Examen_*Correction*

Exercice 1 : (5pts)

1. Donner des grammaires pour exprimer les langages suivants :
   - L_1 : $=\{w\in\{a, b, c\}/w=a^{2n+1}b^{2n}\ \ n\geq 0\}$
     On'a w= $a^{2n+1}b^{2n}\ \ n\geq 0$
     $= aa^{2n}b^{2n}\ \ n\geq 0$
     $= a(aa)^n\ (bb)^n\ \ n\geq 0$
     G(L1) = ({S,A}, {*a*, *b*}, P, S) avec P = {S →*a*A|*ε*, A → *aa*A*bb*|*ε*}:

   - L_2 : $=\{w\in\{a, b, c\}/w=ab^nac\ \ n\geq 1\}$

     G(L1) = ({S,A}, {*a*, *b*, *c*}, P, S) avec P = {S →*a*A , A → bA|*bac*}:

2. Pour chacune des grammaires suivantes, donner le type de celle-ci, puis trouver le langage engendré par chacune d'elles
   - G1 = ({S,A}, {*a*, *b*, *c*}, P, S) avec P = {S →*a*S|*b*A, A → A*b*|*c*}:
     (si on applique S→ *a*S n fois) alors S→ $a^{n}S\ \ n\geq 0$
     (si on applique S→ *b*A une fois) alors A→ $a^n bA\ \ \ n\geq 0$
     (si on applique A→ A*b* m fois) alors A→ $a^n bAb^m\ \ \ n,m\geq 0$
     (si on applique A→ *c* une fois) alors A→ $\boldsymbol{a^n bcb^m\ \ \ n,m\geq 0}$

     L(G1)= $\boldsymbol{\{w\in\{a, b, c\}/w=a^n bcb^m\ \ n,m\geq 0\}}$

   - G2 = ({S,A,B}, {*a*,*b*}, P, S) avec P = {S → AB|ε ; A→ *a*A|ε ;B→ *b*B*a*|ε }.
     S → A.B
     (si on applique A→ *a*A n fois) alors A→ $a^{n}A$
     (si on applique A→ ε une fois) alors **A→** $\boldsymbol{a^n\ n\geq 0}$
     (si on applique B→ *b*B*a* m fois) alors B→ $b^m Ba^m$
     (si on applique B→ ε une fois) alors B→ $\boldsymbol{b^m a^m\ m\geq 0}$
     Donc S → $\boldsymbol{a^n.\ b^m a^m\ ,\ n\geq 0,\ m\geq 0}$

     L(G2)= $\boldsymbol{\{w\in\{a, b\}/w=a^n b^m a^m\ \ n,m\geq 0\}}$

Exercice 2 : (5pts)

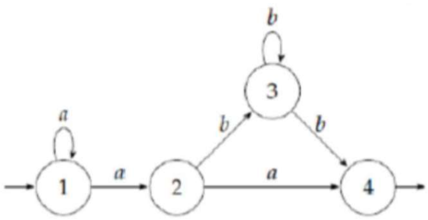
1. Pour chacune des expressions régulières qui suivent, dessinez un automate (sans ε-transitions) reconnaissant le langage qu'elle dénote
   $E_1=a(b+ab)^*+ba^*(a+bb)$

$E_2= (b+c)^*(ab(b+c)^*)^*$

1 2 34 5 6

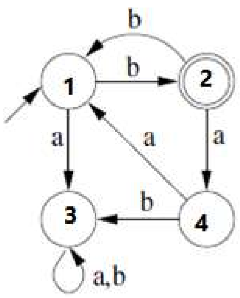
	a	b	c
0	3	1	2
1	3	1	2
2	3	1	2
3	-	4	-
4	3	5	6
5	3	5	6
6	3	5	6

2. Donner l'expression régulière du langage reconnu par chacun des automates suivants :



A **B**

E(A)=$a^*a(bb^*b+a)$



E(B)= ?

on' a l'état 3 est inutile, donc on peut le supprime

donc

$L_1=bL_2=b((b+aa)L_1+\varepsilon)=b(b+aa)L_1+b=$ **$(b(b+aa))^*b$**

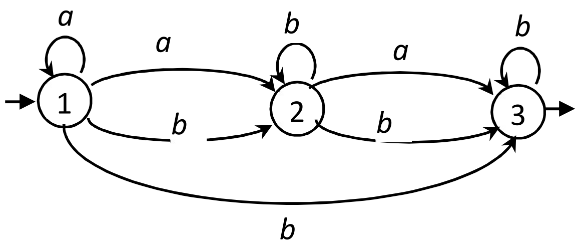
$L_2=bL_1+aL_4+\varepsilon= bL_1+aaL_1+\varepsilon= (b+aa)L_1+\varepsilon$

$L_4=aL_1$

Donc E(B)= (b(b+aa))*b

Exercice 3 : (5pts)

Soit l'automate A suivant



1. **Rendre cet automate déterministe**

   L'automate équivalent déterministe est le suivant :

   L'état d'entré est : {1}

   Les états finaux sont : {2,3},{1,2,3} et {3}

	a	b
{1}	{1,2}	{2,3}

{1,2}	{1,2,3}	{2,3}
{2,3}	{3}	{2,3}
{1,2,3}	{1,2,3}	{2,3}
{3}	-	{3}

Renommer les états :
L'état d'entré est : A
Les états finaux sont : C,D et E

	a	b
A	B	C
B	D	C
C	E	C
D	D	C
E	-	E

2. Minimiser l'automate déterministe obtenu

	a	b
A	B	C
B	D	C
C	E	C
D	D	C
E	-	E

Etape 0 :C1={A,B} ; C2={C, D, E}
Etape 1 :C1={A} ; C3={B} ; C2={C, D, E}

3. Rendre l'automate minimal obtenu complet
L'automate obtenu est un automate complet

Exercice 4 : (5 pts)

1. Donner un automate qui accepte chacun des langages suivants:

- L_1 = { *w* | w ∈ {a, b}* et *w* commence par ***a*** et contient '***ba'*** comme sous-mot }

- L_2 = { *w* | w ∈ {a, b}* et *w* commence par ***a*** et ne contient pas '***ba'*** }
- L_3 le langage complémentaire de L_2.
- L_4 le langage miroir de L_3.

2. Expliquez comment construire un automate (à nombre) d'états fini A qui reconnaît les mots sur l'alphabet {*a*, *b*, *c*} qui contiennent ***b*** et qui contiennent la séquence ***ac*** ou la séquence ***ca***.

***B*on courage**