

المشاكل القياسية

غالباً ما يحدث الارتباط الذاتي في اطار سلسلة زمنية عندما تكون البيانات مرتبة ترتيباً زمنياً.

قد نجد مشكلة الارتباط الذاتي في البيانات المقطعية ،
مثلاً الزيادة غير المتوقعة في ثقة المستهلك ، قد تؤدي الى تقدير معادلة استهلاك ، تكون اقل من تقدير الاستهلاك لفترتين او اكثر.

الارتباط الذاتي للأخطاء

افتراضنا ان يكون التباين المشترك والارتباط بين البواقي المختلفة مساوي للصفر:
بينت هذه الفرضية ان توزيع حدود الخطأ مستقل.

يتمثل هذا الخطأ بعدم تحقق الفرضية، اذا لم تكون هذه الفرضية صحيحة فيوجد الارتباط الذاتي، وهي نوعان:
ارتباط ذاتي من الدرجة الأولى و ارتباط ذاتي من الدرجة k

$$cov = (U_t, U_s) = 0 \quad t \neq s$$

اسباب حدوث الارتباط الذاتي:

احد العوامل التي قد تسبب الارتباط الذاتي هو:

1. حذف او اسقاط متغيرات من النموذج،
2. نتيجة سوء توصيف النموذج، فقد تكون المعادلة تربيعية فنقدرها خطية مثلاً.
3. الأخطاء المنهجية في القياس.

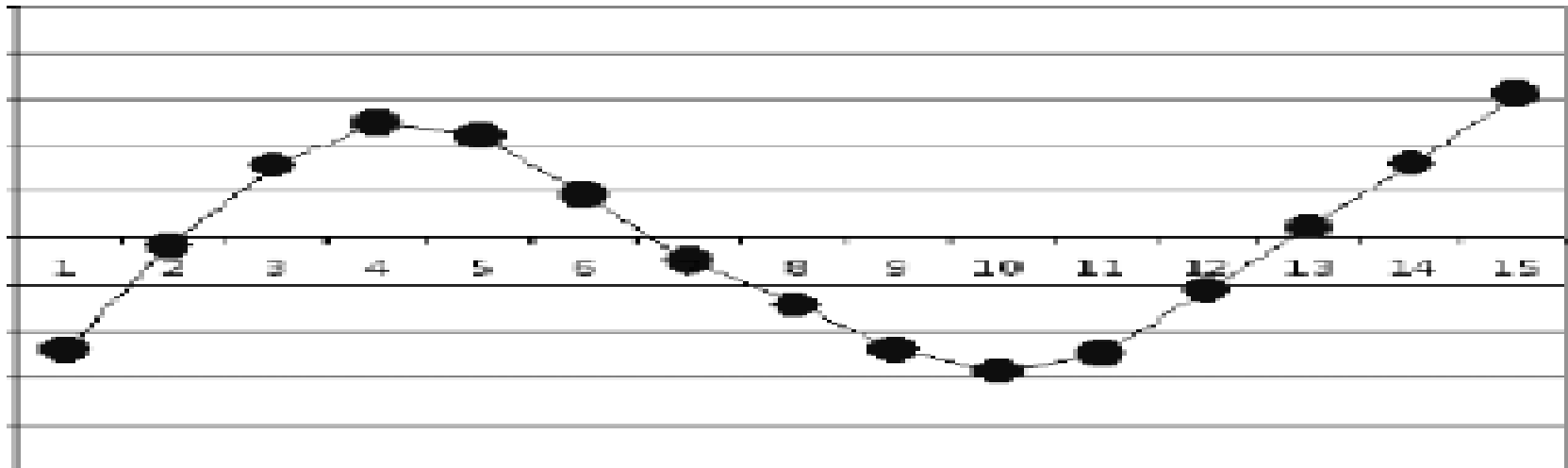
أثر الارتباط الذاتي للأخطاء على النموذج

يتمثل أثر وجود ارتباط ذاتي للأخطاء في إعطاء
تباينات خاطئة للمقدرات مما يؤثر على باقي
الاختبارات

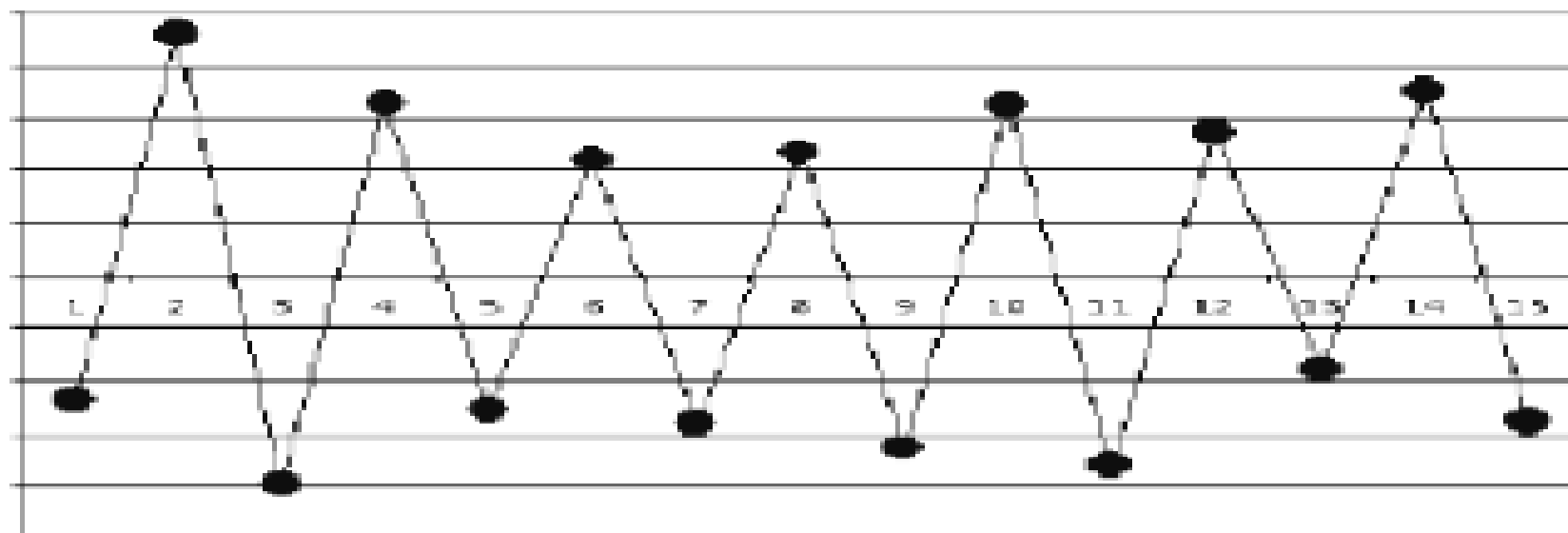
أنواع الارتباط الذاتي للأخطاء

يوجد نوعان :

ارتباط ذاتي موجب كما يوضحه الشكل، أين تمتاز الأخطاء بإشارة متماثلة تسلسليا قبل أن تنتقل إلى إشارة أخرى.



والارتباط الذاتي السالب كما يوضحه الشكل، أين نلاحظ تناوب في الإشارات الموجبة والسالبة.



الارتباط الذاتي من الدرجة الاولى ومن دراجة اعلى:

الارتباط من الدرجة الاولى يقع بين -1 و +1
تحديد قيمة قوة الارتباط :

نستطيع تمييز بين ثلاث حالات من الارتباط:

1. اذا كان معامل الارتباط يساوي صفرا ، لا يوجد ارتباط
2. اذا اقترب من +1 تصبح قيمة المشاهدة السابقة للخطأ اكثر اهمية في تحديد قيمة الخطأ الحالي،
3. اذا اقترب معامل الارتباط الى -1 ستكون قوة الارتباط الذاتي مرتفع جدا.

تأثير الأخطاء على النموذج :

مقدرات تكون غير فعالة
تباين معاملات الانحدار المقدّر سيكون غير متسق ، وبالتالي يصبح
اختبار الفرضية غير صالح،
تكون قيمة معامل التحديد مرتفعة في أغلب الحالات تميل الى
احصائية استيودنت لتكون مرتفعة

احدى ابسط الطرق لكشف الارتباط الذاتي وذلك برسم البواقي خلال الزمن.

طرق الكشف عن الارتباط الذاتي للأخطاء
اختبار داربين واتسن **Durbin-Watson** (1950-1951)

يستعمل لكشف الارتباط الذاتي للأخطاء من الدرجة الأولى

$$\varepsilon_t = \rho * \varepsilon_{t-1}$$

$$\varepsilon_t = \rho * \varepsilon_{t-1} + \mu_t$$

اختبار داربن واتسون

يتم استخدامه عند توفر الفرضيات التالية:
يتضمن نموذج الانحدار الحد الثابت
يفترض ان يكون الارتباط من الدرجة الاولى فقط
تتمثل فرضيات الاختبار فيما يلي:

$$\begin{cases} H_0: \rho = 0 & \text{عدم وجود ارتباط ذاتي} \\ H_1: \rho \neq 0 & \text{وجود ارتباط ذاتي موجب} \end{cases}$$

ولغرض اختبار فرضية عدم أعلاه، نلجؤ إلى حساب إحصائية داربن واتسون
DW وفق العلاقة التالية:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$$

أو

$$DW \cong 2(1 - \rho)$$

DW تمثل القيمة المحصورة للاختبار اي بين القيمتين 0 و 4.

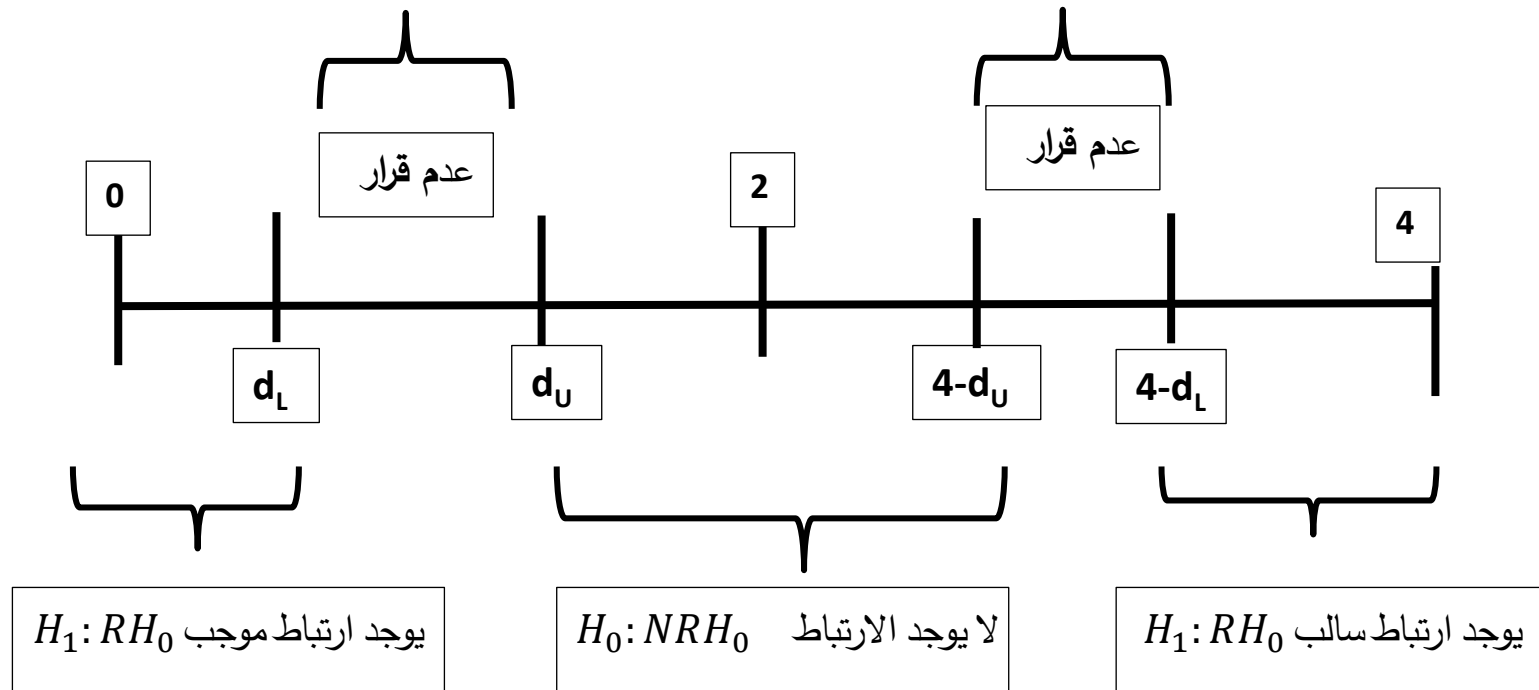
من خلال جدول DW يمكن استخراج القيمتين dL و dU عند مستوى احتمال α و K عدد متغيرات مستقلة.

قيمة DW	الاستنتاج
$4 - DL < DW < 4$	RH0 النموذج يعاني من وجود مشكلة ارتباط ذاتي سالب
$4 - DU < DW < 4 - DL$	النتيجة غير مؤكدة
$2 < DW < 4 - DU$	NRH0 خلو النموذج من مشكلة الارتباط الذاتي
$DU < DW < 2$	NRH0 خلو النموذج من مشكلة الارتباط الذاتي
$DL < DW < DU$	النتيجة غير مؤكدة
$0 < DW < DL$	RH0 النموذج يعاني من وجود مشكلة ارتباط ذاتي

نحصل على du dL من جدول دارين واتسون حسب عدد المتغيرات التفسيرية بدون الحد الثابت.

إذا كانت $N=38$ و عدد المعاملات بدون الحد الثابت يساوي 2 تكون قيم الاختبار هي
كما في الجدول. $N=38, K=2, dL=1,18, dU=1,39$

ان قرار رفض أو قبول الفرضية H_0 يكون عبر المخطط التالي:



نحصل على d_L d_U من جدول داربن واتسون حسب عدد المتغيرات التفسيرية بدون الحد الثابت.

Table A2.6 Lower and upper 1% critical values for Durbin-Watson statistic

T	K - 1		K - 2		K - 3		K - 4		K - 5	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
15	0.81	1.07	0.70	1.25	0.59	1.46	0.49	1.70	0.39	1.96
16	0.84	1.09	0.74	1.25	0.63	1.44	0.53	1.66	0.44	1.90
17	0.87	1.10	0.77	1.25	0.67	1.43	0.57	1.63	0.48	1.85
18	0.90	1.12	0.80	1.26	0.71	1.42	0.61	1.60	0.52	1.80
19	0.93	1.13	0.83	1.26	0.74	1.41	0.65	1.58	0.56	1.77
20	0.95	1.15	0.86	1.27	0.77	1.41	0.68	1.57	0.60	1.74
21	0.97	1.16	0.89	1.27	0.80	1.41	0.72	1.55	0.63	1.71
22	1.00	1.17	0.91	1.28	0.83	1.40	0.75	1.54	0.66	1.69
23	1.02	1.19	0.94	1.29	0.86	1.40	0.77	1.53	0.70	1.67
24	1.04	1.20	0.96	1.30	0.88	1.41	0.80	1.53	0.72	1.66
25	1.05	1.21	0.98	1.30	0.90	1.41	0.83	1.52	0.75	1.65
26	1.07	1.22	1.00	1.31	0.93	1.41	0.85	1.52	0.78	1.64
27	1.09	1.23	1.02	1.32	0.95	1.41	0.88	1.51	0.81	1.63
28	1.10	1.24	1.04	1.32	0.97	1.41	0.90	1.51	0.83	1.62
29	1.12	1.25	1.05	1.33	0.99	1.42	0.92	1.51	0.85	1.61
30	1.13	1.26	1.07	1.34	1.01	1.42	0.94	1.51	0.88	1.61
31	1.15	1.27	1.08	1.34	1.02	1.42	0.96	1.51	0.90	1.60
32	1.16	1.28	1.10	1.35	1.04	1.43	0.98	1.51	0.92	1.60
33	1.17	1.29	1.11	1.36	1.05	1.43	1.00	1.51	0.94	1.59
34	1.18	1.30	1.13	1.36	1.07	1.43	1.01	1.51	0.95	1.59
35	1.19	1.31	1.14	1.37	1.08	1.44	1.03	1.51	0.97	1.59
36	1.21	1.32	1.15	1.38	1.10	1.44	1.04	1.51	0.99	1.59
37	1.22	1.32	1.16	1.38	1.11	1.45	1.06	1.51	1.00	1.59
38	1.23	1.33	1.18	1.39	1.12	1.45	1.07	1.52	1.02	1.58
39	1.24	1.34	1.19	1.39	1.14	1.45	1.09	1.52	1.03	1.58

Durbin-Watson Statistic: 5 Per Cent Significance Points of dL and dU

*k' is the number of regressors excluding the intercept

	k'=1		k'=2		k'=3		k'=4		k'=5	
n	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU
6	0.610	1.400	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
7	0.700	1.356	0.467	1.896	-----	-----	-----	-----	-----	-----
8	0.763	1.332	0.559	1.777	0.367	2.287	-----	-----	-----	-----
9	0.824	1.320	0.629	1.699	0.455	2.128	0.296	2.588	-----	-----
10	0.879	1.320	0.697	1.641	0.525	2.016	0.376	2.414	0.243	2.822
11	0.927	1.324	0.758	1.604	0.595	1.928	0.444	2.283	0.315	2.645
12	0.971	1.331	0.812	1.579	0.658	1.864	0.512	2.177	0.380	2.506
13	1.010	1.340	0.861	1.562	0.715	1.816	0.574	2.094	0.444	2.390 -
14	1.045	1.350	0.905	1.551	0.767	1.779	0.632	2.030	0.505	2.296
15	1.077	1.361	0.946	1.543	0.814	1.750	0.685	1.977	0.562	2.220

ملاحظة:

عندما تكون قيمة احصائية اختبار DW قريبة جدا من 2 فهذا يعني انه
لا يوجد لدينا الارتباط ذاتي.

اذا كانت قيمة احصائية اختبار DW تساوي 1,4 او اقل فهذا يعني
وجود ارتباط ذاتي.

المثال الاول: كشف عن المشاكل القياسية

اليك البيانات التالية. المطلوب احسب قيمة داربن واتسون؟

n	X	Y
1	145	7,782
2	171,9	8,399
3	184,5	8,745
4	207,2	9,209
5	234,8	7,833
6	258,4	9,728
7	261,7	7,261
8	275,1	7,096
9	334,3	9,296
10	424,9	19,965
11	543,4	16,907
12	812,2	30,86
13	1023,8	50,696
14	1107,1	47,555
15	1407,8	93,515

المقدرة y	et	et -1	et - et-1	(et - et-1)*(et - et-1)	(et*et)	DW
2,05615	5,72585				32,7853582	
3,623613	4,775387	5,72585	-0,950463	0,903379914	22,804321	
4,357815	4,387185	4,775387	-0,388202	0,150700793	19,2473922	
5,680544	3,528456	4,387185	-0,858729	0,737415495	12,4500017	
7,288796	0,544204	3,528456	-2,984252	8,90576	0,29615799	
8,663968	1,064032	0,544204	0,519828	0,27022115	1,1321641	
8,856259	-1,595259	1,064032	-2,659291	7,071828623	2,54485128	
9,637077	-2,541077	-1,595259	-0,945818	0,894571689	6,45707232	
13,086661	-3,790661	-2,541077	-1,249584	1,561460173	14,3691108	
18,365923	1,599077	-3,790661	5,389738	29,04927571	2,55704725	
25,270918	-8,363918	1,599077	-9,962995	99,26126937	69,9551243	
40,933894	-10,073894	-8,363918	-1,709976	2,924017921	101,48334	
53,263826	-2,567826	-10,073894	7,506068	56,34105682	6,59373037	
58,117717	-10,562717	-2,567826	-7,994891	63,9182821	111,57099	
75,639506	17,875494	-10,562717	28,438211	808,7318449	319,533286	
				1080,721085	690,99459	1,564

مثال

Yt	23	24	28	33	36	36	35	27	30	28
Xt	5	8	6	7	7	8	9	8	9	9

حسب البيانات التالية هل يوجد الارتباط ذاتي؟

بالاعتماد على معادلة الانحدار المقدرة يتم تقدير قيم المتغير Y
و بعدها يتم حساب قيم البواقي

اذن المعادلة المقدرة تكون كالآتي:

$$\hat{Y}_t = 21,195 + 1,159 x_t$$

$$e_t = (Y_t - \hat{Y}_t)$$

Yt	Xt	21,195+1,159*X	et
23	5	26,99	-3,99
24	8	30,467	-6,467
28	6	28,149	-0,149
33	7	29,308	3,692
36	7	29,308	6,692
36	8	30,467	5,533
35	9	31,626	3,374
27	8	30,467	-3,467
30	9	31,626	-1,626
28	9	31,626	-3,626

- بالاعتماد على قيم البواقي يتم اجراء اختبار دربين واتسون.
- لا جراء اختبار دربن واتسون نستعمل الجدول التالي:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (\hat{e}_t - \hat{e}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T \hat{e}_t^2}$$

et	et-1	et*et	et - et-1	(et - et-1)*(et - et-1)
-3,99		15,92	-3,99	
-6,467	-3,99	41,82	-2,477	6,14
-0,149	-6,467	0,02	6,318	39,92
3,692	-0,149	13,63	3,841	14,75
6,692	3,692	44,78	3	9,00
5,533	6,692	30,61	-1,159	1,34
3,374	5,533	11,38	-2,159	4,66
-3,467	3,374	12,02	-6,841	46,80
-1,626	-3,467	2,64	1,841	3,39
-3,626	-1,626	13,15	-2	4,00
		185,99		130,00

$$DW = \frac{130}{185,99} = 0,6989$$

من الجدول داربن واتسون لمستوى الدلالة 5% ودرجة الحرية (1,10)
 ان الواحد يمثل عدد المتغيرات التفسيرية لدينا متغير تفسيري واحد و 10 تمثل حجم العينة نجد ان
 $dL = 0,879$ و $dU = 1,320$ وكما موضح في الشكل التالي :

0			2			4
يوجد ارتباط موجب	$DL = 0,879$	$DU = 1,320$	لا يوجد ارتباط	$4-DU = 2,68$	$4-DL = 3,12$	يوجد ارتباط سالب
RH0	عدم قرار		NRH0	عدم قرار		RH0
$0 \rightarrow DL$	$DL \rightarrow$	DU	$DU \rightarrow$	$4-DU \rightarrow$	$4-DL$	$4-DL \rightarrow 4$

$$0 < DW = 0,6989 < 0,879$$

RH0 وتقبل الفرضية البديلة ، مما يشير الى مشكلة الارتباط الذاتي وان حدود الخطأ العشوائي تعاني من ارتباط ذاتي موجب.

t	et	et-1	et * et-1	(et-1)*(et-1)
2	-6,467	-3,99	25,80	15,92
3	-0,149	-6,467	0,96	41,82
4	3,692	-0,149	-0,55	0,02
5	6,692	3,692	24,71	13,63
6	5,533	6,692	37,03	44,78
7	3,374	5,533	18,67	30,61
8	-3,467	3,374	-11,70	11,38
9	-1,626	-3,467	5,64	12,02
10	-3,626	-1,626	5,90	2,64
			106,45	172,84

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{t=2}^n e_t * e_{t-1}}{\sum_{t=2}^n e_{t-1}^2} = \frac{106,45}{172,84} = 0,6159$$