

اختبار معالم النموذج

قيمة استيوذنت المحسوبة للمعلمتين تحسب كما يلي

$$t_c = \frac{\hat{\beta}_0 - \beta_0}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0}} \sim t_{\alpha, n-2}$$

$$t_c = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}} \sim t_{\alpha, n-2}$$

مجال الثقة للمعلمتين يجب كما يلي

$$IC_{\beta_0} = \left[\hat{\beta}_0 \pm t_{n-2, \frac{\alpha}{2}} \hat{\sigma} \hat{\beta}_0 \right]$$

$$IC_{\beta_1} = \left[\hat{\beta}_1 \pm t_{n-2, \frac{\alpha}{2}} \hat{\sigma} \hat{\beta}_0 \right]$$

المرحلة الأولى

اختيار الاختبار

$$H_0 = \beta_0 = 0$$
$$H_1 = \beta_0 \neq 0$$

المرحلة الثانية

تحديد مستوى المعنوية

المرحلة الثالثة

تحديد دالة الاختبار

$$t_c = \frac{\hat{\beta}_0 - \beta_0}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0}}$$

المرحلة الرابعة

تحديد القيمة المجدولة

المرحلة الخامسة اتخاذ القرار الاحصائي

القرار الاحصائي هو:

H_0 و قبول الفرضية البديلة القائلة :

ان المعلمة تختلف من الصفر عند مستوى معنوية 0.05

تحديد مجال الثقة لمعالم المقدرة لنموذج الخطي البسيط

$$IC_{\hat{\beta}_0} = \left[\hat{\beta}_0 \pm \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0} * t_{\frac{\alpha}{2}, n-2} \right]$$

نقول اننا نثق ب 95% ان هذه المعلمة محصورة في
المجال المذكور عند مستوى المعنوية 5%

$$IC_{\hat{\beta}_1} = \left[\hat{\beta}_1 \pm \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1} * t_{\frac{\alpha}{2}, n-2} \right]$$

نقول اننا نثق ب 95% ان هذه المعلمة محصورة
في المجال المذكور عند مستوى المعنوية 5%

المعنوية الكلية عند مستوى معنوية 0,05

$$R^2 = \frac{SCR}{SCT} = \frac{\sum(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum(Y_i - \bar{Y})^2}$$

نستعمل فيشر المحسوب

$$F_c = \frac{R^2 / K - 1}{(1 - R^2) / (n - K)}$$

تحليل التباين ANOVA

اختبار فيشر	متوسط المربعات الانحرافات	ddl	مجموع المربعات الانحرافات	مصدر الانحراف
FC	$\Sigma(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 / K - 1$	K-1	$\Sigma(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$	SCE
	$\Sigma(Y_i - \hat{Y}_i)^2 / n - K$	n-K	$\Sigma(Y_i - \hat{Y}_i)^2$	SCR
		n-1	$\Sigma(Y_i - \bar{Y})^2$	SCT

نفس المثال السابق
يوضح الجدول التالي الكمية المنتجة y_i من مادة الاسمنت بالمقارنة بعدد العمال لسنة 2023

y_i	58	105	88	118	117	137	157	169	149	202
x_i	2	6	8	8	12	16	20	20	22	26

المطلوب : اختبر معنوية معالم النموذج عند مستوى المعنوية 5%؟

$$t_c = \frac{\hat{\beta}_0 - \beta_0}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0}} \rightsquigarrow t_{\alpha, n-2}$$

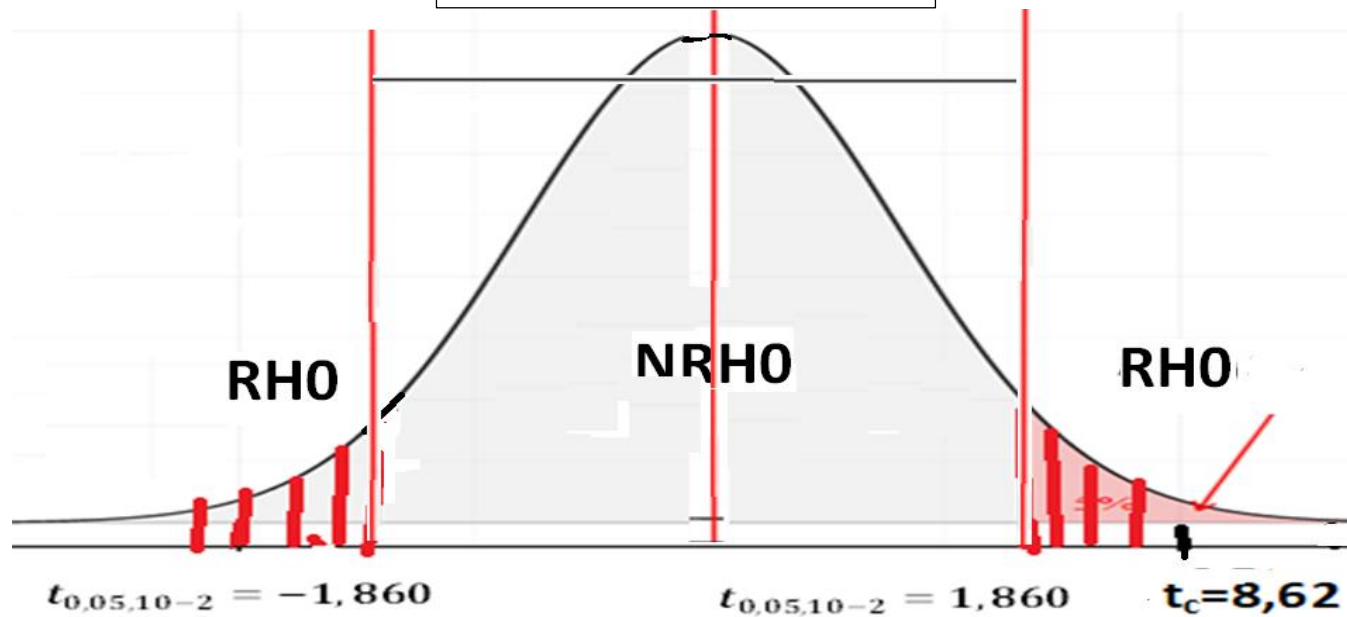
$$t_c = \frac{60 - 0}{9,224} = 6,505$$

$$t_c = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}} \rightsquigarrow t_{\alpha, n-2}$$

$$t_c = \frac{5 - 0}{0,5802} = 8,62$$

$$t_c = 8,62$$

$$t_{0,05,10-2} = 1,860$$



مثال

يعطي الجدول التالي علامات 12 طالبا في الامتحان الاول X والامتحان الثاني Y

x	18	14	10	15	7	12	13	8	9	17	15	12
y	20	11	14	16	10	10	17	11	12	20	18	12

المطلوب:

1. قدر معلمات النموذج الإحصائي ثم اكتب معادلة خط الانحدار المقدرة والنموذج الإحصائي المقدر
2. احسب تباين الأخطاء العشوائية
3. احسب تباين المعلمات المقدرة
4. اختبر معنوية معالم النموذج عند مستوى معنوية 0,05
5. استنتج مجال الثقة للمعلمات
6. اختبر معنوية النموذج ككل عند مستوى معنوية 0,05

السؤال الاول: قدر معلمات النموذج الإحصائي ثم اكتب معادلة خط الانحدار المقدرة والنموذج الاحصائي المقدر

النموذج الرياضي يكتب على الشكل التالي:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i = 3,37 + 0,87 X_i$$

النموذج الاحصائي يكتب على الشكل التالي:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + e_i = 3,37 + 0,87 X_i + e_i$$

	x	y	XY	X*X	Y*Y	B0	B1
1	18	20	360	324	400		
2	14	11	154	196	121		
3	10	14	140	100	196		
4	15	16	240	225	256		
5	7	10	70	49	100		
6	12	10	120	144	100		
7	13	17	221	169	289		
8	8	11	88	64	121		
9	9	12	108	81	144		
10	17	20	340	289	400		
11	15	18	270	225	324		
12	12	12	144	144	144		
المجموع	150	171	2255	2010	2595	3,37	0,87
الوسط	12,5	14,25					

	x	y	القيم الاتجاهية	$e_i * e_i$
	18	20	19,03	0,94
	14	11	15,55	20,70
	10	14	12,07	3,72
	15	16	16,42	0,18
	7	10	9,46	0,29
	12	10	13,81	14,52
	13	17	14,68	5,38
	8	11	10,33	0,45
	9	12	11,2	0,64
	17	20	18,16	3,39
	15	18	16,42	2,50
	12	12	13,81	3,28
المجموع				55,98

x	y	$(X_i - \bar{X})^2$
18	20	30,25
14	11	2,25
10	14	6,25
15	16	6,25
7	10	30,25
12	10	0,25
13	17	0,25
8	11	20,25
9	12	12,25
17	20	20,25
15	18	6,25
12	12	0,25
150	171	135

السؤال الثاني: احسب تباين الاخطاء العشوائية

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2 = \frac{1}{n-2} \sum e_i^2 = \frac{55,98}{12-2} = 5,598 \cong 5,6$$

السؤال الثالث: احسب تباين المعلمات المقدرة

$$\begin{aligned} V(\hat{\beta}_0) &= \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0}^2 = \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right) \\ &= 5,6 \left(\frac{1}{12} + \frac{156,25}{135} \right) = 6,94 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(\hat{\beta}_1) &= \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}^2 = \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \\ &= \frac{5,6}{135} = 0,041 \end{aligned}$$

السؤال الرابع :

اختبر معنوية معالم النموذج عند مستوى معنوية 0,05

اختبار الاختبار

$$H_0 = \beta_0 = 0$$

المرحلة الأولى

$$H_1 = \beta_0 \neq 0$$

تحديد مستوى المعنوية 0,05

المرحلة الثانية

تحديد الاختبار المناسب هو استودنت

المرحلة الثالثة

تحديد دالة الاختبار

$$t_c = \frac{\hat{\beta}_0 - \beta_0}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0}} = \frac{3,37}{2,63} = 1,28$$

المرحلة الرابعة

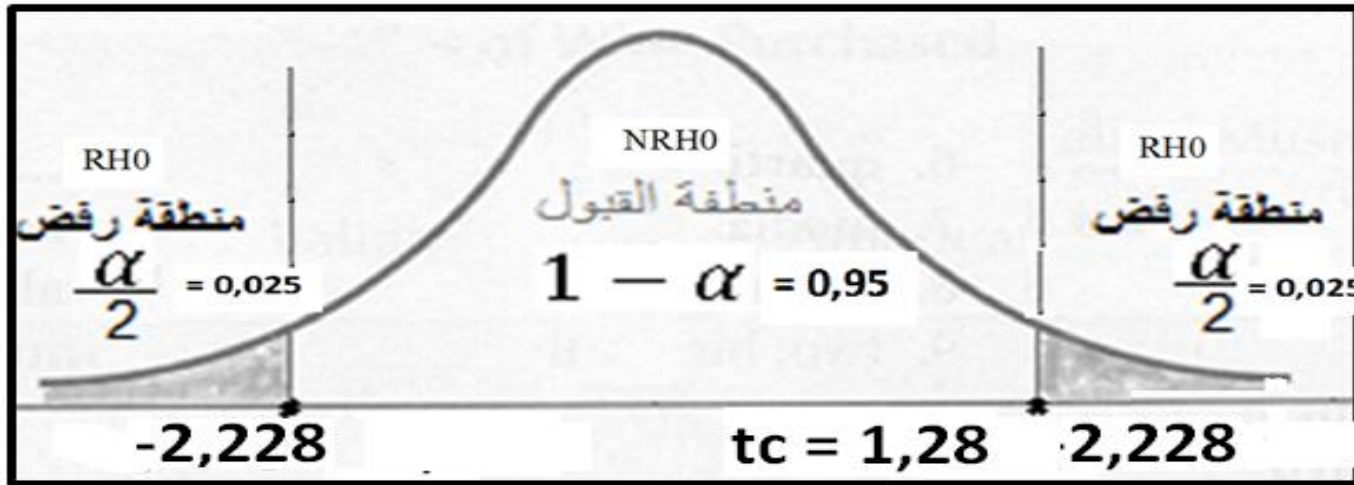
تحديد القيمة المجدولة

المرحلة الخامسة

$$t_{\frac{\alpha}{2}, n-2} = t_{0,975, 10} = 2,228$$

المرحلة السادسة

اتخاذ القرار الاحصائي



القرار الاحصائي هو NRH_0 اي قبول الفرضية الصفرية القائلة : ان معلمة الحد الثابت تساوي صفر عند مستوى معنوية 0.05 اي المعلمة غير معنوية احصائيا وهذا راجع للخطأ 5%

$$H_0 = \beta_1 = 0$$

اختيار الاختبار

المرحلة الأولى

$$H_1 = \beta_1 \neq 0$$

المرحلة الثانية تحديد مستوى المعنوية 0,05

تحديد الاختبار المناسب هو استودنت

تحديد دالة الاختبار

المرحلة الثالثة

$$t_c = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}} = \frac{0,87}{0,202} = 4,31$$

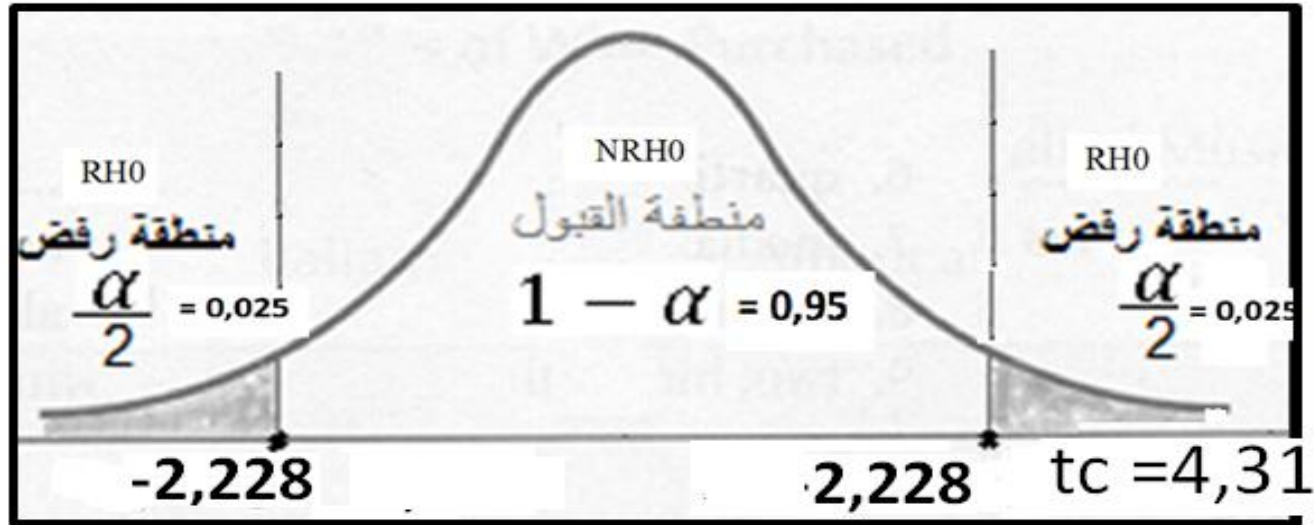
تحديد القيمة المجدولة

المرحلة الرابعة

$$t_{\frac{\alpha}{2}, n-2} = t_{0,975, 10} = 2,228$$

المرحلة الخامسة

اتخاذ القرار الاحصائي



القرار الاحصائي هو RH_0 اي قبول الفرضية البديلة القائلة :ان معلمة الانحدار تختلف عن الصفر عند مستوى معنوية 0.05 اي المعلمة معنوية احصائيا وهذا راجع لنسبة الخطأ 5%

السؤال الخامس: استنتاج مجال الثقة لمعالم المقدرة لنموذج الخطي البسيط

$$IC_{\hat{\beta}_0} = \left[\hat{\beta}_0 \pm \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0} * t_{\frac{\alpha}{2}, n-2} \right]$$
$$= 3,37 \pm 2,63 * 2,228 = [9,23; -2,49]$$

اننا نثق ب 95% ان هذه المعلمة محصورة في المجال المذكور عند مستوى المعنوية 5%

$$IC_{\hat{\beta}_1} = \left[\hat{\beta}_1 \pm \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1} * t_{\frac{\alpha}{2}, n-2} \right]$$
$$= 0,87 \pm 0,202 * 2,228 = [1,32; 0,42]$$

اننا نتق ب 95% ان هذه المعلمة محصورة في المجال
المذكور عند مستوى المعنوية 5%

السؤال السادس :

اوجد المعنوية الكلية لنموذج عند مستوى معنوية 0,05

المرحلة الأولى اختيار الاختبار

$$H_0 = \beta_0 = \beta_1$$
$$H_1 = \beta_0 \neq \beta_1$$

المرحلة الثانية تحديد مستوى المعنوية 0,05

المرحلة الثالثة تحديد الاختبار المناسب هو **فischer**

تحديد دالة الاختبار

$$F_c = \frac{R^2 / K - 1}{(1 - R^2) / (n - K)}$$

$$R^2 = \frac{SCE}{SCT} = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}$$

$$R^2 = \frac{\sum(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum(Y_i - \bar{Y})^2} = 0,645$$

نلاحظ ان 64,5% من التغيرات في النموذج اي في Y يفسرها X والباقي 0,355 تفسرها متغيرات اخرى الخطأ العشوائي

$$F_c = \frac{0,645 / 2 - 1}{(0,355) / (12 - 2)} = 18,17$$

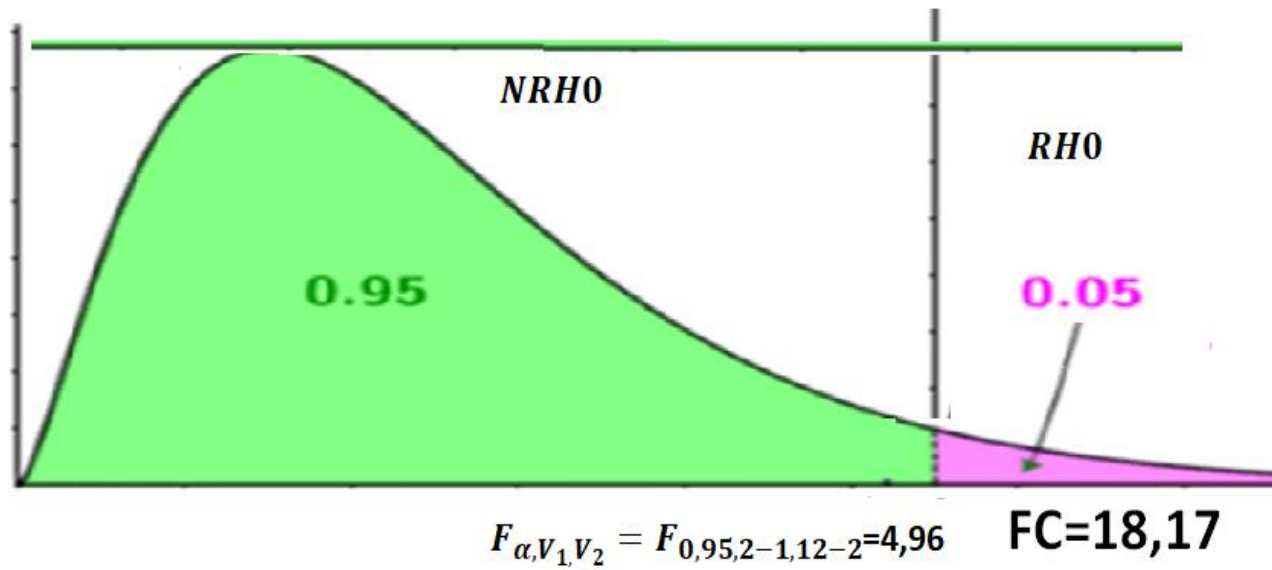
y	$\hat{Y}_i$	$\hat{Y}_i - \bar{Y}$	مربع	$Y_i - \bar{y}$	مربع
20	19,03	4,78	22,85	5,75	33,0625
11	15,55	1,3	1,69	-3,25	10,5625
14	12,07	-2,18	4,75	-0,25	0,0625
16	16,42	2,17	4,71	1,75	3,0625
10	9,46	-4,79	22,94	-4,25	18,0625
10	13,81	-0,44	0,19	-4,25	18,0625
17	14,68	0,43	0,18	2,75	7,5625
11	10,33	-3,92	15,37	-3,25	10,5625
12	11,2	-3,05	9,30	-2,25	5,0625
20	18,16	3,91	15,29	5,75	33,0625
18	16,42	2,17	4,71	3,75	14,0625
12	13,81	-0,44	0,19	-2,25	5,0625
171			102,18		158,25
14,25			SCE		SCT

المرحلة الرابعة تحديد القيمة المجدولة

$$V_1 = K - 1 = 2 - 1$$

$$V_2 = n - K = 12 - 2$$

$$F_{\alpha, V_1, V_2} = F_{0,95, 2-1, 12-2} = 4,96$$



القرار هو رفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة، النموذج معنوي.

جدول تحليل التباين ANOVA

ANOVA

اختبار فيشر	متوسط المربعات الانحرافات	ddl	مجموع المربعات الانحرافات	مصدر الانحراف
FC=18,25	$\Sigma(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 / K - 1$	K-1=2-1=1	$\Sigma(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 = 102,18$	SCE
	$\Sigma(Y_i - \hat{Y}_i)^2 / n - K$	n-K= 12-2=10	$\Sigma(Y_i - \hat{Y}_i)^2 = 55,98$	SCR
		n-1=12-1=11	$\Sigma(Y_i - \bar{Y})^2 = 158,25$	SCT

شرح جدول تحليل التباين

يهدف جدول تحليل التباين الى توضيح تأثير المتغيرات المستقلة على المتغير التابع وتكون اهمياته اكثر في الانحدار المتعدد.