et des conducteurs ohmiques qui sont en série et parallèle. On donne  $R_1 = R_3 = 1 \Omega$ ,  $R_2 = R_5 = 6 \Omega$ ,  $R_4 = 3 \Omega$ . Calculer :

- 1) La résistance équivalente  $R_{eq}$  entre  $A$  et  $B$ .
- 2) L'intensité du courant circulant dans chacune des résistances.
- 3) La différence de potentiel aux bornes de chaque résistance.
- 4) La différence de potentiel aux bornes du générateur.
- 5) La puissance fournie et la puissance dissipée par le générateur.
- 6) La puissance fournie par le générateur au conducteurs ohmiques.

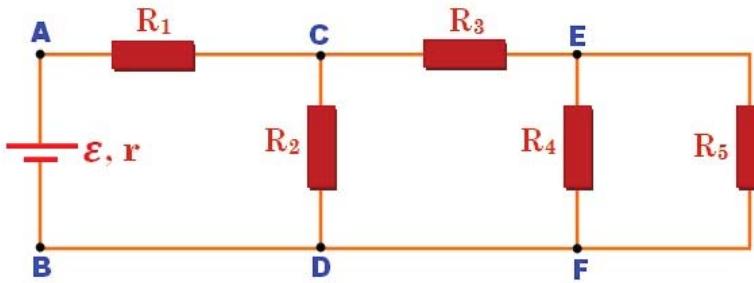


FIG. 1:

**Solution de l'exercice 2:**

- 1) La résistance équivalente  $R_{eq}$  entre  $A$  et  $B$ .

$$R_4 \text{ et } R_5 \text{ en parallèle, } R_{eq1} = \frac{R_4 \times R_5}{R_4 + R_5} = \frac{3 \times 6}{9} = 2 \Omega.$$

$$R_3 \text{ et } R_{eq1} \text{ en série, } R_{eq2} = R_3 + R_{eq1} = 1 + 2 = 3 \Omega.$$

$$R_{eq2} \text{ et } R_2 \text{ en parallèle, } R_{eq3} = \frac{R_2 \times R_{eq2}}{R_2 + R_{eq2}} = \frac{6 \times 3}{9} = 2 \Omega.$$

$$R_1 \text{ et } R_{eq3} \text{ en série, } R_{eq} = R_1 + R_{eq3} = 1 + 2 = 3 \Omega.$$

- 2) L'intensité du courant circulant dans chacune des résistances.

D'après les lois des mailles et nœud, on trouve:

$$I_1 = I_2 + I_3.$$

$$R_1 I_1 + R_2 I_2 + r I_1 - e = 0.$$

$$R_3 R_{eq2} - R_2 I_2 = 0.$$

D'où:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0.$$

$$(R_1 + r) I_1 + R_2 I_2 + 0 I_3 = e.$$

$$0 I_1 - R_2 I_2 + R_3 R_{eq2} = 0$$

la forme matricielle est:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 6 & 0 \\ 0 & -6 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad \det \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 6 & 0 \\ 0 & -6 & 3 \end{pmatrix} = 36.$$

On utilise la méthode de Krammer

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 6 & 6 & 0 \\ 0 & -6 & 3 \end{vmatrix}}{36} = \frac{3}{2} (A) . \quad I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}}{36} = \frac{1}{2} (A) . \quad I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 6 & 6 \\ 0 & -6 & 0 \end{vmatrix}}{36} = 1 (A) .$$

le calcule de  $I_4$  et  $I_5$ :

$$U_4 = U_5 \Rightarrow R_4 I_4 = R_5 I_5 \Rightarrow I_4 = \frac{R_5}{R_4} I_5$$

$$I_4 + I_5 = I_3 \Rightarrow \left( \frac{R_5}{R_4} + 1 \right) I_5 = I_3 \Rightarrow \left( \frac{R_5 + R_4}{R_4} \right) I_5 = I_3 \Rightarrow I_5 = \left( \frac{R_4}{R_5 + R_4} \right) I_3 = \frac{1}{3} (A) \Rightarrow I_4 = \frac{R_5}{R_4} I_5 = \frac{2}{3} (A) .$$

3) La différence de potentiel aux bornes de chaque résistance.

$$U_1 = R_1 I_1 = \frac{3}{2} (V), \quad U_2 = R_2 I_2 = \frac{3}{2} (V), \quad U_3 = R_3 I_3 = 1 (V), \quad U_4 = R_4 I_4 = 2 (V), \quad U_5 = R_5 I_5 = 2 (V) .$$

4) La différence de potentiel aux bornes du générateur.

$$U_{AB} = -r I_1 + e = \frac{9}{2} (V) .$$

5) La puissance fournie et la puissance dissipée par le générateur.

$$P_{fg} = e I_1 = 9 (W) .$$

$$P_{dg} = r I_1^2 = \frac{9}{4} (W) .$$

6) La puissance fournie par le générateur au conducteurs ohmiques.

$$P = U_{AB} I_1 = \frac{27}{4} (W) .$$

Exercice 3:

Un générateur de force électromotrice  $E = 30 V$ , et de résistance interne  $r = 1 \Omega$  débite dans le circuit Figure (2), qui composé par des associations série et parallèle de conducteurs ohmiques. On donne:  $R_1 = 1 \Omega$ ,  $R_2 = R_3 = R_4 = 9 \Omega$ . Calculer:

- 1) l'intensité du courant circulant dans  $R_1$  et chacune des trois résistances  $R_2$ ,  $R_3$  et  $R_4$ .
- 2) La différence de potentiel aux bornes de  $R_3$ .
- 3) La différence de potentiel aux bornes du générateur.
- 4) La puissance fournie par le générateur.
- 5) La puissance dissipée par le générateur.
- 6) La puissance fournie par le générateur au conducteurs ohmiques.

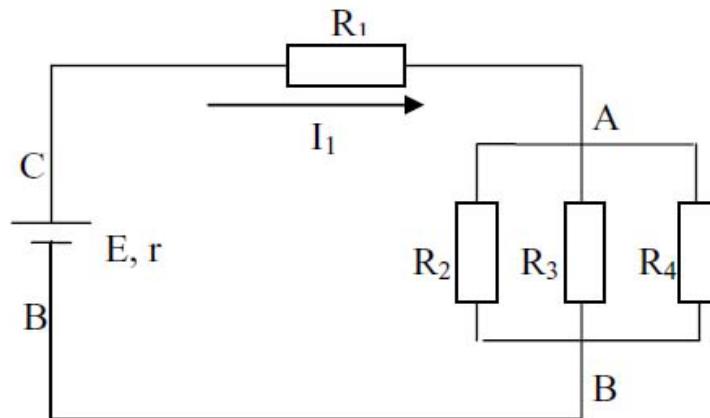


FIG. 2:

1) l'intensité du courant circulant dans  $R_1$  et chacune des trois résistances  $R_2$ ,  $R_3$  et  $R_4$ .

$$R_2, R_3 \text{ et } R_4 \text{ sont en parallèle, } \frac{1}{R_{eq1}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{3}{9} \Rightarrow R_{eq1} = 3 (\Omega) .$$

$R_{eq1}$ ,  $R_1$  et  $r$  sont en série  $R_{eq} = R_{eq1} + R_1 + r = 5 (\Omega)$ .

$$\text{Danc } E = R_{eq} I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{E}{R_{eq}} = 6 (A) .$$

comme  $R_2 = R_3 = R_4 = 9 \Omega$ , danc  $I_2 = I_3 = I_4 = \frac{I_1}{3} = 2 (A)$ .

2) La différence de potentiel aux bornes de  $R_3$  .

$R_2$ ,  $R_3$  et  $R_4$  sont en parallèle,  $U_2 = U_3 = U_4 = R_3 I_3 = 18$  (V) .

3) La différence de potentiel aux bornes du générateur.

$U = -r I + E = 24$  (V) .

4) La puissance fournie par le générateur.

$P_{fg} = e I_1 = 180$  (W) .

5) La puissance dissipée par le générateur.

$P_{dg} = r I_1^2 = 36$  (W) .

6) La puissance fournie par le générateur au conducteurs ohmiques.

$P = U I_1 = 144$  (W) .