Série de TD N°2 : Introduction aux Probabilités /Conditionnement et Indépendance

Exercice n°1 :

Soit **A**, **B** et **C** trois événements d'un espace de probabilité ***(Ω, S, P)***. Exprimer les événements suivants à l'aide des opérations ensemblistes :

a) **A** seul se produit.	**b)** l'un au moins des événements se produit.
c) au moins deux des événements se produisent.	**d)** un événement au plus se produit.

Exercice n°2 :

Un atelier a fabriqué ***n*** articles. On désigne par A_i ***(i=1,2, ... n)*** l'événement : « l'article i est défectueux »

1) Construire les événements suivants :

a) **B** : « Aucun article n'est défectueux ».	**b)** **C** : « Au moins un article est défectueux »,
c) **D** : « Seulement un article est défectueux ».	**d)** **E** : « Au plus deux articles sont défectueux ».

2) Sachant que $P(A_i) = p_i$ ***(i=1,2, ..., n)*** et que les articles sont fabriqués indépendamment l'un de l'autre.

Calculer ***P(B)***, ***P(C)*** et ***P(D)***.

Exercice n°3 :

Soit ***(Ω, S, P)*** un espace de probabilité, avec **Ω = {1, 2, 3, 4}**, $S = \mathcal{P}(\Omega)$ et ***P*** la probabilité uniforme.

Soient ***A***, ***B*** et **C** trois événements de cet espace tels que : ***A*** **= {1, 2}**, ***B*** **= (1,3}** et ***C*** **= (2, 3}**.

Montrer que ***A***, ***B*** et ***C*** sont deux à deux indépendants, mais pas mutuellement indépendants.

Exercice n°4 :

1) Soit ***(Ω, S, P)*** un espace de probabilité et soit $A_1, A_2, ..., A_n$, un système complet de **Ω** tels que :

$P(A_i)>0, \forall i =1,2, ..., n$.

Soit ***B*** un événement quelconque de ***S***.

Montrer que : $$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B/A_i)$$

2) Un étudiant doit passer son examen oral chez un des trois enseignants E_1, E_2 et E_3. Il a **55%** de réussir chez l'enseignant E_1, **50%** chez E_2 et **60%** chez E_3.

Quelle est la probabilité pour que cet étudiant réussisse ? (On suppose que cet étudiant a les mêmes chances de passer chez un des trois enseignants)