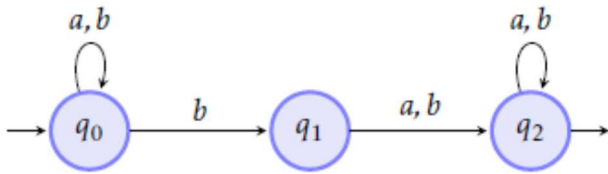


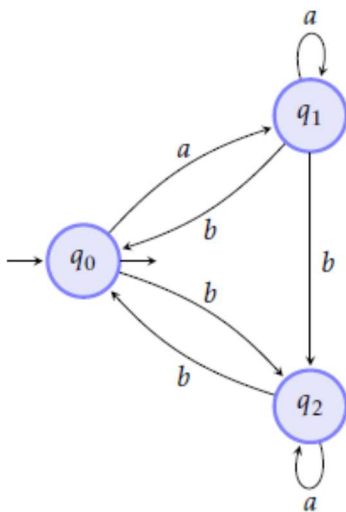
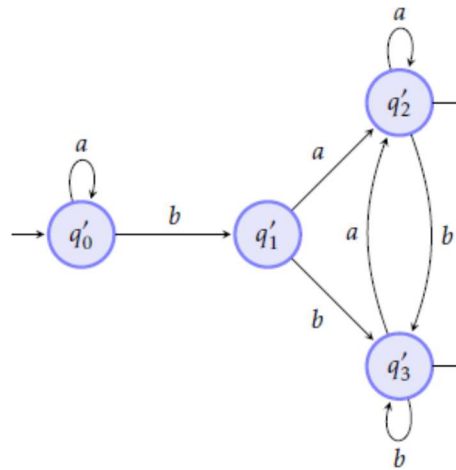
TD_ opérations sur les automates

Exercice 01: détermination

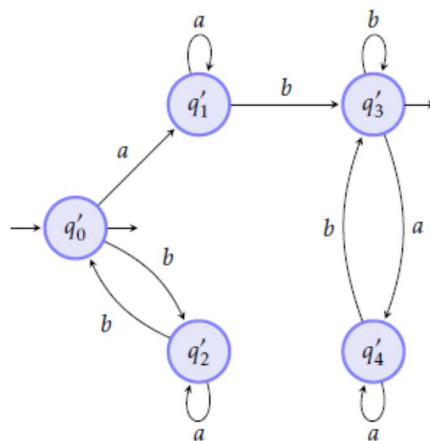
Déterminiser les automates suivants :



δ'	a	b
$\{q_0\}$	$\{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$
$\{q_0, q_2\}$	$\{q_0, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$



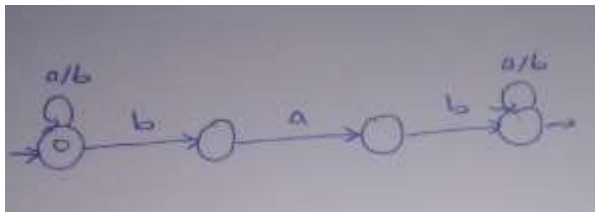
δ'	a	b
$\{q_0\}$	$\{q_1\}$	$\{q_2\}$
$\{q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_0, q_2\}$
$\{q_2\}$	$\{q_2\}$	$\{q_0\}$
$\{q_0, q_2\}$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_2\}$
$\{q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_2\}$



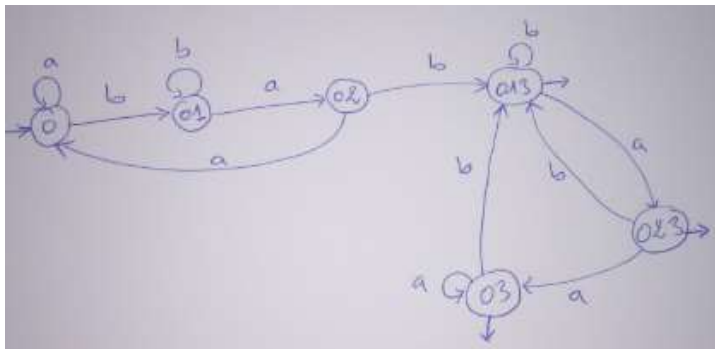
Exercice 02 : opérations sur les automates

Construisez des automates finis **déterministes** acceptant le langage décrit dans chacun des cas suivants :

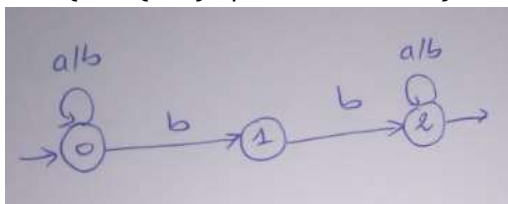
1. $L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ contient } \mathbf{bab}\}$.



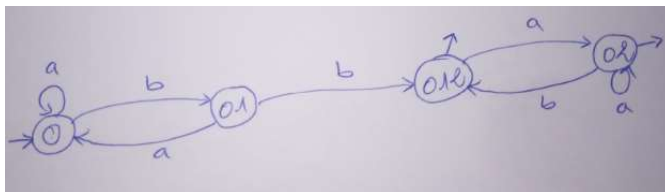
Déterminisation



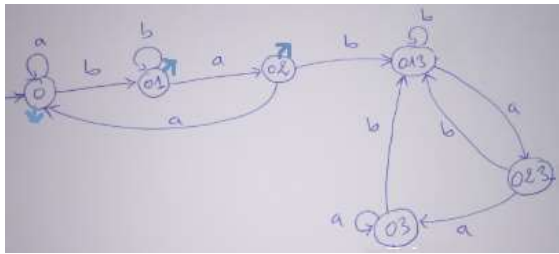
2. $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ contient } \mathbf{bb}\}$.



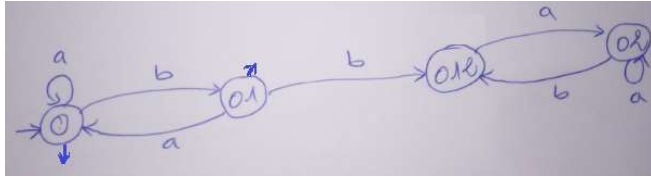
Déterminisation



3. $L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ ne contient pas } \mathbf{bab}\}$ = complémentaire de L_1



4. $L_4 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ ne contient pas } \mathbf{bb}\}$ = complémentaire de L_2

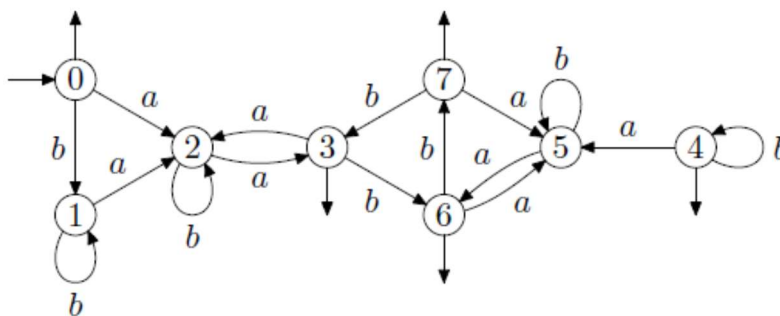


5. $L_5 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ contient } \mathbf{bab} \text{ ou } \mathbf{ba}\} = L_1 \cup L_2$
 6. $L_6 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ ne contient ni } \mathbf{bab} \text{ ni } \mathbf{bb}\}$ = complémentaire de L_5
 7. $L_7 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ contient à la fois } \mathbf{bab} \text{ et } \mathbf{bb}\}$.
 $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ contient } \mathbf{bab} \text{ et ne contient pas } \mathbf{bb}\} \cup \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ contient } \mathbf{bb} \text{ et ne contient pas } \mathbf{bab}\}$

Exercice 02 : minimisation des automates

Minimiser les automates suivants

L'automate A



L'état 4 inutile on le supprime

	a	b
0	2	1
1	2	1
2	3	2
3	2	6
5	6	5
6	5	7
7	5	3

La première classe est : $A=\{1, 2, 5\}$ et $B=\{0, 3, 6, 7\}$

$A=\{2, 5\}$, $C=\{1\}$ et $B=\{0, 3, 6, 7\}$

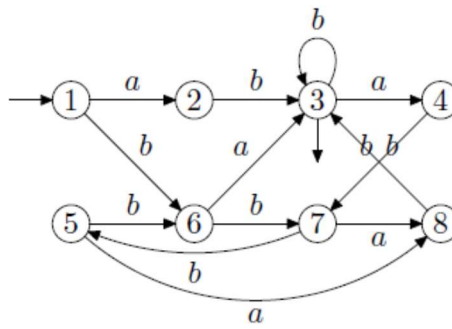
$A=\{2, 5\}$, $C=\{1\}$, $B=\{3, 6, 7\}$ et $D=\{0\}$

L'automate minimal est le suivant :

L'état initiale : D et les états finaux {D, B}

	a	b
D={0}	A	C
C={1}	A	C
A={2, 5}	B	A
B={3, 6, 7}	A	B

L'automate B



	a	b
1	2	6
2	/	3
3	4	3
4	/	7
5	8	6
6	3	7
7	8	5
8	/	3

$A=\{2, 4, 5, 6, 7, 8\}$; $B=\{1, 3\}$
 $A=\{2, 4, 5, 6, 7, 8\}$; $B=\{1\}$; $C=\{3\}$
 $A=\{4, 5, 6, 7\}$; $B=\{1\}$; $C=\{3\}$; $D=\{8, 2\}$
 $A=\{4, 5, 7\}$; $B=\{1\}$; $C=\{3\}$; $D=\{8, 2\}$; $E=\{6\}$
 $A=\{4, 5\}$; $B=\{1\}$; $C=\{3\}$; $D=\{8, 2\}$; $E=\{6\}$; $F=\{7\}$
 $A=\{4\}$; $G=\{5\}$; $B=\{1\}$; $C=\{3\}$; $D=\{8, 2\}$; $E=\{6\}$; $F=\{7\}$

L'automate minimale est le suivant :

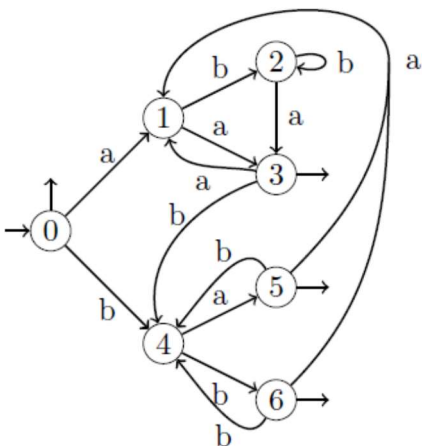
	a	b
1	2	6
{2, 8}	/	3
6	3	7
3	4	3
7	{2, 8}	5
4	/	7
5	{2, 8}	6

Exercice 04 :

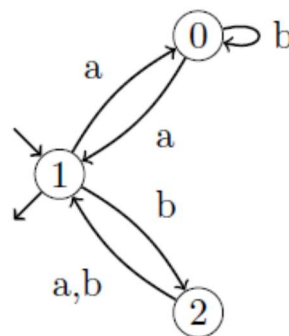
On souhaite comparer les quatre langages. Pour cela on commence par calculer l'automate minimal de chaque langage. Il suffira ensuite de comparer ces automates.

Expression Rationnelle $(ab^*a + b(a + b))^*$.

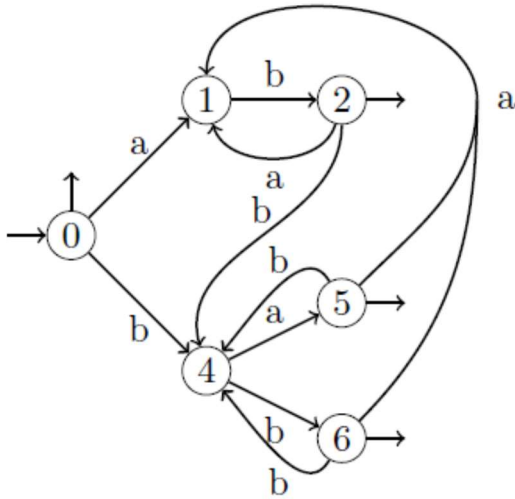
On souhaite construire l'automate minimal du langage. Pour cela il faut d'abord déterminer puis minimiser l'automate



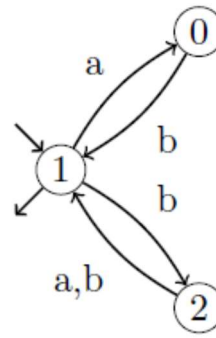
L'automate de : $(ab^*a + b(a + b))^*$.



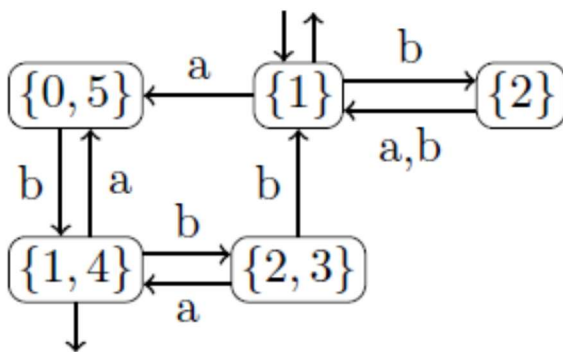
l'automate minimal de : $(ab^*a + b(a + b))^*$.



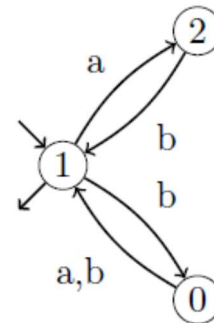
L'automate de : $(ab + b(a + b))^*$.



l'automate minimal de : $(ab + b(a + b))^*$.



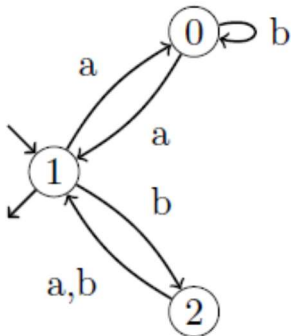
L'automate déterministe équivalent a A1



l'automate minimal de A1

L'automate A2 est déterministe

L'automate minimal de A2 est le suivant



- les langages de A1 et l'expression $(ab+b(a+b))^*$ ont le même automate minimal et sont donc égaux
- les langages de A2 et l'expression $(ab^*a+b(a+b))^*$ ont le même automate minimal et sont donc égaux