سلسلة الأعمال الموجهة رقم 2 – الجبر 1 (تابع)

التمـرين 6 : يترك للطالب (ليس واجب)

لدينا ثلاثة مجموعات $E = \{a, b, c, d\}$ ، $F = \{1,2,3,4,5,6\}$ و $\Gamma = \{(a,3), (b,4), (c,4), (d,1)\}$

مبينا صورة كل عنصر.

1- برهن أن $f = (E, F, \Gamma)$ تطبيق من E في F مبينا صورة كل عنصر.
2- عين المجموعات $f(d), f(\{a,b,c\}), f(E)$.
3- عين المجموعات $f^{-1}(\{2,6\}), f^{-1}(\{4,5,6\}), f^{-1}(\{1,2,3\}), f^{-1}(\{4\})$

التمرين 7 :

لتكن التطبيقات التالية :

$$f: \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N} \qquad g: \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N} \qquad h: \left[\frac{1}{2}, +\infty\right[\longrightarrow [-1, +\infty[$$

$$n \longmapsto f(n) = 2n \quad , \quad n \longmapsto g(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} \ si\ n\ pair \\ \frac{n-1}{2} \ si\ n\ impair \end{cases} \quad , \quad x \longmapsto h(x) = \sqrt{2x-1} - 1$$

1- عين التطبيقات gof و fog ثم قارن بينهما.
2- برهن أن التطبيق f متباين و غير غامر و g غامر و غير متباين.

3- برهن أن التطبيق h تقابلي و عين التطبيق العكسي h^{-1}

التمرين 8 :

ليكن التطبيق $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$$x \longmapsto f(x) = x^2 + x - 2$$

1- أحسب $f(\{-0.5, -2, 0, 1\})$ ، هل f متباين؟ احسب $f([-2, 1])$
2- عين $f^{-1}(\{1\})$، هل f غامر؟
3- عين قيم y من $\mathbb{R}$ التي لها سوابق و استنتج $f^{-1}(\mathbb{R})$.
4- احسب $f\left([\frac{-1}{2}, +\infty[\right)$.(يمكن استخدام تغيرات f أو الشكل النموذجي لـ $f(x)$)
5- نعتبر التطبيق $g : [\frac{-1}{2}, +\infty[\longrightarrow f\left([\frac{-1}{2}, +\infty[\right)$ المعرف بـ:
$\forall x \in [\frac{-1}{2}, +\infty[: g(x) = f(x)$.
- برهن أن التطبيق g تقابلي وعين تطبيقه العكسي g^{-1}.

التمرين 9 : واجب

ليكن التطبيق $f: E \longrightarrow F$ برهن الخواص التالية :

1. $\forall A, A' \in \mathcal{P}(E): f(A \cap A') \subset f(A) \cap f(A')$
2. $\forall A, A' \in \mathcal{P}(E): f(A - A') \subset f(A) - f(A')$
3. f متباين $\Leftrightarrow \forall A, A' \in \mathcal{P}(E): f(A) \cap f(A') = f(A \cap A')$
4. f متباين. $\Leftrightarrow \forall A, A' \in \mathcal{P}(E): f(A) - f(A') = f(A - A')$