

Série N° 4.

Exercice 01: on considère la fct f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \cos(2x) - \frac{1}{2}$.

- 1) Étudier la parité de f .
- 2) Démontrer que la fonction f est périodique de période π .
- 3) Étudier la variation de f .
- 4) Représenter graphiquement la fct f .

Exercice 02: Soit la fonction f définie sur $]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$ par

$$f(x) = \arcsin\left(\frac{1}{x}\right).$$

- 1) Montrer que f est définie et continue sur $]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$.
- 2) Calculer les limites au bord de l'ensemble de définition.
c-à-d en $-\infty, +\infty, -1, 1$.
- 4) Étudier la variation de f puis calculer $\lim_{x \rightarrow 1} f'(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1} f''(x)$.
= Que peut-on déduire?
- 5) Tracer le graphe de f .

Exercice 03: Montrer que pour tout $x \in]0, \frac{\pi}{2}[$

$$1) \quad \sin x = \frac{\tan x}{\sqrt{1 + \tan^2 x}} \quad \text{et} \quad \cos x = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 x}}.$$

$$2) \quad \text{Montrer que} \quad 0 < \arctan\left(\frac{3}{4}\right) + \arctan\left(\frac{5}{12}\right) < \frac{\pi}{2}.$$

Exercice 04: Soit la fct f définie par

$$f(x) = \arccos\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right).$$

- 1) Montrer que f est définie et continue sur $\mathbb{R}$.
- 2) Calculer $f'(x)$ pour $x \neq 0$.
- 3) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- 4) Dresser le tableau de variation, puis dessiner le graphe de f .

Exercice 05: Montrer que, pour tous $x, y \in \mathbb{R}$:

$$\operatorname{sh}(x+y) = \operatorname{sh} x \operatorname{ch} y + \operatorname{ch} x \operatorname{sh} y.$$

$$\operatorname{ch}(x+y) = \operatorname{ch} x \operatorname{ch} y + \operatorname{sh} x \operatorname{sh} y.$$

Exercice 06: Résoudre l'équation: $e^{\operatorname{sh} x} = 2$.

Exercice 07: Soit f définie par:

$$f(x) = \frac{3+4 \operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x}.$$

- 1) Déterminer son domaine de définition D_f .
- 2) Étudier la variation de f .
- 3) Tracer le graphique de f (G_f).

Exercice 07: Soit f définie par: $f(x) = \frac{\operatorname{ch} x + 4 \operatorname{sh} x + 2}{\operatorname{ch} x - 1}$.

1) Déterminer D_f .

2) Montrer que $f'(x) = \frac{-3 \operatorname{sh} x - 4 \operatorname{ch} x + 4}{(\operatorname{ch} x - 1)^2} = \frac{14e^x (e^x - 1/7)}{(e^x - 1)^3}$

3) En déduire les variations de f .