

Exercice 1:

Un courant électrique $I = 5$ (A) traverse un fil de cuivre de diamètre $D = 1,8$ (mm) et de masse volumique $\rho' = 10$ ($\frac{g}{cm^3}$). Les porteurs de charges sont les électrons ou un atome de cuivre Cu libère 2 électrons de conduction. On donne: La masse molaire du cuivre $M_{Cu} = 63$ ($\frac{g}{mol}$), la résistivité du cuivre $\rho_0 = 1,8 \times 10^{-8}$ ($\Omega.m$) et le nombre d'Avogadro $N_A = 6,02 \times 10^{23}$ (mol^{-1}).

- 1) Calculer la densité de courant j dans le fil.
- 2) Calculer la vitesse moyenne v des porteurs de charges.
- 3) Calculer la conductivité σ du fil.
- 4) Calculer le champ électrique E et la mobilité μ des porteurs dans le fil.

Solution de l'exercice 1:

- 1) Le calculer la densité de courant j dans le fil, on a

$$I = \int \int \vec{j} \bullet \vec{ds} = j S \Rightarrow j = \frac{I}{S} = \frac{I}{\pi r^2} = \frac{I}{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2} = \frac{4I}{\pi D^2} = \frac{20 \times 10^6}{3,14 \times 1,8^2} = 1,96 \times 10^6 \left(\frac{A}{m^2}\right).$$

- 2) Calculer la vitesse moyenne v des porteurs de charges. la charge volumique du milieu

$$j = q v n_{e-} = \rho v.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n_{e-} \text{ est la densité des électrons.} \\ q \text{ est la charge des électrons.} \\ v \text{ est la vitesse des électrons.} \\ \rho \text{ est la densité de charge volumique.} \end{array} \right.$$

$n_{e-} = 2 n_{Cu^{+2}}$ ou $n_{Cu^{+2}}$ est la densité des atomes de $n_{Cu^{+2}}$ et 2 c'est le nombre des électrons de conduction libre.

La densité des atomes

$$n_{Cu^{+2}} = \frac{\rho' N_A}{M_{Cu^{+2}}} = \frac{10 \times 10^3 \times 6,023 \times 10^{23}}{63} = 0,37 \times 10^{26} (m^{-3}) \Rightarrow n_{e-} = 0,74 \times 10^{26} (m^{-3}).$$

la densité de charge volumique est $\rho = n_{e-} q_{e-} = 0,74 \times 10^{26} \times (-1,6 \times 10^{-19}) = -1,184 \times 10^7 (C m^{-3})$.

donc la vitesse moyenne $v = \frac{j}{|\rho|} = \frac{1,96 \times 10^6}{-1,184 \times 10^7} = 0,165 (m/s)$

les électrons déplacent dans le sens invers du sens conventionnel de courant.

- 3) Calculer la conductivité σ du fil. $\sigma = \frac{1}{\rho_0} = \frac{1}{1,8 \times 10^{-8}} = 0,55 \times 10^8 (\frac{1}{\Omega.m})$.
- 4) Calculer le champ électrique E et la mobilité μ des porteurs dans le fil.

$$j = \sigma E \Rightarrow E = \frac{j}{\sigma} = \frac{1,96 \times 10^6}{0,55 \times 10^8} = 0,035 (V/m)$$

$$\mu = \frac{v}{E} = \frac{0,165}{0,035} = 4,71 \left(\frac{m^2}{V.s}\right)$$

aussi

$$\mu = \frac{1}{\rho \rho_0} = \frac{1}{1,184 \times 10^7 \cdot 1,8 \times 10^{-8}} = 4,70 \left(\frac{m^2}{V.s} \right)$$

Exercice 2:

Dans le circuit schématisé par Figure (1), qui composé par un générateur non typique de force électromotrice $e = 6V$ et une résistance interne $r = 1\Omega$ et des conducteurs ohmiques qui sont en série et parallèle. On donne $R_1 = R_3 = 1\Omega$, $R_2 = R_5 = 6\Omega$, $R_4 = 3\Omega$. Calculer :

- 1) La résistance équivalente R_{eq} entre A et B .
- 2) L'intensité du courant circulant dans chacune des résistances.
- 3) La différence de potentiel aux bornes de chaque résistance.
- 4) La différence de potentiel aux bornes du générateur.
- 5) La puissance fournie et la puissance dissipée par le générateur.
- 6) La puissance fournie par le générateur au conducteurs ohmiques.

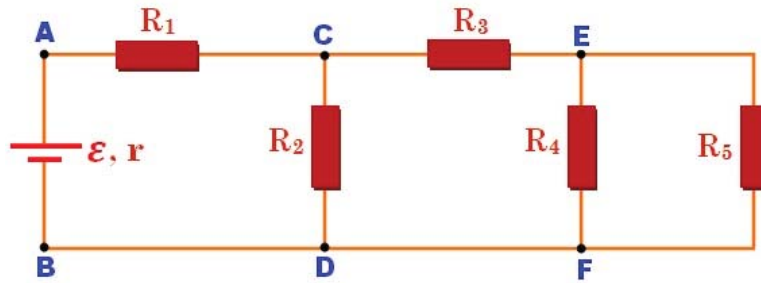


FIG. 1:

Solution de l'exercice 2:

- 1) La résistance équivalente R_{eq} entre A et B .
 R_4 et R_5 en parallèle, $R_{eq1} = \frac{R_4 \times R_5}{R_4 + R_5} = \frac{3 \times 6}{9} = 2\Omega$.
 R_3 et R_{eq1} en série, $R_{eq2} = R_3 + R_{eq1} = 1 + 2 = 3\Omega$.
 R_{eq2} et R_2 en parallèle, $R_{eq3} = \frac{R_2 \times R_{eq2}}{R_2 + R_{eq2}} = \frac{6 \times 3}{9} = 2\Omega$.
 R_1 et R_{eq3} en série, $R_{eq} = R_1 + R_{eq3} = 1 + 2 = 3\Omega$.
- 2) L'intensité du courant circulant dans chacune des résistances.
D'après les lois des mailles et neud, on trouve:

$$I_1 = I_2 + I_3.$$

$$R_1 I_1 + R_2 I_2 + r I_1 - e = 0.$$

$$R_3 R_{eq2} - R_2 I_2 = 0.$$

Danc:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0.$$

$$(R_1 + r) I_1 + R_2 I_2 + 0 I_3 = e.$$

$$0 I_1 - R_2 I_2 + R_3 R_{eq2} = 0$$

la forme matriciel est:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 6 & 0 \\ 0 & -6 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad \det \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 6 & 0 \\ 0 & -6 & 3 \end{pmatrix} = 36.$$

On utilise la methode de Kramer

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 6 & 6 & 0 \\ 0 & -6 & 3 \end{vmatrix}}{36} = \frac{3}{2} \text{ (A)} . \quad I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}}{36} = \frac{1}{2} \text{ (A)} . \quad I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 6 & 6 \\ 0 & -6 & 0 \end{vmatrix}}{36} = 1 \text{ (A)} .$$

le calcul de I_4 et I_5 :

$$U_4 = U_5 \Rightarrow R_4 I_4 = R_5 I_5 \Rightarrow I_4 = \frac{R_5}{R_4} I_5$$

$$I_4 + I_5 = I_3 \Rightarrow \left(\frac{R_5}{R_4} + 1 \right) I_5 = I_3 \Rightarrow \left(\frac{R_5 + R_4}{R_4} \right) I_5 = I_3 \Rightarrow I_5 = \left(\frac{R_4}{R_5 + R_4} \right) I_3 = \frac{1}{3} \text{ (A)} \Rightarrow I_4 = \frac{R_5}{R_4} I_5 = \frac{2}{3} \text{ (A)} .$$

3) La différence de potentiel aux bornes de chaque résistance.

$$U_1 = R_1 I_1 = \frac{3}{2} \text{ (V)}, \quad U_2 = R_2 I_2 = \frac{3}{2} \text{ (V)}, \quad U_3 = R_3 I_3 = 1 \text{ (V)}, \quad U_4 = R_4 I_4 = 2 \text{ (V)}, \quad U_5 = R_5 I_5 = 2 \text{ (V)} .$$

4) La différence de potentiel aux bornes du générateur.

$$U_{AB} = -r I_1 + e = \frac{9}{2} \text{ (V)} .$$

5) La puissance fournie et la puissance dissipée par le générateur.

$$P_{fg} = e I_1 = 9 \text{ (W)} .$$

$$P_{dg} = r I_1^2 = \frac{9}{4} \text{ (W)} .$$

6) La puissance fournie par le générateur aux conducteurs ohmiques.

$$P = U_{AB} I_1 = \frac{27}{4} \text{ (W)} .$$

Exercice 3:

Un générateur de force électromotrice $E = 30 \text{ V}$, et de résistance interne $r = 1 \Omega$ débite dans le circuit Figure (2), qui composé par des associations série et parallèle de conducteurs ohmiques. On donne: $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = R_3 = R_4 = 9 \Omega$. Calculer:

- 1) l'intensité du courant circulant dans R_1 et chacune des trois résistances R_2 , R_3 et R_4 .
- 2) La différence de potentiel aux bornes de R_3 .
- 3) La différence de potentiel aux bornes du générateur.
- 4) La puissance fournie par le générateur.
- 5) La puissance dissipée par le générateur.
- 6) La puissance fournie par le générateur aux conducteurs ohmiques.

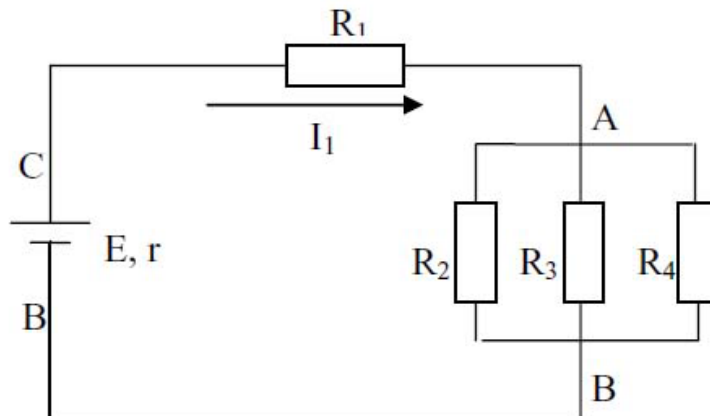


FIG. 2:

1) l'intensité du courant circulant dans R_1 et chacune des trois résistances R_2 , R_3 et R_4 .

$$R_2, R_3 \text{ et } R_4 \text{ sont en parallèle, } \frac{1}{R_{eq1}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{3}{9} \Rightarrow R_{eq1} = 3 \text{ (}\Omega\text{)} .$$

$$R_{eq1}, R_1 \text{ et } r \text{ sont en série } R_{eq} = R_{eq1} + R_1 + r = 5 \text{ (}\Omega\text{)} .$$

$$\text{Danc } E = R_{eq} I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{E}{R_{eq}} = 6 \text{ (A)} .$$

$$\text{comme } R_2 = R_3 = R_4 = 9 \Omega , \text{ danc } I_2 = I_3 = I_4 = \frac{I_1}{3} = 2 \text{ (A)} .$$

- 2) La différence de potentiel aux bornes de R_3 .
 R_2 , R_3 et R_4 sont en parallèle, $U_2 = U_3 = U_4 = R_3 I_3 = 18 \text{ (V)}$.
- 3) La différence de potentiel aux bornes du générateur.
 $U = -r I + E = 24 \text{ (V)}$.
- 4) La puissance fournie par le générateur.
 $P_{fg} = e I_1 = 180 \text{ (W)}$.
- 5) La puissance dissipée par le générateur.
 $P_{dg} = r I_1^2 = 36 \text{ (W)}$.
- 6) La puissance fournie par le générateur au conducteurs ohmiques.
 $P = U I_1 = 144 \text{ (W)}$.