جامعة محمد الصديق بن يحي - جيجل
كلية العلوم والتكنولوجيا

| | |
|---|---|
| القسم : | الكترونيك |
| الاختصاص : | ليسانس 2 « الكترونيك + اتصالات » |
| المادة : | Mesures électriques et électroniques |
| رمز المادة : | MEE |
| الوحدة : | UEM2.2 |
| الفصل : | السداسي الرابع |
| مسؤول المادة : | أ.د. عبدالكريم بوكابو |
| السنة الجامعية : | 2020-2019 |

بسم الله الرحمن الرحيم

# مُقدِّمة

الحمد لِلّه ربّ العالمين والصّلاة والسّلام على نبيّنا محمد ﷺ

تعنى هذه المادة بدراسة القياس الكهربائي حيث سنعتمد طيلة الدراسة إلى أهم طُرُق القياس الكهربائي بما فيها طُرُق القياس التماثلية وطُرُق القياس الرقمية.

وعلى هذا الأساس، يتطرق الفصل الأول إلى أهم خصائص الدّارات الكهربائية بنوعيها: دارة التيار المُستمر DC ودارة التيار المُتناوب AC. بالإضافة إلى ما سبق، يتناول الفصل كيفية حساب القيمة الفعالة والقيمة المتوسطة للموجات الأكثر شيوعًا في الدّارات AC بما فيها الموجة الجيبية، الموجة المُربعة وكذا الموجة المُثلثية.

يتناول الفصل الثاني أهم المُميِّزات التي يجب توفرها في أجهزة القياس الكهربائي للحصول على قياس نوعي وكذا كيفية تقدير مدى الخطأ المُترتب على عملية القياس.

يتطرق الفصل الثالث إلى مبدأ عمل أجهزة القياس الكهربائي بما فيها الأجهزة التماثلية والأجهزة الرقمية. في البداية، يتم عرض بالتفصيل التركيبة الداخلية لأهم أجهزة القياس الكهرومغناطيسية التماثلية بما فيها جهاز Galvanometre لقياس شدة التيار الصغيرة جدًا، جهاز Ammeter، لقياس شدة التيار المتوسطة والمرتفعة، جهاز Voltmeter لقياس فرق الكمون، وجهاز Wattmeter لقياس الاستطاعة الكهربائية. بعد ذلك، يستعرض الفصل التركيبة الداخلية لأجهزة القياس الكهربائية الرقمية و كذلك المخطط النموذجي لجهاز Oscilloscope الرقمي.

يهتم الفصل الرابع بدراسة ومناقشة طُرُق القياس لأهم الوحدات الكهربائية. ومن هذا المُنطلق، يتطرق الفصل إلى نتائج طُرُق القياس المُباشرة من أجل كل وحدة أساسية باستعمال جهاز القياس المُوافق وكذلك نتائج طُرُق القياس الغير مُباشرة إن وُجِدت بالطبع وتقدير مدى الخطأ المُترتب على عملية القياس.

المراجع المعتمدة :


[1]. S Tumanski « Principles of Electrical Measurement » Taylor & Francis Group, 2006.

[2]. M. Hazewinkel « Encyclopedia of Mathematics » Springer / Kluwer Academic Publishers, 2001.

[3]. بعض المواقع ذات صلة بموضوع المادة

# الترجمة العلمية

| الترجمة العلمية المعتمدة | الكلمة العلمية |
|---|---|
| التيار المُستمر | Direct Current (DC) |
| التيار المُتناوب | Alternative Current (AC) |
| إشارة | Signal |
| تماثلي | Analog |
| رقمي | Digital |
| الكهرومغناطيسية | Electromagnetic |
| الحزمة المغناطيسية | Magnetic flux |
| تقويم مكتمل التعديل | Full rectifier (Redressement double alternance) |
| تقويم نِصف مُعدِّل | Half rectifier (Redressement mono alternance) |
| جذر متوسط التربيع | RMS « Root Mean Square » |
| عامل الشكل | Factor form (Facteur de forme) (Ff) |
| مزدوجة حرارية | Thermocouple |
| المحول التماثلي-الرقمي | Analog to Digital Converter (ADC) |
| المحول الرقمي- التماثلي | Digital to Analog Converter (DAC) |
| معيار | Calibre |
| فئة الدقة | Classe |
| توصيل منبع | Montage amont |
| توصيل مصب | Montage aval |

ليس الجمال بأثواب تزيننا    إنّ الجمال جمال العلم والأدب

أ.د. عبدالكريم بوكابو
aboukabou@univ-jijel.dz

جيجل، سبتمبر 2020 – صَفَرْ 1442

# الفصل الأول. خصائص الإشارات في الدّارات الكهربائية

## مقدمة

تُعدُّ الكهرباء جزءًا أساسيًا من الطبيعة، وهي واحدة من أكثر أشكال الطاقة المستخدمة في العصر الحديث حيث يمكن إنتاجها من تحويل مصادر أُخرى للطاقة مثل: الفحم، الغاز الطبيعي، النفط، الطاقة النووية، الطاقة الشمسية، وغيرها من المصادر الطبيعية. ومن الجدير بالذكر أن التيار الكهربائي يحتاج لمسار مغلق من مادة موصلة كالأسلاك ليتمكّن من تشغيل ما يُعرف بالدَّارة الكهربائية، وهي تضُم مجموعة من المكونات الكهربائية المتصلة معًا لتصنع مسارًا مغلقًا تتدفق فيه الإلكترونات.

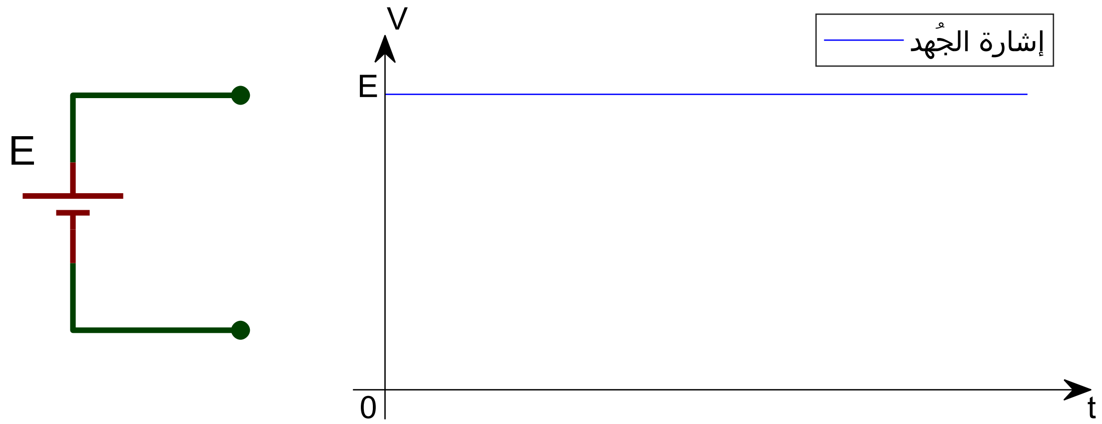
ستتطرق في هذا الفصل بإيجاز إلى أهم خصائص الإشارات المُستعملة في الدَّارات الكهربائية، بما فيها في دارة التيار المُستمر DC و دارة التيار المتناوب AC. بالإضافة إلى ذلك، سنستعرض كيفية حساب القيم المتوسطة والقيم الفعالة لأهم أنواع الإشارات المُستعملة في دارة التيار المتناوب AC.

## 1.1 خصائص الإشارات في دارة التيار المُستمر DC

التيار المستمر هو عبارة عن تيار ثابت في المقدار و يستمر بالسَّريان في اتّجاه واحد بدلالة الزمن بغض النظر عن تغير الحمولة الموجودة في الدّارة. وعليه، فإنّ مبدأ عمل دارة DC بسيط جداً حيث تنتقل الشُحنات الكهربائية في داخل أجزاء الدّارة من جهة القطب السالب في اتّجاه واحد حتّى تصل إلى جهة القطب الموجب. يجدُرُ التنويه أنّه غالبًا ما يتم التعبير عن إشارة الجُهد المُستمّر بالرمز E والتعبير عن إشارة التيار المُستمر بالرمز I حيث أنّ

$$v(t) = E \quad ; \quad i(t) = I \tag{1.1}$$

ويتم تمثيل إشارة الجُهد المُستمر E انطلاقًا من مبدأ الأزمنة كما هُو موضح في الشكل 1.1 حيث يتم استنتاج نفس الشكل بالنسبة لإشارة التيار المُستمر I مع اختلاف فقط في قيمة الإشارة.




الشكل 1.1 إشارة الجُهد المُستمر في الدّارة الكهربائية DC.

من خلال الشكل السّابق نُلاحظ أنّ إشارة الجُهد لها قيمة ثابتة ولا تتغير بتغير الزمن؛ ولا يتغير اتجاهها، كما أنّها توصف بأنّها موجة أحادية القطبية.

أغلب التطبيقات ذات الجهد المنخفض تعتمد على نظام التيار المُستمر DC. نذكر على سبيل المثال المحركات الصغيرة، شاحن البطاريات، الجوال، الحاسوب بأنواعه، وأغلب الأجهزة الإلكترونية الذّكية.

### 2.1 أنواع الإشارات في دارة التيار المُتناوب AC

بالنسبة لدارة التيار المُتناوب AC، فإنّ إشارة كلّ من الجُهد والتيّار تأخذ شكل موجة متناوبة بدلالة الزمن، حيث أنّ كل موجة تتميز بالخصائص التالية:

- الدّور T : والذي يُعبِّر عن المدة الزمنية التي تستغرقها الموجة لإتمام دورة عمل من البداية إلى النهاية. في نفس السياق، يتم التعبير عن عدد المرّات التي يتكرر فيه شكل الموجة خلال ثانية واحدة باستعمال التردد f حيث أنّ $f = 1/T$.
- الطويلة : وتُوافق قيمة الذروة للإشارة (القيمة العُظمى).

غالبًا ما يتم التعبير عن الجُهد والتيار في دارة AC باستعمال إما الموجة الجيبية، الموجة المُربعة أو الموجة المُثلّثية حيث تتناوب الموجة عند نصف دورة العمل (متجانسة). فيما يلي نستعرض الصيغة الرياضية والشكل الموافق لإشارة الجُهد باستعمال كل موجة من الموجات السالفة الذكر، حيث يُمكن استخلاص نفس النتائج بالنسبة لإشارة التيار مع اختلاف فقط في القيمة العُظمى للإشارة.

#### 1.2.1 التعبير عن إشارة الجُهد في دارة AC باستعمال الموجة الجيبية

إنّ الموجة الجيبية هي أكثر الموجات شيوعًا واستعمالاً في دارة AC وذلك لأنها تقوم بالتعبير عن الجُهد الناتج عن حركة محرك يدور حول محور دوران بسرعة ثابتة.

أ- الصيغة الرياضية: يتم التعبير عن إشارة الجُهد باستعمال الدّالة الجيبية بدلالة الزمن كما يلي

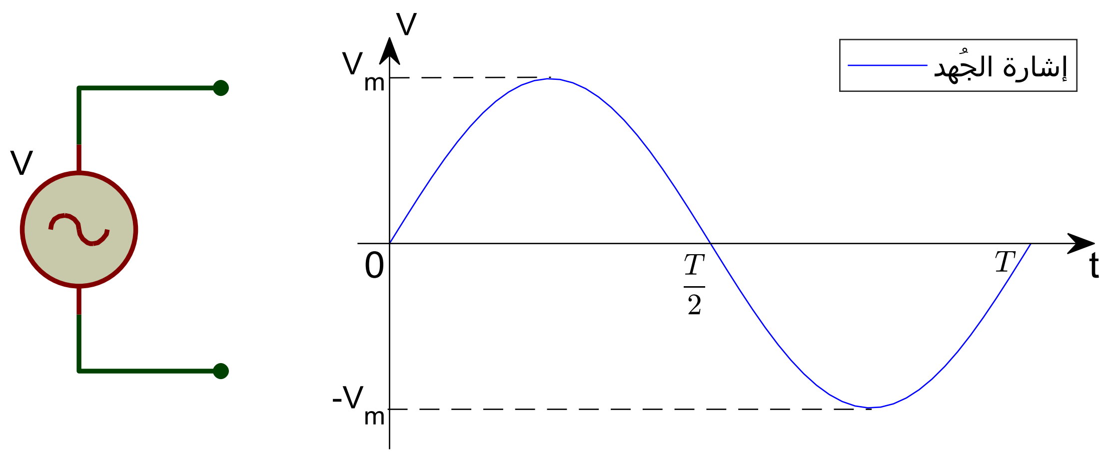
$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \theta) \qquad (2.1)$$

حيث أنّ $V_m$ يرمز إلى القيمة العُظمى لِلجُهد، الرمز $\omega$ يُعبِّر عن النبض الخاص للدّالة الجيبية ويرتبط أساسًا بالدّور T أو التردّد f وفقًا للعلاقة التالية:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \qquad (3.1)$$

ويُقدَّر بوحدة rad/s. من جهته فإنّ الرمز $\theta$ يُدعى طَوْر الموجة حيث يُعبِّر عن مقدار إزاحة إشارة الجُهد بالنسبة لمبدأ الأزمنة ويُقدَّر بوحدة rad.

ب- شكل الموجة: لنفرض أنّ إشارة الجُهد المُتناوب $v(t)$ تبدأ عند مبدأ الأزمنة، أي أنّ الزاوية $\theta = 0$. وعليه، يتم تمثيل إشارة الجُهد كما هُو موضح في الشكل 2.1 أدناه.




الشكل 2.1. إشارة الجُهد في دارة AC باستعمال الموجة الجيبية.

من جهة أُخرى، يُمكن التعبير عن إشارة الجُهد باستعمال الصِّيَغة المُركّبة التالية:

$$\underline{V} = |V| e^{j\theta} \tag{4.1}$$

حيث أنّ $|V|$ تُعبِّر عن طويلة العدد المُركّب $\underline{V}$ ، $j$ يرمز إلى الوحدة التخيلية $(j^2 = -1)$، $e$ ترمز إلى الدّالة الأسّية، و $\theta$ ترمز إلى طَوْر الموجة.

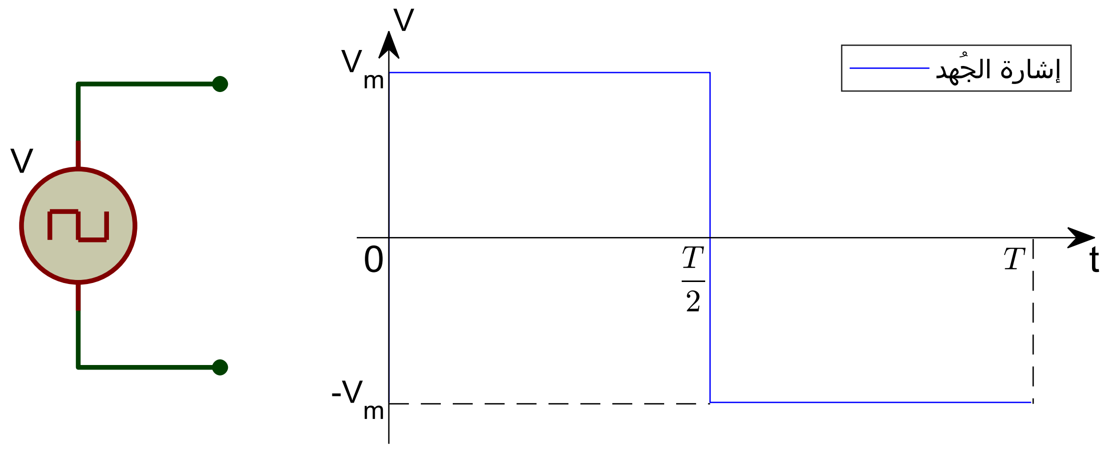
### 2.2.1 التعبير عن إشارة الجُهد في دارة AC باستعمال الموجة المُربعة

الموجة المُربعة هي من أبسط أنواع الموجات الدّورية التي يتم استعمالها للتعبير عن الجُهد والتيار في دارة AC حيث يتم استعمالها غالبًا لتوليد الإشارات الرقمية.

أ- الصيغة الرياضية: يتم التعبير عن إشارة الجُهد باستعمال الموجة المُربعة بدلالة الزمن كما يلي

$$v(t) = \begin{cases} V_m, & 0 \le t < \frac{T}{2} \\ -V_m, & \frac{T}{2} \le t < T \end{cases} \tag{5.1}$$

ب- شكل الموجة: يتم تمثيل إشارة الجُهد باستعمال الموجة المُربعة كما هُو موضح في الشكل التالي




الشكل 3.1. إشارة الجُهد في دارة AC باستعمال الموجة المُربعة.

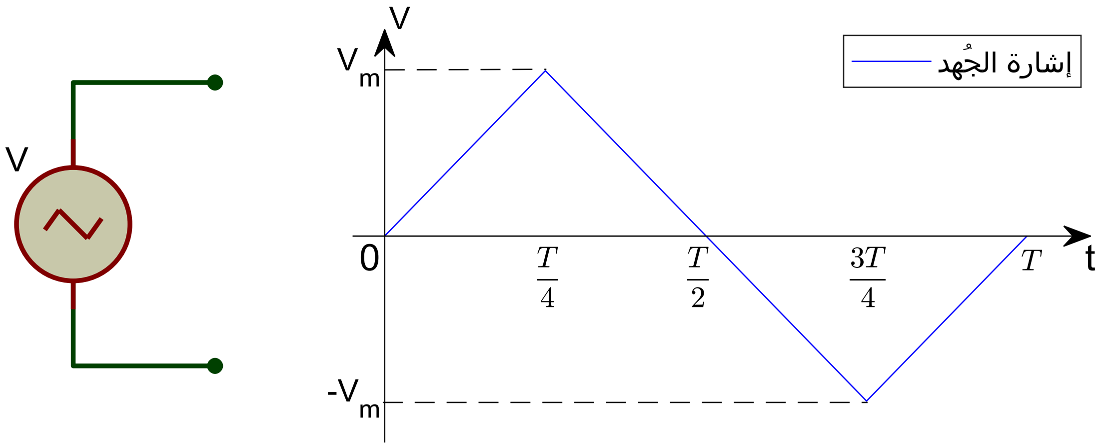
### 3.2.1 التعبير عن إشارة الجُهد في دارة AC باستعمال الموجة المُثلّثية

من بين الموجات المستعملة كذلك في دارة نجد الموجة المُثلّثية والتي غالبًا ما يتم استخدامها في مجال الاتصالات والتشفير التماثلي للصوت.

أ- الصيغة الرياضية: يتم التعبير عن إشارة الجُهد باستعمال الموجة المُثلّثية بدلالة الزمن كما يلي

$$v(t) = \begin{cases} \frac{4V_m}{T} t, & 0 \le t < \frac{T}{4} \\ -\frac{4V_m}{T} t + 2V_m, & \frac{T}{4} \le t < \frac{3T}{4} \\ \frac{4V_m}{T} t - 4V_m, & \frac{3T}{4} \le t < T \end{cases} \tag{6.1}$$

ب- شكل الموجة: يتم تمثيل إشارة الجُهد باستعمال الموجة المُثلّثية كما يلي




الشكل 4.1. إشارة الجُهد في دارة AC باستعمال الموجة المُثلّثية.

### 3.1 أهم التعديلات على الإشارات في الدّارات الكهربائية

بعض التطبيقات الكهربائية تتطلب تغيير شكل الإشارات المُستعملة في الدّارات الكهربائية قصد تحقيق مهمة محددة. فمثلاً، يتم تمرير الإشارة الثابتة لدارة DC عبر دارة خاصة وذلك لتحويلها إلى إشارة متناوبة يتم بموجبها اختيار قيمة الدّور المناسبة. من جهة أُخرى، يتم تمرير الإشارة المتناوبة لدارة AC عبر عناصر الكترونية تتمثل عادةً في Diode لتغيير شكل الموجة من الشكل المتناوب المُتساوي الأقطاب إلى موجة خاضعة لِتقويم نِصف مُعدِّل وتقويم مُكتمل التعديل كما سيتم تفصيله فيما يلي.

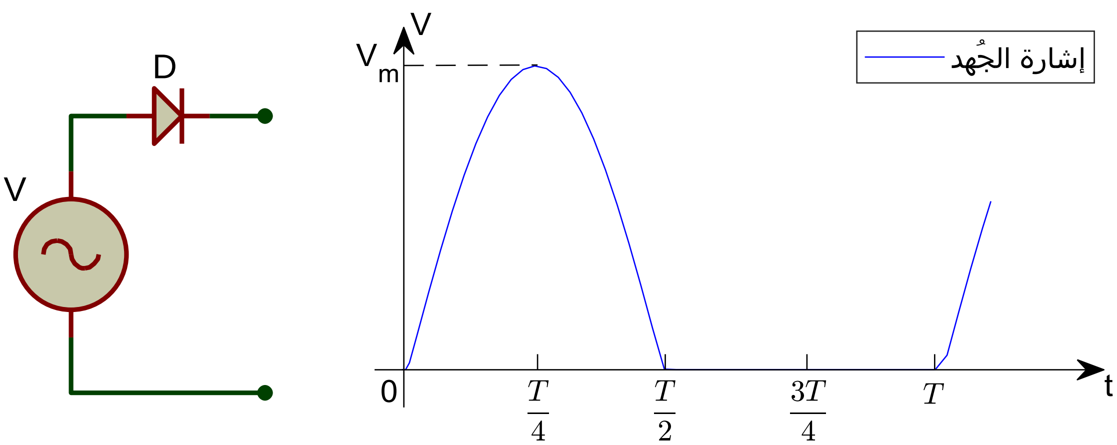
#### 1.3.1 تقويم نِصف مُعدِّل لإشارة الجُهد في دارة AC

#### 1.1.3.1 تقويم نِصف مُعدِّل لإشارة الجُهد في دارة AC بدلالة الموجة الجيبية

أ- الصيغة الرياضية:

$$v(t)=\begin{cases} V_m \sin\omega t, & 0\le t<\frac{T}{2} \\ 0, & \frac{T}{2}\le t<T \end{cases} \tag{7.1}$$

ب- شكل الموجة:



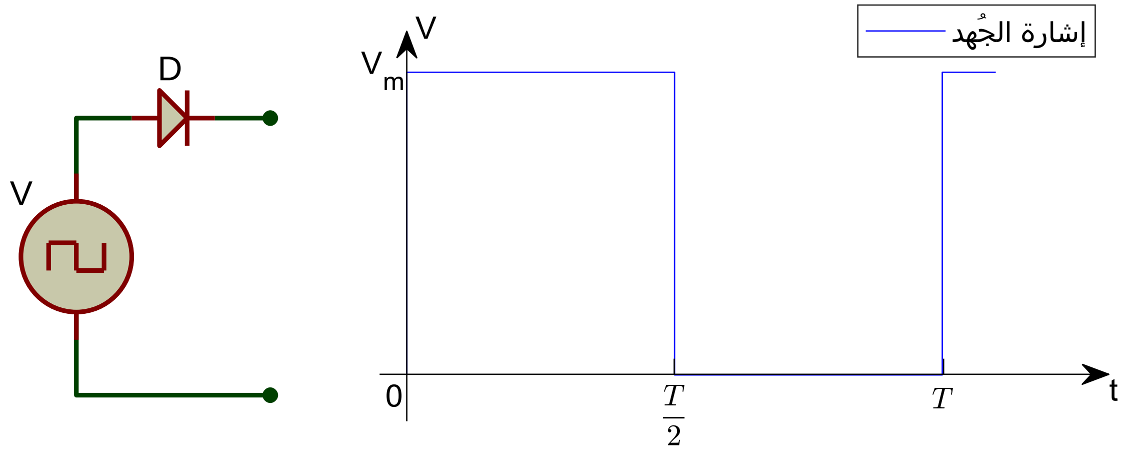

الشكل 5.1. تقويم نِصف مُعدِّل لإشارة الجُهد في دارة AC بدلالة الموجة الجيبية.

### 2.1.3.1 تقويم نِصف مُعدِّل لإشارة الجُهد في دارة AC بدلالة الموجة المُربعة

أ- الصيغة الرياضية:

$$v(t)=\begin{cases} V_m, & 0 \le t < \frac{T}{2} \\ 0, & \frac{T}{2} \le t < T \end{cases} \quad (8.1)$$

ب- شكل الموجة:



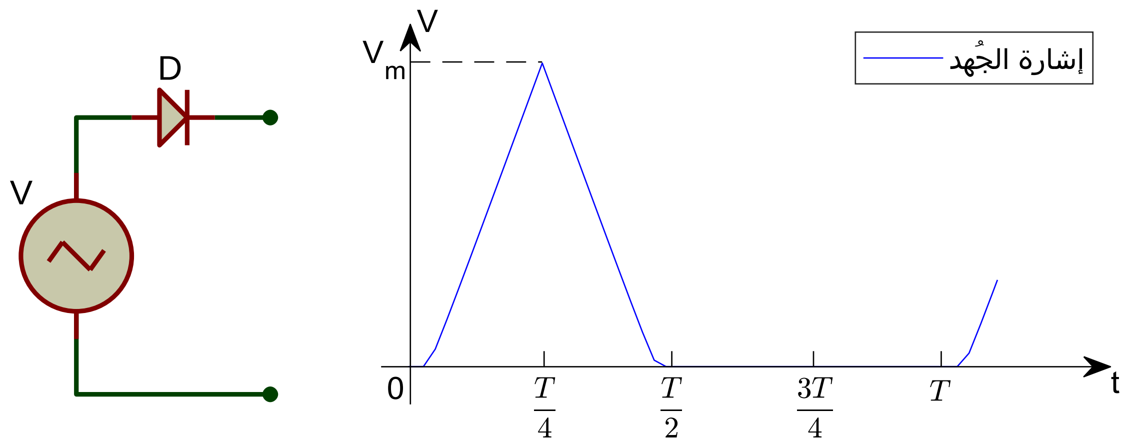

الشكل 6.1. تقويم نِصف مُعدِّل لإشارة الجُهد في دارة AC بدلالة الموجة المُربعة.

### 3.1.3.1 تقويم نِصف مُعدِّل لإشارة الجُهد في دارة AC بدلالة الموجة المُثلّثية

أ- الصيغة الرياضية:

$$v(t)=\begin{cases} \frac{4V_m}{T}t, & 0 \le t < \frac{T}{4} \\ -\frac{4V_m}{T}t+2V_m, & \frac{T}{4} \le t < \frac{T}{2} \\ 0, & \frac{T}{2} \le t < T \end{cases} \quad (9.1)$$

ب- شكل الموجة:




الشكل 7.1. تقويم نِصف مُعدِّل لإشارة الجُهد في دارة AC بدلالة الموجة المُثلّثية.

### 2.3.1 تقويم مُكتمل التعديل لإشارة الجُهد في دارة AC

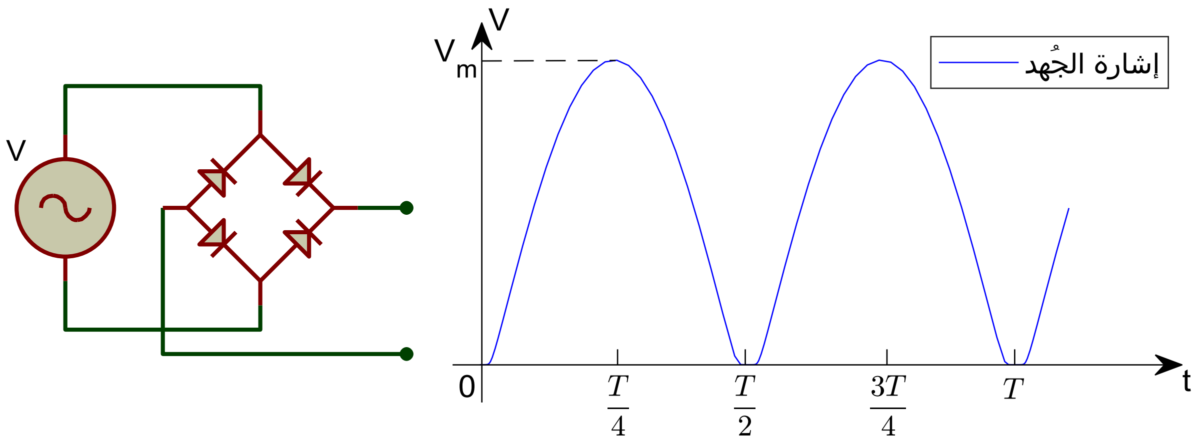
عادةً ما يتم استعمال جسر متكون من أربع عناصر Diode للحصول على تقويم مُكتمل التعديل لإشارة الجُهد في دارة AC.

#### 1.2.3.1 تقويم مُكتمل التعديل لإشارة الجُهد في دارة AC بدلالة الموجة الجيبية

أ- الصيغة الرياضية:

$$v(t)=\begin{cases} V_m \sin\omega t, & 0\le t<\dfrac{T}{2} \\ V_m \sin\left(\omega t-\dfrac{T}{2}\right), & \dfrac{T}{2}\le t<T \end{cases} \qquad (10.1)$$

ب- شكل الموجة:



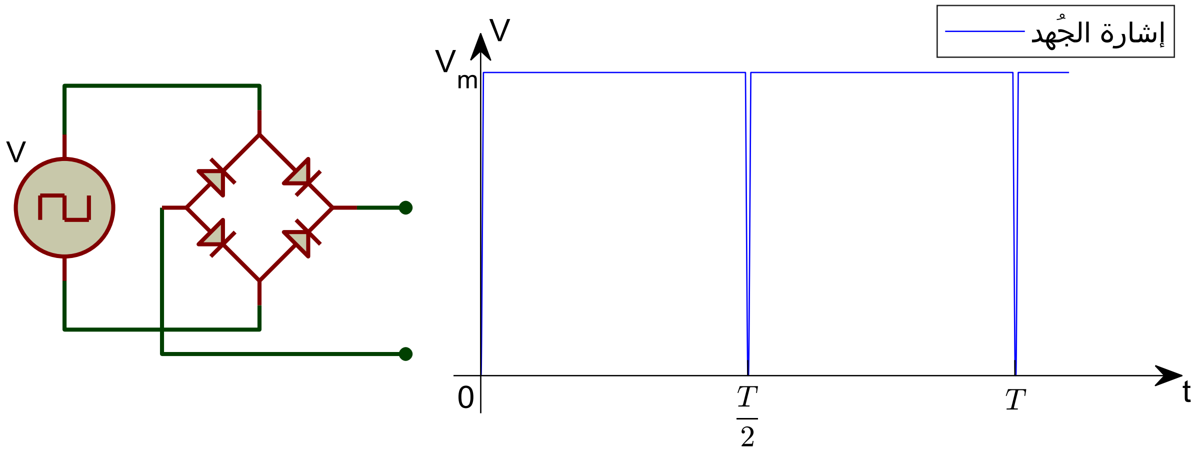

الشكل 8.1. تقويم مُكتمل التعديل لإشارة الجُهد في دارة AC بدلالة الموجة الجيبية.

#### 2.2.3.1 تقويم مُكتمل التعديل لإشارة الجُهد في دارة AC بدلالة الموجة المُربعة

أ- الصيغة الرياضية:

$$v(t)=V_m \qquad (11.1)$$

ب- شكل الموجة:



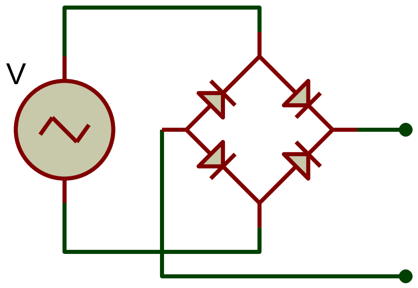

الشكل 9.1. تقويم مُكتمل التعديل لإشارة الجُهد في دارة AC بدلالة الموجة المُربعة.

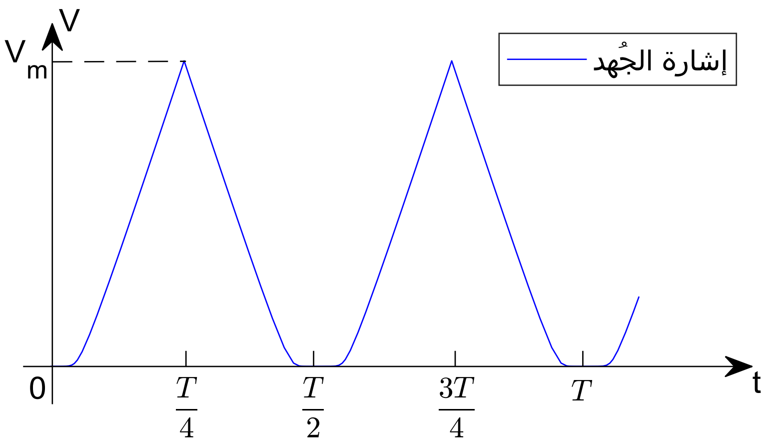
### 3.2.3.1 تقويم مُكتمل التعديل لإشارة الجُهد في دارة AC بدلالة الموجة المُثلّثية

أ- الصيغة الرياضية:

$$v(t)=\begin{cases}\dfrac{4V_m}{T}t, & 0\le t<\dfrac{T}{4}\\ -\dfrac{4V_m}{T}t+2V_m, & \dfrac{T}{4}\le t<\dfrac{T}{2}\\ \dfrac{4V_m}{T}t-2V_m, & \dfrac{T}{2}\le t<\dfrac{3T}{4}\\ -\dfrac{4V_m}{T}t+4V_m, & \dfrac{3T}{4}\le t<T\end{cases} \qquad (12.1)$$

ب- شكل الموجة:




الشكل 10.1. تقويم مُكتمل التعديل لإشارة الجُهد في دارة AC بدلالة الموجة المُثلّثية.

### 4.1 القيمة المتوسطة والقيمة الفعالة للإشارات في الدّارات الكهربائية

القيمة المتوسطة تُعبِّر عن القيمة الفعلية لإشارة الجُهد (التيار) في دارة DC وتُعبِّر عن متوسط إشارة الجُهد (التيار) في دارة AC وهو ما يُوافق متوسط إحدى الموجات الدورية السابقة سواء كانت موجة متناوبة ومتجانسة؛ أو موجة خاضعة لتقويم نِصف مُعدِّل أو مُكتمل التعديل.

من جهة أُخرى، فإنّ القيمة الفعالة هي القيمة التي تُميِّز المعنى المادي لإشارة الجُهد (التيار) في دارة AC حيث أنّها تمثل القيمة الحقيقية المُطبقة بين طرفي الحمولة. بصفة أدق، فإنّ لإشارة الجهد (التيار) في دارة AC نفس قيمة التأثير لإشارة الجُهد (التيار) في دارة DC إذا كانت قيمته الفعالة تتوافق مع قيمة الجهُد (التيار) في دارة DC. على سبيل المثال فإنّ شدة توهج المصباح من أجل إشارة الجُهد عند القيمة الفعالة 12V في دارة AC يكون هو نفسه من أجل إشارة الجُهد عند القيمة الثابتة 12V في دارة DC.

فيما يلي نستعرض القيمة المتوسطة والقيمة الفعالة لإشارة الجُهد في دارة AC بدلالة الموجات الجيبية، المُربعة والمُثلّثية السابقة بما فيها:

- القيمة المتوسطة والقيمة الفعالة لإشارة الجُهد بدلالة الموجات المتناوبة والمتجانسة
- القيمة المتوسطة والقيمة الفعالة لإشارة الجُهد بدلالة الموجات الخاضعة لتقويم نِصف مُعدِّل
- القيمة المتوسطة والقيمة الفعالة لإشارة الجُهد بدلالة الموجات الخاضعة لتقويم مُكتمل التعديل

### 1.4.1 القيمة المتوسطة

يتم التعبير عن القيمة المتوسطة $V_{av}$ لإشارة الجُهد $v(t)$ باستعمال عبارة التكامل التالية

$$V_{av}=\frac{1}{T}\int_0^T v(t)dt \tag{13.1}$$

حيث أنّ T عبارة عن دور الدالة.

#### 1.1.4.1 القيمة المتوسطة لإشارة الجُهد بدلالة الموجة الجيبية، المُربعة والمُثلّثية المتناوبة

**أ- القيمة المتوسطة لإشارة الجُهد بدلالة موجة جيبية مُتناوبة ومتجانسة:**

من خلال الصيغة الرياضية (2.1) لإشارة الجُهد بدلالة الموجة الجيبية المتناوبة والمتجانسة، وبتطبيق العلاقة (13.1)، نستنتج القيمة المتوسطة $V_{av}$ للموجة الجيبية متساوية التناوب على النحو التالي

$$\begin{aligned}V_{av}&=\frac{1}{T}\int_0^T v(t)dt=\frac{1}{T}\int_0^T V_m\sin\omega t\,dt=\frac{V_m}{T}\left[\frac{-1}{\omega}\cos\omega t\right]_0^T\\&=\frac{-V_m}{\omega T}\left[\cos(\omega T)-\cos(0)\right]\end{aligned} \tag{14.1}$$

بما أنّ $\omega T=2\pi$، ومنه نستنتج القيمة المتوسطة $V_{avg}$ بالنسبة لموجة جيبية متناوبة كما يلي

$$V_{av}=\frac{-V_m}{2\pi}\left[\cos(2\pi)-\cos(0)\right]=\frac{-V_m}{\omega T}\left[1-1\right]=0 \tag{15.1}$$

**ب- القيمة المتوسطة لإشارة الجُهد بدلالة موجة مُربعة مُتناوبة ومتجانسة:**

من خلال الصيغة الرياضية (5.1) لإشارة الجُهد بدلالة الموجة المُربعة المتناوبة والمتجانسة، ومن خلال العلاقة (13.1)، نستنتج القيمة المتوسطة $V_{av}$ للموجة المُربعة متساوية التناوب على النحو التالي

$$\begin{aligned}V_{av}&=\frac{1}{T}\int_0^T v(t)dt=\frac{1}{T}\left[\int_0^{T/2}V_m\,dt+\int_{T/2}^{T}-V_m\,dt\right]=\frac{V_m}{T}\left(\left[t\right]_0^{T/2}-\left[t\right]_{T/2}^{T}\right)\\&=\frac{V_m}{T}\left(\frac{T}{2}-\frac{T}{2}\right)=0\end{aligned} \tag{16.1}$$

**ت- القيمة المتوسطة لإشارة الجُهد بدلالة موجة مُثلّثية مُتناوبة ومتجانسة:**

من خلال الصيغة الرياضية (6.1) لإشارة الجُهد بدلالة الموجة المُثلّثية المتناوبة ووفقًا للعلاقة (13.1)، لدينا

$$\begin{aligned}V_{av}&=\frac{1}{T}\int_0^T v(t)dt\\&=\frac{1}{T}\left[\int_0^{T/4}\left(\frac{4V_m}{T}t\right)dt+\int_{T/4}^{3T/4}\left(-\frac{4V_m}{T}t+2V_m\right)dt+\int_{3T/4}^{T}\left(\frac{4V_m}{T}t-4V_m\right)dt\right]\\&=\frac{1}{T}\left[\left(\frac{2V_m}{T}t^2\right)_0^{T/4}+\left(-\frac{2V_m}{T}t^2+2V_mt\right)_{T/4}^{3T/4}+\left(\frac{2V_m}{T}t^2-4V_mt\right)_{3T/4}^{T}\right]\end{aligned} \tag{17.1}$$

بحساب طرفي التكامل لكل حدٍ من الحدود الثلاث على حدى، نجد أنّ

$$\left(\frac{2V_m}{T}t^2\right)_0^{T/4}=\frac{V_mT}{8}$$

$$\left(-\frac{2V_m}{T}t^2+2V_mt\right)_{T/4}^{3T/4}=-\frac{2V_m}{T}\left(\frac{9T^2}{16}-\frac{T^2}{16}\right)+2V_m\left(\frac{3T}{4}-\frac{T}{4}\right)=0 \tag{18.1}$$

$$\left(\frac{2V_m}{T}t^2-4V_mt\right)_{3T/4}^{T}=\frac{2V_m}{T}\left(T^2-\frac{9T^2}{16}\right)-4V_m\left(T-\frac{3T}{4}\right)=-\frac{V_mT}{8}$$

بتعويض نتيجة كل حد من الحدود السابقة في العبارة (17.1)، نستنتج القيمة المتوسطة $V_{avg}$ للموجة المُثلّثية المتناوبة على النحو التالي

$$V_{av}=\frac{1}{T}\left[\frac{V_mT}{8}+0-\frac{V_mT}{8}\right]=0 \tag{19.1}$$

### 2.1.4.1 القيمة المتوسطة لإشارة الجُهد بدلالة الموجة الجيبية، المُربعة والمُثلّثية الخاضعة لتقويم نِصف مُعدِّل

أ- القيمة المتوسطة لإشارة الجُهد بدلالة الموجة الجيبية الخاضعة لتقويم نِصف مُعدِّل:

من خلال الصيغة الرياضية (7.1) لإشارة الجُهد بدلالة الموجة الجيبية الخاضعة لتقويم نِصف مُعدِّل وبتطبيق العلاقة (13.1)، نستنتج القيمة المتوسطة $V_{avg}$ كما يلي

$$\begin{aligned}V_{av}&=\frac{1}{T}\int_0^T v(t)dt=\frac{1}{T}\left[\int_0^{T/2}V_m\sin\omega t\,dt+\int_{T/2}^{T}0\,dt\right]=\frac{-V_m}{\omega T}\left[\cos\omega t\right]_0^{T/2}\\&=\frac{-V_m}{\omega T}\left[\cos\left(\frac{\omega T}{2}\right)-\cos(0)\right]=\frac{-V_m}{2\pi}\left[\cos(\pi)-\cos(0)\right]\\&=\frac{-V_m}{2\pi}\left[-1-1\right]=\frac{V_m}{\pi}\end{aligned} \tag{20.1}$$

ب- القيمة المتوسطة لإشارة الجُهد بدلالة الموجة المُربعة الخاضعة لتقويم نِصف مُعدِّل:

من خلال الصيغة الرياضية (8.1) وبتطبيق العلاقة (13.1)، نستنتج القيمة المتوسطة $V_{avg}$ كما يلي

$$V_{avg}=\frac{1}{T}\int_0^T v(t)dt=\frac{1}{T}\left[\int_0^{T/2}V_m\,dt+\int_{T/2}^{T}0\,dt\right]=\frac{V_m}{T}\left[t\right]_0^{T/2}=\frac{V_m}{2} \tag{21.1}$$

ت- القيمة المتوسطة لإشارة الجُهد بدلالة الموجة المُثلّثية الخاضعة لتقويم نِصف مُعدِّل:

من خلال الصيغة الرياضية (9.1) وبتطبيق العلاقة (13.1)، نستنتج القيمة المتوسطة $V_{avg}$ التالية

$$\begin{aligned}V_{av}&=\frac{1}{T}\int_0^T v(t)dt=\frac{1}{T}\left[\int_0^{T/4}\left(\frac{4V_m}{T}t\right)dt+\int_{T/4}^{T/2}\left(-\frac{4V_m}{T}t+2V_m\right)dt+\int_{T/2}^{0}0dt\right]\\&=\frac{1}{T}\left[\left(\frac{2V_m}{T}t^2\right)_0^{T/4}+\left(-\frac{2V_m}{T}t^2+2V_mt\right)_{T/4}^{T/2}\right]\end{aligned} \tag{22.1}$$

بحساب طرفي التكامل لكل حدٍ على حدى، نجد أنّ

$$\left(\frac{2V_m}{T}t^2\right)_0^{T/4}=\frac{V_mT}{8}$$
$$\left(-\frac{2V_m}{T}t^2+2V_mt\right)_{T/4}^{T/2}=-\frac{2V_m}{T}\left(\frac{T^2}{4}-\frac{T^2}{16}\right)+2V_m\left(\frac{T}{2}-\frac{T}{4}\right)=-\frac{3V_mT}{8}+\frac{V_mT}{2} \quad (23.1)$$

بتعويض نتيجة كل حد من الحدود السابقة في العبارة (22.1)، نتحصل على النتيجة التالية

$$V_{av}=\frac{1}{T}\left[\frac{V_mT}{8}-\frac{3V_mT}{8}+\frac{V_mT}{2}\right]=\frac{V_m}{4} \quad (24.1)$$

### 3.1.4.1 القيمة المتوسطة لإشارة الجُهد بدلالة الموجة الجيبية، المُربعة والمُثلّثية الخاضعة لتقويم مُكتمل التعديل

أ- القيمة المتوسطة لإشارة الجُهد بدلالة الموجة الجيبية الخاضعة لتقويم مُكتمل التعديل:

من خلال الصيغة الرياضية (10.1) لإشارة الجُهد بدلالة الموجة الجيبية الخاضعة لتقويم مُضاعف التناوب وبتطبيق العلاقة (13.1)، نستنتج القيمة المتوسطة $V_{avg}$ التالية

$$\begin{aligned}V_{av}&=\frac{1}{T}\int_0^T v(t)dt=\frac{1}{T}\left[\int_0^{T/2}V_m\sin\omega t\,dt+\int_{T/2}^{T}V_m\sin\left(\omega t-\frac{T}{2}\right)dt\right]\\&=-\frac{V_m}{\omega T}\left(\left[\cos\omega t\right]_0^{T/2}+\left[\cos\left(\omega t-\frac{T}{2}\right)\right]_{T/2}^{T}\right)\\&=-\frac{V_m}{\omega T}\left(\cos\left(\frac{\omega T}{2}\right)-\cos(0)+\cos\left(\frac{\omega T}{2}\right)-\cos(0)\right)\\&=-\frac{V_m}{2\pi}\left(2\cos(\pi)-2\cos(0)\right)=-\frac{V_m}{2\pi}(-2-2)\\&=\frac{2V_m}{\pi}\end{aligned} \quad (25.1)$$

ب- القيمة المتوسطة لإشارة الجُهد بدلالة الموجة المُربعة الخاضعة لتقويم مُكتمل التعديل:

من خلال الصيغة الرياضية (11.1) وبتطبيق العلاقة (13.1)، نستنتج القيمة المتوسطة $V_{avg}$ التالية

$$V_{av}=\frac{1}{T}\int_0^T v(t)dt=\frac{1}{T}\int_0^T V_m dt=V_m \quad (26.1)$$

ت- القيمة المتوسطة لإشارة الجُهد بدلالة الموجة المُثلّثية الخاضعة لتقويم مُكتمل التعديل:

من خلال الصيغة الرياضية (11.1) وبتطبيق العلاقة (13.1)، نستنتج القيمة المتوسطة $V_{avg}$ التالية

$$\begin{aligned}V_{av}=\frac{1}{T}\int_0^T v(t)dt=\frac{1}{T}\Bigg[&\int_0^{T/4}\left(\frac{4V_m}{T}t\right)dt+\int_{T/4}^{T/2}\left(-\frac{4V_m}{T}t+2V_m\right)dt\\&+\int_{T/2}^{3T/4}\left(\frac{4V_m}{T}t-2V_m\right)dt+\int_{3T/4}^{T}\left(-\frac{4V_m}{T}t+4V_m\right)dt\Bigg]\end{aligned} \quad (27.1)$$

ومنه

$$V_{av}=\frac{1}{T}\left[\left(\frac{2V_m}{T}t^2\right)_0^{T/4}+\left(-\frac{2V_m}{T}t^2+2V_mt\right)_{T/4}^{T/2}+\left(\frac{2V_m}{T}t^2-2V_mt\right)_{T/2}^{3T/4}+\left(-\frac{2V_m}{T}t^2+4V_mt\right)_{3T/4}^{T}\right] \tag{28.1}$$

بحساب طرفي التكامل لكل حدٍ على حدى، نجد أنّ

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{2V_m}{T}t^2\right)_0^{T/4}=\frac{V_mT}{8}\\
&\left(-\frac{2V_m}{T}t^2+2V_mt\right)_{T/4}^{T/2}=-\frac{2V_m}{T}\left(\frac{T^2}{4}-\frac{T^2}{16}\right)+2V_m\left(\frac{T}{2}-\frac{T}{4}\right)=\frac{V_mT}{8}\\
&\left(\frac{2V_m}{T}t^2-2V_mt\right)_{T/2}^{3T/4}=\frac{2V_m}{T}\left(\frac{9T^2}{16}-\frac{T^2}{4}\right)-2V_m\left(\frac{3T}{4}-\frac{T}{2}\right)=\frac{V_mT}{8}\\
&\left(-\frac{2V_m}{T}t^2+4V_mt\right)_{3T/4}^{T}=-\frac{2V_m}{T}\left(T^2-\frac{9T^2}{16}\right)+4V_m\left(T-\frac{3T}{4}\right)=\frac{V_mT}{8}
\end{aligned} \tag{29.1}$$

بتعويض نتيجة كل حد من الحدود السابقة في العبارة (28.1)، ومنه نجد أنّ القيمة المتوسطة لموجة مُثلّثية خاضعة لتقويم مُكتمل التعديل هي

$$V_{av}=\frac{1}{T}\left[\frac{V_mT}{8}+\frac{V_mT}{8}+\frac{V_mT}{8}+\frac{V_mT}{8}\right]=\frac{V_m}{2} \tag{30.1}$$

### 2.4.1 القيمة الفعّالة

يتم التعبير عن القيمة الفعّالة لإشارة الجُهد في دارة AC بالرمز $V_{RMS}$ حيث أنّ الكلمة المُختصرة RMS (Root Mean Square) تدّل على الجذر التربيعي للمتوسط الحسابي لمجموع قيم الموجة. تُعطى القيمة الفعّالة لإشارة الجُهد $v(t)$ بالعبارة التالية

$$V_{RMS}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T\left[v(t)\right]^2dt} \tag{31.1}$$

حيث أنّ T عبارة عن دور الموجة.

#### 1.2.4.1 القيمة الفعّالة لإشارة الجُهد بدلالة الموجة الجيبية، المُربعة والمُثلّثية المتناوبة

أ- القيمة الفعّالة لإشارة الجُهد بدلالة الموجة الجيبية المتناوبة:

من خلال الصيغة الرياضية (2.1) لإشارة الجُهد بدلالة الموجة الجيبية المتناوبة وبتطبيق العلاقة (31.1)، نستنتج القيمة الفعّالة $V_{RMS}$ للموجة الجيبية متساوية التناوب على النحو التالي

$$V_{RMS}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T\left[V_m\sin\omega t\right]^2dt}=\sqrt{\frac{1}{T}V_m^2\int_0^T\left[\sin\omega t\right]^2dt} \tag{32.1}$$

من خلال خصائص الدّوال الجيبية، نعلم أنّ

$$\begin{cases} 1=(\cos\omega t)^2+(\sin\omega t)^2 \\ \cos(\omega t+\omega t)=\cos(\omega t)\cos(\omega t)-\sin(\omega t)\sin(\omega t)=(\cos\omega t)^2-(\sin\omega t)^2 \end{cases} \tag{33.1}$$

ومنه،

$$1-\cos(2\omega t)=2(\sin\omega t)^2 \quad \Rightarrow (\sin\omega t)^2=\frac{1-\cos(2\omega t)}{2} \tag{34.1}$$

بتعويض العبارة الأخيرة في العلاقة (32.1)، نجد أنّ

$$\begin{aligned} V_{RMS}&=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T V_m^2\left[\sin\omega t\right]^2 dt}=V_m\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \frac{1-\cos(2\omega t)}{2}dt} \\ &=V_m\sqrt{\frac{1}{2T}\int_0^T[1-\cos(2\omega t)]dt}=V_m\sqrt{\frac{1}{2T}\left[t-\frac{1}{2\omega}\sin(2\omega t)\right]_0^T} \\ &=V_m\sqrt{\frac{1}{2T}\left[T-\frac{1}{2\omega}\sin(2\omega T)+\frac{1}{2\omega}\sin(0)\right]}=V_m\sqrt{\frac{1}{2T}\left[T-0+0\right]} \end{aligned} \tag{35.1}$$

لأنّ $\sin(2\omega T)=\sin 4\pi=\sin(0)=0$. ومنه نتحصل على القيمة الفعالة $V_{RMS}$ بالنسبة لموجة جيبية متناوبة كما يلي

$$V_{RMS}=V_m\sqrt{\frac{T}{2T}}=\frac{V_m}{\sqrt{2}} \tag{36.1}$$

### ب- القيمة الفعّالة لإشارة الجُهد بدلالة الموجة المُربعة المتناوبة:

من خلال الصيغة الرياضية (5.1) لإشارة الجُهد بدلالة الموجة المُربعة المتناوبة وبالاعتماد على العلاقة (31.1)، نستنتج القيمة الفعالة $V_{RMS}$ كما يلي

$$\begin{aligned} V_{RMS}&=\sqrt{\frac{1}{T}\left(\int_0^{T/2}(V_m)^2dt+\int_{T/2}^{T}(-V_m)^2dt\right)}=\sqrt{\frac{1}{T}V_m^2\left(\int_0^{T/2}dt+\int_{T/2}^{T}dt\right)} \\ &=V_m\sqrt{\frac{1}{T}\left(\left[t\right]_0^T\right)}=V_m \end{aligned} \tag{37.1}$$

### ت- القيمة الفعّالة لإشارة الجُهد بدلالة الموجة المُثلّثية المتناوبة:

من خلال الصيغة الرياضية (6.1) لإشارة الجُهد بدلالة الموجة المُثلّثية المتناوبة و وفقاً للعلاقة (31.1)، فإنّ القيمة الفعالة $V_{RMS}$ للموجة المُثلّثية متساوية التناوب تكون على النحو التالي

$$\begin{aligned} V_{RMS}&=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T\left[v(t)\right]^2dt}=\sqrt{\left\{\left[\frac{1}{T}\int_0^{T/4}\left(\frac{4V_m}{T}t\right)^2dt+\int_{T/4}^{3T/4}\left(-\frac{4V_m}{T}t+2V_m\right)^2dt\right.\right.} \\ &\left.+\int_{3T/4}^{T}\left(\frac{4V_m}{T}t-4V_m\right)^2dt\right\} \end{aligned} \tag{38.1}$$

بحساب التكامل لكل حدٍ على حدى، نتحصل على النتائج التالية

- التكامل الأول

$$\int_0^{T/4}\left[\frac{4V_m}{T}t\right]^2 dt=\left[\frac{4V_m}{T}\right]^2\int_0^{T/4}t^2dt=\frac{16V_m^2}{T^2}\left[\frac{1}{3}t^3\right]_0^{T/4}=\frac{16V_m^2}{3T^2}\left[\frac{T^3}{64}\right]=\frac{V_m^2T}{12} \qquad (39.1)$$

- التكامل الثاني

$$\begin{aligned}\int_{T/4}^{3T/4}\left[-\frac{4V_m}{T}t+2V_m\right]^2 dt&=\int_{T/4}^{3T/4}\left[\frac{16V_m^2}{T^2}t^2-\frac{16V_m^2}{T}t+4V_m^2\right]dt\\&=\frac{16V_m^2}{T^2}\left[\frac{1}{3}t^3\right]_{T/4}^{3T/4}-\frac{16V_m^2}{T}\left[\frac{1}{2}t^2\right]_{T/4}^{3T/4}+4V_m^2\left[t\right]_{T/4}^{3T/4}\\&=\frac{16V_m^2}{3T^2}\left[\frac{27T^3}{64}-\frac{T^3}{64}\right]-\frac{16V_m^2}{2T}\left[\frac{9T^2}{16}-\frac{T^2}{16}\right]+4V_m^2\left[\frac{3T}{4}-\frac{T}{4}\right]\\&=V_m^2T\left[\frac{26}{12}-4+2\right]=\frac{V_m^2T}{6}\end{aligned} \qquad (40.1)$$

- التكامل الثالث

$$\begin{aligned}\int_{3T/4}^{T}\left[\frac{4V_m}{T}t-4V_m\right]^2 dt&=\int_{3T/4}^{T}\left[\frac{16V_m^2}{T^2}t^2-\frac{32V_m^2}{T}t+16V_m^2\right]dt\\&=\frac{16V_m^2}{T^2}\left[\frac{1}{3}t^3\right]_{3T/4}^{T}-\frac{32V_m^2}{T}\left[\frac{1}{2}t^2\right]_{3T/4}^{T}+16V_m^2\left[t\right]_{3T/4}^{T}\\&=\frac{16V_m^2}{3T^2}\left[T^3-\frac{27T^3}{64}\right]-\frac{32V_m^2}{2T}\left[T^2-\frac{9T^2}{16}\right]+16V_m^2\left[T-\frac{3T}{4}\right]\\&=V_m^2T\left[\frac{37}{12}-7+4\right]=\frac{V_m^2T}{12}\end{aligned} \qquad (41.1)$$

بتعويض صيغ التكاملات الثلاث (39.1)، (40.1) و (41.1) في العبارة (38.1)، نستنتج القيمة الفعّالة لإشارة الجُهد بدلالة موجة مُثلّثية مُتساوية التناوب التالية:

$$V_{RMS}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T\left[v(t)\right]^2dt}=\sqrt{\frac{1}{T}\left[\frac{V_m^2T}{12}+\frac{V_m^2T}{6}+\frac{V_m^2T}{12}\right]}=\frac{V_m}{\sqrt{3}} \qquad (42.1)$$

### 2.2.4.1 القيمة الفعّالة لإشارة الجُهد بدلالة الموجة الجيبية، المُربعة والمُثلّثية الخاضعة لتقويم نِصف مُعدِّل

أ- القيمة الفعّالة لإشارة الجُهد بدلالة الموجة الجيبية الخاضعة لتقويم نِصف مُعدِّل:

من خلال الصيغة الرياضية (7.1) لإشارة الجُهد بدلالة الموجة الجيبية الخاضعة لتقويم نِصف مُعدِّل وبتطبيق العلاقة (31.1)، نستنتج القيمة الفعّالة $V_{RMS}$ كما يلي

$$V_{RMS}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T\left[V_m\sin\omega t\right]^2dt}=V_m\sqrt{\frac{1}{T}\left[\int_0^{T/2}\left[\sin\omega t\right]^2dt+\int_{T/2}^{T}0dt\right]}$$

$$= V_m\sqrt{\frac{1}{2T}\left[t-\frac{1}{2\omega}\sin(2\omega t)\right]_0^{T/2}} = V_m\sqrt{\frac{1}{2T}\left[\frac{T}{2}-\frac{1}{2\omega}\sin(\omega T)+\frac{1}{2\omega}\sin(0)\right]}$$
$$= V_m\sqrt{\frac{1}{2T}\left[\frac{T}{2}-0+0\right]} = \frac{V_m}{2} \qquad (43.1)$$

ب- القيمة الفعّالة لموجة مُربعة خاضعة لتقويم نِصف مُعدِّل:

من خلال الصيغة الرياضية (8.1) وبتطبيق العلاقة (31.1)، نستنتج القيمة الفعّالة $V_{RMS}$ كما يلي

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T V_m^2\left[\sin\omega t\right]^2 dt} = V_m\sqrt{\frac{1}{T}\left[\int_0^{T/2}\left[\sin\omega t\right]^2 dt+\int_{T/2}^{T}0dt\right]}$$
$$= V_m\sqrt{\frac{1}{2T}\left[\int_0^{T/2}\left[1-\cos(2\omega t)\right]dt+\int_{T/2}^{T}0dt\right]} = V_m\sqrt{\frac{1}{2T}\left[t-\frac{1}{2\omega}\sin(2\omega t)\right]_0^{T/2}} \qquad (44.1)$$
$$= V_m\sqrt{\frac{1}{2T}\left[\frac{T}{2}-\frac{1}{2\omega}\sin(\omega T)+\frac{1}{2\omega}\sin(0)\right]} = \frac{V_m}{2}$$

ت- القيمة الفعالة لموجة مُثلّثية خاضعة لتقويم نِصف مُعدِّل:

من خلال الصيغة الرياضية (9.1) وبتطبيق العلاقة (31.1)، نستنتج القيمة الفعّالة $V_{RMS}$ التالية

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T\left[v(t)\right]^2 dt}$$
$$= \sqrt{\frac{1}{T}\left[\int_0^{T/4}\left[\frac{4V_m}{T}t\right]^2 dt+\int_{T/4}^{T/2}\left[-\frac{4V_m}{T}t+2V_m\right]^2 dt+\int_{3T/4}^{T}0dt\right]} \qquad (45.1)$$

بحساب التكامل لكل حدٍ على حدى، نتحصل على النتائج التالية

- التكامل الأول

$$\int_0^{T/4}\left[\frac{4V_m}{T}t\right]^2 dt = \left[\frac{4V_m}{T}\right]^2\int_0^{T/4}t^2dt = \frac{16V_m^2}{T^2}\left[\frac{1}{3}t^3\right]_0^{T/4} = \frac{16V_m^2}{3T^2}\left[\frac{T^3}{64}\right] = \frac{V_m^2T}{12} \qquad (46.1)$$

- التكامل الثاني

$$\int_{T/4}^{T/2}\left[-\frac{4V_m}{T}t+2V_m\right]^2 dt = \int_{T/4}^{T/2}\left[\frac{16V_m^2}{T^2}t^2-\frac{16V_m^2}{T}t+4V_m^2\right]dt$$
$$= \frac{16V_m^2}{T^2}\left[\frac{1}{3}t^3\right]_{T/4}^{T/2}-\frac{16V_m^2}{T}\left[\frac{1}{2}t^2\right]_{T/4}^{T/2}+4V_m^2\left[t\right]_{T/4}^{T/2}$$
$$= \frac{16V_m^2}{3T^2}\left[\frac{T^3}{8}-\frac{T^3}{64}\right]-\frac{16V_m^2}{2T}\left[\frac{T^2}{4}-\frac{T^2}{16}\right]+4V_m^2\left[\frac{T}{2}-\frac{T}{4}\right] \qquad (47.1)$$
$$= V_m^2T\left[\frac{7}{12}-\frac{3}{2}+1\right] = \frac{V_m^2T}{12}$$

بتعويض صيغ التكاملات (46.1) و (47.1) في العبارة (45.1)، نستنتج القيمة الفعالة التالية

$$V_{RMS}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T\left[v(t)\right]^2dt}=\sqrt{\frac{1}{T}\left[\frac{V_m^2T}{12}+\frac{V_m^2T}{12}\right]}=\frac{V_m}{\sqrt{6}} \tag{48.1}$$

### 3.2.4.1 القيمة الفعالة لإشارة الجُهد بدلالة الموجة الجيبية، المُربعة والمُثلّثية الخاضعة لتقويم مُكتمل التعديل

أ- القيمة الفعالة لإشارة الجُهد بدلالة الموجة الجيبية الخاضعة لتقويم مُكتمل التعديل:

من خلال الصيغة الرياضية (10.1) لإشارة الجُهد بدلالة الموجة الجيبية الخاضعة لتقويم مُكتمل التعديل وبتطبيق العلاقة (31.1)، نستنتج القيمة الفعّالة $V_{RMS}$ التالية

$$\begin{aligned}V_{RMS}&=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T\left[v(t)\right]^2dt}=\sqrt{\frac{1}{T}\left[\int_0^{T/2}V_m^2\left[\sin\omega t\right]^2dt+\int_{T/2}^{T}V_m^2\left[\sin\left(\omega t-\frac{T}{2}\right)\right]^2dt\right]}\\&=V_m\sqrt{\frac{1}{T}\left[\int_0^T\left(\frac{1-\cos 2\omega t}{2}\right)dt+\int_{T/2}^{T}\left(\frac{1-\cos\left(2\omega t-T\right)}{2}\right)dt\right]}\end{aligned} \tag{49.1}$$

بحساب عبارة كلّ تكاملٍ على حدى، ومنه نستنتج عبارة التكامل الأول كما يلي

$$\begin{aligned}\int_0^{T/2}\left(\frac{1-\cos 2\omega t}{2}\right)dt&=\frac{1}{2}\left[t-\frac{1}{2\omega}\sin(2\omega t)\right]_0^{T/2}=\frac{1}{2}\left[\frac{T}{2}-\frac{1}{2\omega}\sin(\omega T)+\frac{1}{2\omega}\sin(0)\right]\\&=\frac{1}{2}\left[\frac{T}{2}-\frac{1}{2\omega}\sin(2\pi)+\frac{1}{2\omega}\sin(0)\right]=\frac{T}{4}\end{aligned} \tag{50.1}$$

من جهة أُخرى، نستنتج عبارة التكامل الثاني التالية

$$\begin{aligned}\int_{T/2}^{T}\left(\frac{1-\cos\left(2\omega t-T\right)}{2}\right)dt&=\frac{1}{2}\left[t-\frac{1}{2\omega}\sin\left(2\omega t-T\right)\right]_{T/2}^{T}\\&=\frac{1}{2}\left[T-\frac{1}{2\omega}\sin(2\omega T-T)-\frac{T}{2}+\frac{1}{2\omega}\sin\left(\omega T-T\right)\right]\\&=\frac{1}{2}\left[T-\frac{1}{2\omega}\sin(4\pi-T)-\frac{T}{2}+\frac{1}{2\omega}\sin\left(2\pi-T\right)\right]\end{aligned} \tag{51.1}$$

وبما أنّ

$$\begin{aligned}&\begin{cases}\sin(4\pi-T)=\sin 4\pi\cos T-\sin T\cos 4\pi=-\sin T\\ \sin(2\pi-T)=\sin 2\pi\cos T-\sin T\cos 2\pi=-\sin T\end{cases}\\&\Rightarrow -\sin(4\pi-T)+\sin(2\pi-T)=+\sin T-\sin T=0\end{aligned} \tag{52.1}$$

ومنه يتم تبسيط التكامل الثاني على النحو التالي

$$\int_{T/2}^{T}\left(\frac{1-\cos\left(2\omega t-T\right)}{2}\right)dt=\frac{T}{4} \tag{53.1}$$

بتعويض عبارة كلّ من التكامل الأول (50.1) والتكامل الثاني (53.1) في العبارة (49.1)، نتحصل على القيمة الفعالة لموجة جيبية خاضعة لتقويم مُكتمل التعديل على النحو التالي

$$V_{RMS} = V_m\sqrt{\frac{1}{T}\left(\frac{T}{4}+\frac{T}{4}\right)} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \tag{54.1}$$

ب- القيمة الفعالة لإشارة الجُهد بدلالة الموجة المُربعة الخاضعة لتقويم مُكتمل التعديل:

من خلال الصيغة الرياضية (11.1) وبتطبيق العلاقة (31.1)، نستنتج القيمة الفعّالة $V_{RMS}$ التالية

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left[V_m\right]^2 dt} = V_m\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T dt} = V_m\sqrt{\frac{1}{T}\left[t\right]_0^T} = V_m \tag{55.1}$$

ت- القيمة الفعالة لإشارة الجُهد بدلالة الموجة المُثلّثية الخاضعة لتقويم مُكتمل التعديل:

من خلال الصيغة الرياضية (12.1) وبتطبيق العلاقة (31.1)، نستنتج القيمة الفعّالة $V_{RMS}$ التالية

$$\begin{aligned} V_{RMS} &= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left[v(t)\right]^2 dt} = \sqrt{\left\{\left[\frac{1}{T}\int_0^{T/4}\left(\frac{4V_m}{T}t\right)^2 dt + \int_{T/4}^{3T/4}\left(-\frac{4V_m}{T}t+2V_m\right)^2 dt\right.\right.} \\ &\quad \left.+\int_{3T/4}^{T}\left(\frac{4V_m}{T}t-4V_m\right)^2 dt\right\} \end{aligned} \tag{56.1}$$

حيث أنّ الرمز $\sqrt{\{\ \}}$ يُشير إلى الجذر. بحساب التكامل لكل حدٍ على حدى، نتحصل على النتائج التالية

- التكامل الأول

$$\int_0^{T/4}\left[\frac{4V_m}{T}t\right]^2 dt = \frac{16V_m^2}{T^2}\left[\frac{1}{3}t^3\right]_0^{T/4} = \frac{16V_m^2}{3T^2}\left[\frac{T^3}{64}\right] = \frac{V_m^2 T}{12} \tag{57.1}$$

- التكامل الثاني

$$\begin{aligned} \int_{T/4}^{T/2}\left[-\frac{4V_m}{T}t+2V_m\right]^2 dt &= \int_{T/4}^{3T/4}\left[\frac{16V_m^2}{T^2}t^2-\frac{16V_m^2}{T}t+4V_m^2\right]dt \\ &= \frac{16V_m^2}{T^2}\left[\frac{1}{3}t^3\right]_{T/4}^{T/2} - \frac{16V_m^2}{T}\left[\frac{1}{2}t^2\right]_{T/4}^{T/2} + 4V_m^2\left[t\right]_{T/4}^{T/2} \\ &= \frac{16V_m^2}{3T^2}\left[\frac{T^3}{8}-\frac{T^3}{64}\right] - \frac{16V_m^2}{2T}\left[\frac{T^2}{4}-\frac{T^2}{16}\right] + 4V_m^2\left[\frac{T}{2}-\frac{T}{4}\right] \\ &= V_m^2 T\left[\frac{7}{12}-\frac{3}{2}+1\right] = \frac{V_m^2 T}{12} \end{aligned} \tag{58.1}$$

- التكامل الثالث

$$\int_{T/2}^{3T/4}\left[\frac{4V_m}{T}t-2V_m\right]^2 dt = \int_{3T/4}^{T}\left[\frac{16V_m^2}{T^2}t^2-\frac{16V_m^2}{T}t+4V_m^2\right]dt \tag{59.1}$$

$$\begin{aligned}
&=\frac{16V_m^2}{T^2}\left[\frac{1}{3}t^3\right]_{T/2}^{3T/4}-\frac{16V_m^2}{T}\left[\frac{1}{2}t^2\right]_{T/2}^{3T/4}+4V_m^2\left[t\right]_{T/2}^{3T/4}\\
&=\frac{16V_m^2}{3T^2}\left[\frac{27T^3}{64}-\frac{T^3}{8}\right]-\frac{16V_m^2}{2T}\left[\frac{9T^2}{16}-\frac{T^2}{4}\right]+4V_m^2\left[\frac{3T}{4}-\frac{T}{2}\right]\\
&=V_m^2T\left[\frac{19}{12}-\frac{5}{2}+1\right]=\frac{V_m^2T}{12}
\end{aligned}\tag{60.1}$$

- التكامل الرابع

$$\begin{aligned}
\int_{3T/4}^{T}\left[-\frac{4V_m}{T}t+4V_m\right]^2dt&=\int_{3T/4}^{T}\left[\frac{16V_m^2}{T^2}t^2-\frac{32V_m^2}{T}t+16V_m^2\right]dt\\
&=\frac{16V_m^2}{T^2}\left[\frac{1}{3}t^3\right]_{3T/4}^{T}-\frac{32V_m^2}{T}\left[\frac{1}{2}t^2\right]_{3T/4}^{T}+16V_m^2\left[t\right]_{3T/4}^{T}\\
&=\frac{16V_m^2}{3T^2}\left[T^3-\frac{27T^3}{64}\right]-\frac{32V_m^2}{2T}\left[T^2-\frac{9T^2}{16}\right]+16V_m^2\left[T-\frac{3T}{4}\right]\\
&=V_m^2T\left[\frac{37}{12}-7+4\right]=\frac{V_m^2T}{12}
\end{aligned}\tag{61.1}$$

بتعويض صيغ التكاملات الأربع من (57.1) إلى (60.1) في العبارة (56.1)، نستنتج القيمة الفعالة لموجة مُثلّثة خاضعة لتقويم مُكتمل التعديل كما يلي

$$V_{RMS}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T\left[v(t)\right]^2dt}=\sqrt{\frac{1}{T}\left[\frac{V_m^2T}{12}+\frac{V_m^2T}{12}+\frac{V_m^2T}{12}+\frac{V_m^2T}{12}\right]}=\frac{V_m}{\sqrt{3}}\tag{62.1}$$

### 3.4.1 مُلخص نتائج القيم المتوسطة والقيم الفعالة لأهم أنواع الموجات الدّورية في دارة AC

نستعرض في الجدول 1.1 مُلخص النتائج المتحصل عليها بالنسبة للقيم المتوسطة والقيم الفعالة لأهم أنواع الموجات الدّورية في دارة AC .

الجدول 1.1. القيم المتوسطة والقيم الفعالة لأهم أنواع الموجات الدّورية في دارة AC.

| النوع / الموجة | مُتناوية (alternative) | | خاضعة لتقويم نِصف مُعدِّل (half) | | خاضعة لتقويم مُكتمل التعديل (full) | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | القيمة المتوسطة | القيمة الفعالة | القيمة المتوسطة | القيمة الفعالة | القيمة المتوسطة | القيمة الفعالة |
| الجيبية (sin) | 0 | $\frac{V_m}{\sqrt{2}}$ | $\frac{V_m}{\pi}$ | $\frac{V_m}{2}$ | $\frac{2V_m}{\pi}$ | $\frac{V_m}{\sqrt{2}}$ |
| المُربعة (sqr) | 0 | $V_m$ | $\frac{V_m}{2}$ | $\frac{V_m}{2}$ | $V_m$ | $V_m$ |
| المُثلّثية (tri) | 0 | $\frac{V_m}{\sqrt{3}}$ | $\frac{V_m}{4}$ | $\frac{V_m}{\sqrt{6}}$ | $\frac{V_m}{2}$ | $\frac{V_m}{\sqrt{3}}$ |

### 5.1 عامل الشكل

عامل الشكل (Ff) هو بحكم التعريف نسبة القيمة الفعالة إلى القيمة المتوسطة لإشارة الجُهد (التيار) الخاضعة لتقويم بسيط أو مُكتمل التعديل. يتم التعبير على عامل الشكل كما يلي :

$$Ff_{signal}=\frac{V_{RMS\ (signal)}}{V_{av\ (signal)}}=\frac{I_{RMS\ (signal)}}{I_{av\ (signal)}} \qquad (63.1)$$

وعليه، نستنتج عامل الشكل لإشارة الجُهد بدلالة الموجة الجيبية، المُربعة والمُثلّثية الخاضعة لتقويم نِصف مُعدِّل ولِتقويم مُكتمل التعديل من خلال الجدول 1.1 كما يلي:

#### 1.5.1 عامل الشكل لإشارة الجُهد المتناوبة الخاضعة لتقويم نِصف مُعدِّل

أ- عامل الشكل لإشارة الجُهد بدلالة الموجة الجيبية الخاضعة لتقويم نِصف مُعدِّل:

$$Ff_{(sin;half)}=\frac{V_{RMS\ (sin;half)}}{V_{av\ (sin;half)}}=\frac{V_m/2}{V_m/\pi}=\frac{\pi}{2}=1.5707 \qquad (64.1)$$

ب- عامل الشكل لإشارة الجُهد بدلالة الموجة المُربعة الخاضعة لتقويم نِصف مُعدِّل:

$$Ff_{(sqr;half)}=\frac{V_{RMS\ (sqr;half)}}{V_{av\ (sqr;half)}}=\frac{V_m/2}{V_m/2}=1 \qquad (65.1)$$

ت- عامل الشكل لإشارة الجُهد بدلالة الموجة المُثلّثية الخاضعة لتقويم نِصف مُعدِّل:

$$Ff_{(tri;half)}=\frac{V_{RMS\ (tri;half)}}{V_{av\ (tri;half)}}=\frac{V_m/\sqrt{6}}{V_m/4}=\frac{4}{\sqrt{6}}=1.6329 \qquad (66.1)$$

#### 2.5.1 عامل الشكل لإشارة الجُهد المتناوبة الخاضعة لتقويم مُكتمل التعديل

أ- عامل الشكل لإشارة الجُهد بدلالة الموجة الجيبية الخاضعة لتقويم مُكتمل التعديل:

$$Ff_{(sin;full)}=\frac{V_{RMS\ (sin;full)}}{V_{av\ (sin;full)}}=\frac{V_m/\sqrt{2}}{2V_m/\pi}=\frac{\pi}{2\sqrt{2}}=1.1107 \qquad (67.1)$$

ب- عامل الشكل لإشارة الجُهد بدلالة الموجة المُربعة الخاضعة لتقويم مُكتمل التعديل:

$$Ff_{(sqr;full)}=\frac{V_{RMS\ (sqr;full)}}{V_{av\ (sqr;full)}}=\frac{V_m}{V_m}=1 \qquad (68.1)$$

ت- عامل الشكل لإشارة الجُهد بدلالة الموجة المُثلّثية الخاضعة لتقويم مُكتمل التعديل:

$$Ff_{(tri;full)}=\frac{V_{RMS\ (tri;full)}}{V_{av\ (tri;full)}}=\frac{V_m/\sqrt{3}}{V_m/2}=\frac{2}{\sqrt{3}}=1.1547 \qquad (69.1)$$

مع العلم أنّ عامل الشكل (Ff) لإشارة الجُهد (أو التيار) يؤول إلى اللانهاية من أجل الموجة الجيبية، المُربعة والمُثلّثية من النوع المتناوب والمتجانس، لأنّ

$$Ff_{(signal;alternative)}=\frac{V_{RMS\ (signal;alternative)}}{V_{av\ (signal;alternative)}}=\frac{V_{RMS\ (signal;alternative)}}{0}=\infty \qquad (70.1)$$

## 6.1 القيمة المُقاسة بواسطة أجهزة القياس

### 1.6.1 القيمة المُقاسة في دارة DC

إنّ أجهزة القياس في دارة DC تسمح بقياس القيمة المتوسطة لإشارة الجُهد (أو التيار) الثابتة. وعليه، فإنّ توصيل جهاز القياس Voltmeter على سبيل المثال في دارة DC يسمح بقياس القيمة المتوسطة لإشارة الجُهد الثابت بين نقطتين A و B في الدارة الكهربائية، أي أنّ القيمة المُقاسة في دارة DC عبارة عن القيمة المتوسطة التالية

$$V_{AB} = V_A - V_B = V_{av} \qquad (71.1)$$

وعلى هذا الأساس، فإنّ التركيبة الداخلية لأجهزة القياس المُستعملة في دارة DC سواء كانت أجهزة القياس التماثلية أو أجهزة القياس الرقمية تعتمد على مبدأ قياس القيمة المتوسطة للإشارة، حيث تُعبِّر هذه الأخيرة عن القيمة الفعلية لإشارة الجُهد (التيار) في الدّارة الكهربائية.

### 2.6.1 القيمة المُقاسة في دارة AC

إنّ أجهزة القياس في دارة AC تسمح بقياس القيمة الفعّالة لإشارة الجُهد (أو التيار) المُتناوبة الخاضعة لتقويم مُكتمل التعديل. وعليه، فإنّ توصيل جهاز القياس Voltmeter على سبيل المثال في دارة AC يسمح بقياس القيمة الفعالة لإشارة الجُهد المتناوبة بين نقطتين A و B في الدّارة الكهربائية، أي أنّ

$$V_{AB} = V_A - V_B = V_{RMS\ (signal;full)} \qquad (72.1)$$

ومن خلال العبارة (63.1) نجد أنّ

$$V_{AB} = V_A - V_B = V_{RMS\ (signal;full)} = V_{av\ (signal;full)} \times Ff_{(signal;full)} \qquad (73.1)$$

ومنه فإنّ القيمة المُقاسة تُعبِّر عن جداء القيمة المتوسطة وعامل الشكل لإشارة الجُهد (أو التيار) المُتناوبة والخاضعة لتقويم مُكتمل التعديل.

إنّ التركيبة الداخلية لأجهزة القياس المُستعملة في AC سواء كانت أجهزة القياس التماثلية أو الرقمية تعتمد على تقنيتين مختلفتين لقياس القيمة الفعالة لإشارة الجُهد (أو التيار)، وهما تقنية قياس متوسط القيمة الفعّالة (Average RMS) وتقنية قياس القيمة الصحيحة للقيمة الفعّالة (True RMS).

#### 1.2.6.1 تقنية قياس متوسط القيمة الفعالة (Average RMS)

إنّ معظم أجهزة القياس ذات السعر المنخفض تعتمد على تقنية قياس متوسط القيمة الفعّالة لتحديد قيمة إشارة الجهد أو التيار في دارة AC، وذلك بفرض أنّ الإشارة عبارة عن موجة جيبية حتى ولو تم استعمال موجة من نوع مُختلف (مُربعة، مثلثة، أو غيرها). وبالتالي فإنّ القيمة المُقاسة لإشارة ما ؛ أي تلك التي تتم قراءتها على جهاز القياس؛ تكون بدلالة الموجة الجيبية. وعلى هذا الأساس، فإنّ جهاز القياس Voltmeter الذي يعتمد على هذه التقنية يسمح بقياس القيمة الفعالة لإشارة الجُهد الخاضعة لتقويم مُكتمل التعديل بدلالة القيمة المتوسطة جداء عامل شكل الموجة الجيبية بدلاً من عامل شكل الموجة الفعلية، أي أنّ

$$V_{AB} = V_{RMS\ (signal;full)} = V_{av\ (signal;full)} \times Ff_{(sin;full)} \qquad (74.1)$$

بما أنّ $Ff_{(sin;full)} \approx 1.11$، ومنه يتم التعبير عن قيمة القياس في هذه الحالة بالعبارة التالية

$$V_{AB} = V_{RMS\,(signal;full)} = V_{av\,(signal;full)} \times 1.11 \quad (75.1)$$

يجدر الذكر أنّ هذه التقنية تسمح من إجراء قراءة صحيحة للقيمة الفعالة فقط عند قياس الإشارة بدلالة الموجة الجيبية، غير أنّ القراءة ستكون غير دقيقة من أجل إشارة بدلالة نوع مُغاير للموجة. وعليه، سيتوجب تصحيح نتائج القياس المتحصل عليها بطريقة حسابية من أجل إشارة بدلالة الموجة المُربعة والموجة المُثلّثية لاستنتاج القيمة الفعّالة الصحيحة كما يلي

$$V_{RMS\,(signal;full)} = V_{AB} \times \frac{Ff_{(signal;full)}}{Ff_{(sin;full)}} = V_{AB} \times \frac{Ff_{(signal;full)}}{1.11} \quad (76.1)$$

مثال: استنتاج القيمة المُقاسة بواسطة جهاز القياس Voltmeter يعتمد على تقنية Average RMS بين طرفي مصدر الجُهد في دارة AC يقوم بتوليد إشارة الجُهد بدلالة الموجة الجيبية، المُربعة والمُثلّثية ذات قيمة عُظمى $V_m = 10V$.

الحل: بما أنّ جهاز القياس Voltmeter يعتمد على تقنية Average RMS، أي أنّ القيمة المُقاسة لإشارة الجُهد تكون خاضعة لتقويم مُكتمل التعديل. وعليه، نستنتج القياسات التالية من خلال العبارة (75.1) حيث أنّ القيمة المتوسطة لكل موجة مُعطاة في الجدول 1.1 السابق.

- حالة الموجة الجيبية:

$$\begin{aligned} &V_{av\,(sin;full)} = \frac{2V_m}{\pi} = \frac{2\times 10}{\pi} = 6.3661V \\ &\Rightarrow V_{AB} = V_{av\,(sin;full)} \times 1.11 = 6.3661V \times 1.11 = 7.0663V \end{aligned} \quad (77.1)$$

- حالة الموجة المُربعة:

$$\begin{aligned} &V_{av\,(sqr;full)} = V_m = 10V \\ &\Rightarrow V_{AB} = V_{av\,(sqr;full)} \times 1.11 = 10V \times 1.11 = 11.1V \end{aligned} \quad (78.1)$$

- حالة الموجة المُثلّثية:

$$\begin{aligned} &V_{av\,(tri;full)} = \frac{V_m}{2} = 5V \\ &\Rightarrow V_{AB} = V_{av\,(tri;full)} \times 1.11 = 5V \times 1.11 = 5.55V \end{aligned} \quad (79.1)$$

عند مُقارنة نتائج القياس السابقة مع القيم الفعّالة في الجدول 1.1، سنجد أنّ:

- حالة الموجة الجيبية:

$$V_{RMS\,(sin;full)} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7.0710V \quad (80.1)$$

- حالة الموجة المُربعة:

$$V_{RMS\,(sqr;full)} = V_m = 10V \quad (81.1)$$

- حالة الموجة المُثلّثية:

$$V_{RMS\,(tri;full)} = \frac{V_m}{\sqrt{3}} = \frac{10}{\sqrt{3}} = 5.7735V \quad (82.1)$$

وعليه فإنّ القيمة المُقاسة الصحيحة تكون فقط عند قياس الإشارة بدلالة الموجة الجيبية، غير أنّ القراءة ستكون غير دقيقة من أجل إشارة الجُهد بدلالة الموجة المُربعة والمُثلّثية.
ومن هذا المُنطلق، سيتوجب تصحيح نتائج القياس المتحصل عليها من أجل الموجة المُربعة والموجة المُثلّثية لاستنتاج القيمة الفعّالة الصحيحة بطريقة حسابية من خلال العبارة (76.1) كما يلي

- حالة الموجة المُربعة:

$$V_{RMS\,(sqr;full)} = V_{AB} \times \frac{Ff_{(sqr;full)}}{1.11} = 11.1V \times \frac{1}{1.11} = 10V \qquad (83.1)$$

- حالة الموجة المُثلّثية:

$$V_{RMS\,(tri;full)} = V_{AB} \times \frac{Ff_{(tri;full)}}{1.11} = 5.55V \times \frac{1.1547}{1.11} = 5.7735V \qquad (84.1)$$

### 2.2.6.1 تقنية قياس القيمة الفعّالة الصحيحة (True RMS)

إنّ أجهزة القياس التي تعتمد على تقنية قياس القيمة الفعّالة الصحيحة لتحديد قيمة إشارة الجهد أو التيار في دارة AC غالبًا ما تكون ذات سعر مرتفع بكثير مُقارنةً مع أجهزة القياس التي تعتمد على تقنية قياس متوسط القيمة الفعّالة.
يتم التعبير عن القيمة المُقاسة (القيمة الفعالة) لإشارة الجُهد الخاضعة لتقويم مُكتمل التعديل بدلالة القيمة المتوسطة جداء عامل شكل الموجة الفعلية، أي أنّ

$$V_{AB} = V_{RMS\,(signal;full)} = V_{av\,(signal;full)} \times Ff_{(signal;full)} \qquad (85.1)$$

حيث تم اعتماد تقنية قياس القيمة الفعّالة الصحيحة على نطاق واسع في أغلب أجهزة القياس الحديثة وذلك لتميزها بدقة القياس مع إمكانية التعامل مع الإشارات الكهربائية بدلالة أي نوع للموجة المتناوبة في دارة AC.

# الفصل الثاني. نوعية القياس وتحديد قيمة الارتياب

## مقدمة

في هذا الفصل سنستعرض أهم الخصائص التي يجب توفرها في أجهزة القياس الكهربائي والالكتروني للحصول على قياس نوعي وكذا كيفية تقدير مدى الخطأ المُترتب على عملية القياس. لكن قبل ذلك، سنتطرق بإيجاز إلى بعض المفاهيم المُتعلقة بالقياس الكهربائي والالكتروني وأهم الوحدات الكهربائية الأساسية والمشتقة.

- الكمية : تُعرَّف الكمية على أنّها سِمة لظاهرة أو لجسم أو لمادة كيميائية أو فيزيائية أو بيولوجية ، حيث يمكن تحديد قيمتها وتمييزها عن بقية الكميات.
- الكمية القابلة للقياس: هي كلُّ كمية يمكن تحديد قيمتها بدلالة كمية معيارية تكون من نفس النوع.
- كمية القياس الأساسية: هي عبارة عن كمية يتم التعبير عنها بواسطة وحدة أساسية.
- النظام الدولي للوحدات (SI) : هو نظام قياس فيزيائي يستخدم وحدات قياس متفق عليها دوليًا والذي يُحدِّد الكميات الأساسية لنظام القياس المعتمد سنة 1889 والمُعدَّل سنة 1901 للتعبير عن القياسات الفيزيائية كما هو موضح في الجدول 1.2.

الجدول 1.2. الكميات الأساسية والوحدات الأساسية لنظام القياس SI .

| الكمية الأساسية | الوحدة | الرمز | التعريف العلمي لِلوحدة |
|---|---|---|---|
| الطول | meter | m | **1m** يساوي طول المسار الذي يسلكه الضوء في الفراغ خلال فاصل زمني قدره 1/299792458 من الثانية. |
| الكتلة | kilogram | kg | **1kg** كيلوغرام واحد يساوي كتلة النموذج الأولي الدولي للكيلوغرام المتكون من عنصر بلوتونيوم. |
| الزمن | second | s | **1s** هي فترة زمنية تساوي 9192631770 فترات من الإشعاع الموافقة للانتقال بين مستويين فائقي الدقة للحالة الأرضية لذرة Cs-133. |
| شدة التيار الكهربائي | ampere | A | **1A** يساوي تيارًا ثابتًا حيث إذا تم الحفاظ عليه في موصلات متوازية مستقيمة بطول لانهائي ومقطع عرضي دائري ضئيل ، وتم وضعه على بعد متر واحد في الفراغ ، فإنه ينتج بين هذه الموصلات قوة تساوي $2\times10^{-7}$ نيوتن لكل متر من الطول. |
| درجة الحرارة | kelvin | K | **1K** هي درجة حرارة تساوي كسر 1/273.16 من درجة الحرارة الديناميكية للنقطة الثلاثية للماء (غازية، سائلة، صلبة) في حالة توازن. |
| كمية المادة | mole | mol | **1mol** هي كمية المادة في نظام يحتوي على عدد من الجسيمات مساو لعدد الذرات ويساوي 0.012kg لذرة الكربون C12. |
| شدّة الإضاءة | candela | cd | **1cd** هي شدة الإضاءة لمصدر يصدر إشعاعًا أحادي اللون بتردد $540\times10^{12}$Hz وله شدة اشعاع في نفس الاتجاه تساوي 1/683 w/st. |

- كمية القياس المشتقة: هي الكمية التي يمكن قياسها بدلالة كميتين أساسيتين على الأقل حيث يتم التعبير عنها بواسطة وحدة مشتقة.
- التعبير الرياضي عن كمية القياس: للتعبير رياضياً عن كمية القياس بدلالة الكميات الأساسية يتم استبدال كل كمية أساسية في المعادلة بأبعادها المعبَّر عنها. وعليه، يتم التعبير عن وحدة الكمية G بدلالة الوحدات الأساسية السبع السابقة كما يلي:

$$[G]=[m^{a}\cdot kg^{b}\cdot s^{c}\cdot A^{d}\cdot K^{e}\cdot mol^{f}\cdot cd^{g}] \tag{1.2}$$

حيث أنّ a,b,c,d,e,f,g تُعبِّر عن رُتب الوحدات الأساسية.

على سبيل المثال، يتم التعبير عن وحدة الشحنة الكهربائية بدلالة الوحدات الأساسية على النحو التالي:

$$[C]=[m^{0}\cdot kg^{0}\cdot s^{1}\cdot A^{1}\cdot K^{0}\cdot mol^{0}\cdot cd^{0}]=s\cdot A$$

الجدول 2.2 يوضح أمثلة لبعض الكميات المشتقة من الكميات الأساسية السابقة.

الجدول 2.2. الكميات المشتقة والوحدات الموافقة لنظام القياس SI.

| كمية القياس المشتقة | الوحدة | الرمز | التعريف العلمي بالوحدة |
|---|---|---|---|
| التردد f | hertz (Hz) | $s^{-1}$ | 1Hz هو عدد المرات التي تحدث فيها ظاهرة دورية لكل وحدة زمنية. |
| القوة F | newton (N) | $m\cdot kg\cdot s^{-2}$ | 1N هي القوة القادرة على دفع كتلة مقدارها 1kg لزيادة سرعتها بمقدار 1m/s كل ثانية. |
| القدرة، العمل، كمية الحرارة W | joule (J) | $m^{2}\cdot kg\cdot s^{-2}$ | 1J هي القدرة على تسليط قوة قدرها 1 نيوتن لمسافة 1 متر. |
| الشحنة الكهربائية Q | coulomb (C) | $s\cdot A$ | 1C هي كمية الشحنة الكهربائية التي تمر عبر المقطع العرضي لموصل كهربائي شدة تياره 1A لمدة ثانية واحدة. |
| المقاومة الكهربائية R | ohm (Ω) | $m^{2}\cdot kg\cdot s^{-3}\cdot A^{-2}$ | 1Ω هي كمية مقاومة المادة لمرور التيار الكهربائي (الإلكترونات). |
| فرق الكمون، V الجهد الكهربائي، قوة الدفع الكهربائي | volt (V) | $m^{2}\cdot kg\cdot s^{-3}\cdot A^{-1}$ | 1V هي كمية القوة الدّافعة لنقل الالكترونات من القطب السالب إلى القطب الموجب في دارة كهربائية أو أحد أفرع الدارة. |
| الاستطاعة P | watt (W) | $m^{2}\cdot kg\cdot s^{-3}$ | 1W هي الطاقة اللازمة لإنجاز عمل قدره 1 جول خلال ثانية واحدة. |
| سعة المكثفة C | farad (F) | $m^{-2}\cdot kg^{-1}\cdot s^{4}\cdot A^{2}$ | 1F تمثل السعة كمية الشحنات الكهربائية التي يحملها مكثف من أجل فرق كمون معين. |
| التدفق المغناطيسي Φ | weber (Wb) | $m^{2}\cdot kg\cdot s^{-2}\cdot A^{-1}$ | 1Wb تُعبِّر على كثافة خطوط الحقل المغناطيسي التي تعبر سطح محدد. |
| المجال المغناطيسي B | tesla (T) | $kg\cdot s^{-2}\cdot A^{-1}$ | 1T هي كمية التدفق المغناطيسي لكل متر مربع. |
| الوشيعة L | henry (H) | $m^{2}\cdot kg\cdot s^{-2}\cdot A^{-2}$ | 1H هي كمية تدفق المجال المغناطيسي من أجل شدة التيار المتدفق عبر الدارة. |

- المضاعفات العشرية والأجزاء من العشرات لوحدات النظام الدولي (SI):

غالبًا ما يتم استعمال نطاقات مختلفة تماماً للتعبير عن قيمة الكمية الكهربائية التي يتم قياسها (أو حسابها)، حيث قد تأخذ الكمية قيمة من أصغر ما يمكن إلى ما لا نهاية حسب مجال التطبيق.
الجدول 3.2 يوضح النطاقات المستعملة لتمثيل قيمة الكمية الكهربائية حيث يتم استعمال الأحرف اللاتينية الكبيرة للتعبير عن المضاعفات العشرية بينما يتم استعمال الأحرف اللاتينية الصغيرة للتعبير عن والأجزاء من العشرات.

الجدول 3.2. المضاعفات العشرية والأجزاء العشرية لوحدات النظام الدولي SI.

| المضاعفات العشرية | | | الأجزاء العشرية | | |
|---|---|---|---|---|---|
| القيمة | اختصار | الرمز | القيمة | اختصار | الرمز |
| $10^{18}$ | exa | E | $10^{-18}$ | atto | a |
| $10^{15}$ | peta | P | $10^{-15}$ | femto | f |
| $10^{12}$ | tera | T | $10^{-12}$ | pico | p |
| $10^{9}$ | giga | G | $10^{-9}$ | nano | n |
| $10^{6}$ | mega | M | $10^{-6}$ | micro | µ |
| $10^{3}$ | kilo | k | $10^{-3}$ | milli | m |
| $10^{2}$ | hecto | h | $10^{-2}$ | centi | c |
| $10^{1}$ | deca | da | $10^{-1}$ | deci | d |

على سبيل المثال، فإنّ أغلب التطبيقات الحديثة في مجال الموجات يتم التعبير فيها عن كمية الاستطاعة الكهربائية بقيم ضئيلة جداً في حدود الجزء من الألف، بينما يتم التعبير فيها عن الترددات المُنتجة بقيم كبيرة جداً كما هو موضح في الجدول أدناه.

الجدول 4.2. المضاعفات العشرية والأجزاء العشرية لوحدات النظام الدولي SI.

| الموجة | نطاق الموجة | نطاق الترددات | بعض مجالات التطبيقات |
|---|---|---|---|
| Radio waves | > 0.1m | $10^{9}$ - $10^{5}$Hz | الإذاعة والتلفاز. |
| Microwaves | > 0.1m | $10^{9}$ - $10^{5}$Hz | الرادار؛ نقل المعطيات ؛ الاتصالات الفضائية؛ المِلاحة؛ المجال الطبي؛ الطهي والتسخين. |
| Infra-red | 1mm - 700nm | $10^{11}$ - $10^{14}$ Hz | اختبار المعادن والمواد. |
| Light | 700nm - 400nm | $8x10^{14}$ Hz | تصوير؛ إضاءة. |
| Ultra-violet | 400nm - 1nm | $5x10^{14}$ - $8x10^{14}$ Hz | حفظ المواد الغذائية؛ الكشف عن الكتابة غير المرئية؛ تحديد البصمات؛ تحديد بنية الجزيئات والذرات. |
| X-rays | 1nm - $10^{-3}$nm | $10^{16}$ - $10^{21}$ Hz | دراسة التركيب البلوري للذرات. تحديد الشقوق والكسور في العظام. |
| Gamma rays | < $10^{-3}$nm | $10^{18}$ - $10^{22}$ Hz | التفاعلات النووية؛ تدمير الخلايا السرطانية. |

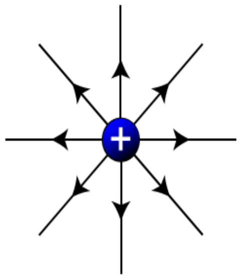
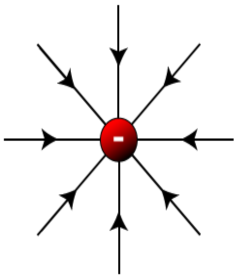
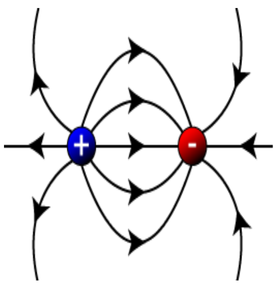
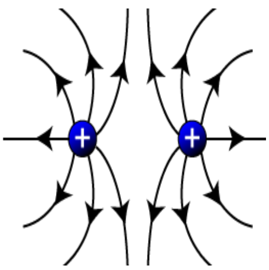
- ثوابت كهربائية:

الجدول 5.2. أهم الثوابت الكهربائية والقيم الموافقة.

| الثابت | الرمز | القيمة |
|---|---|---|
| السماحية الكهربائية للفراغ | $\varepsilon_0$ | $8.85 \times 10^{-12}\ C^2\cdot(N\cdot m^2)^{-1}$ |
| السماحية المغناطيسية للفراغ | $\mu_0$ | $4\pi \times 10^{-7}\ T\cdot m\cdot A^{-1}$ |
| كتلة الإلكترون | $m_e$ | $9.1 \times 10^{-31}$ kg |
| شحنة الإلكترون | e | $-1.6 \times 10^{-19}$ C |
| شحنة البروتون | | $+ 1.6 \times 10^{-19}$ C |
| كتلة البروتون | $m_p$ | $1.6 \times 10^{-27}$ kg |
| كتلة النيوترون | $m_n$ | $1.6 \times 10^{-27}$ kg |
| ثابت Coulomb | $k_e$ | $8.98 \times 10^{9}\ N\cdot m^2\cdot C^{-2}$ |
| ثابت Planck | H | $6.62 \times 10^{-34}$ J·s |
| ثابت Boltzmann | $k_B$ | $1.38 \times 10^{-23}\ J\cdot K^{-1}$ |
| ثابت Faraday | | $96500\ C\cdot mol^{-1}$ |
| سرعة الضوء في الفراغ | c | $299792458\ m\cdot s^{-1}$ |
| رقم Avogadro | $N_A$ | $6.022 \times 10^{23}\ mol^{-1}$ |

- قوانين وقواعد:

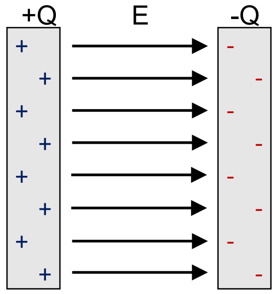
الجدول 6.2. بعض القوانين والقواعد الكهربائية، المغناطيسية، والكهرومغناطيسية مع الرسومات التوضيحية.

| القانون-القاعدة | الرسم التوضيحي |
|---|---|
| المجال الكهربائي لشحنة نقطية معزولة: يوصف المجال الكهربائي كمنطقة تتعرض فيها الشحنة الكهربائية لقوة حيث أن اتجاه خطوط المجال يعطي اتجاه القوة المؤثرة على شحنة النقطة (موجبة أو سالبة). |  شحنة موجبة  شحنة سالبة |
| قانون Coulomb : في هذه الحالة، تتجاذب الشحنتين المتعاكستي الإشارة بينما تتنافر الشحنتين المتماثلتي الإشارة. المجال الكهربائي الناتج عن شحنتين مُعطى بالصيغة التالية $\lvert E\rvert = k_e \frac{\lvert q_1 q_2\rvert}{r^2}$ |  شحنتين متعاكستي الإشارة  شحنتين متماثلتي الإشارة |

**المجال الكهربائي بين طرفي صفائح متوازية:**

على نفس المنوال، تتجاذب الشحنات المتعاكسة الإشارة بين طرفي الصفائح المتوازية حيث ينتج عنها مجال كهربائي مُعطى بالصيغة التالية

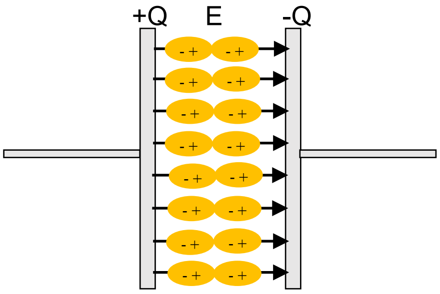
$$E = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{Q}{A}$$




**المجال الكهربائي بين طرفي مُكثفة:**

يتميز المكثف المثالي بسعة ثابتة C والتي تُعرّف على أنها نسبة الشحنة الموجبة أو السالبة Q على كل موصل إلى الجهد V بينهما على النحو التالي

$$C = \frac{Q}{V}$$



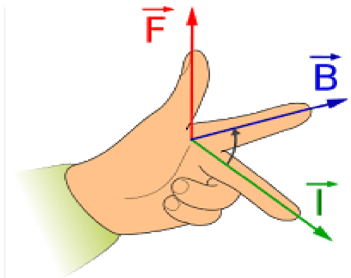

**قاعدة Fleming :**

تسمح هذه القاعدة من استنتاج الاتجاهات النسبية لكل من القوة $\vec{F}$، المجال المغناطيسي $\vec{B}$ والتيار الكهربائي $\vec{I}$ .

يتم التعبير عن القوة بدلالة التكامل التالي:

$$\vec{F} = \vec{I}\int d\ell \times \vec{B}$$

حيث أنّ × يعبر عن الجداء الشعاعي.



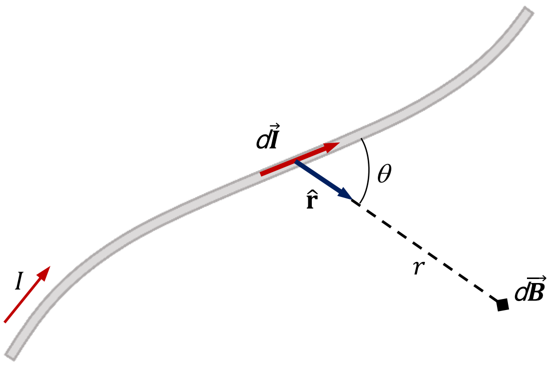

**قانون Biot–Savart :**

يتم التعبير عن المجال المغناطيسي B الناتج عن تيار كهربائي I في الموضع r بالعبارة التالية

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\,d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

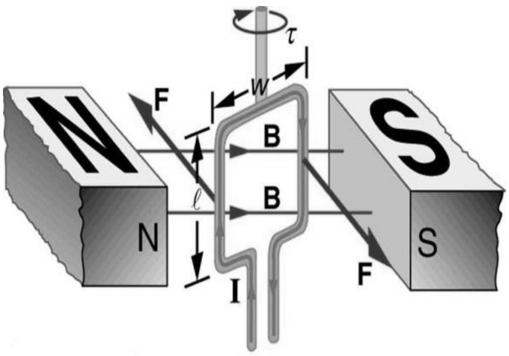
حيث أنّ × يعبر عن الجداء الشعاعي. وعليه، فإنّ إجمالي المجال المغناطيسي B الناتج كما يلي:

$$|B| = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$




**قاعدة تأثير المجال المغناطيسي على دوران اللف الناقل للتيار:**

يتم دفع اللف الموجود من جهة القطب N للمغناطيس إلى الأمام حيث يتنقل التيار الكهربائي لأعلى، في حين يتم دفع اللف الموجود من جهة القطب S للمغناطيس إلى الخلف مع انتقال التيار الكهربائي إلى أسفل. ينتج عن قوة الدفع إلى أعلى وأسفل عزم دوران عكس اتجاه عقارب الساعة كما هو موضح في الرسم المقابل.



### 1.2 أهم مواصفات أجهزة القياس الكهربائية

عدة تأثيرات وعوامل جانبية قد تؤثر على القراءة السليمة للكمية المجهولة عند استعمال جهاز القياس الكهربائي. وعليه، يجب على أي جهاز قياس كهربائي التحلي ببعض المواصفات الأساسية حتى يمكنه من إجراء القياس السليم دون التأثر بهذه العوامل الخارجية.

يمكن تلخيص أهم المواصفات في أجهزة القياس الكهربائية فيما يلي:

- الوفاء: نقول عن الجهاز أنه وفي إذا كانت نتيجة القياس هي نفسها من أجل نفس التجربة.
- العدل: نقول عن الجهاز أنه عادل إذا كان الفرق بين القياس الذي يشير إليه الجهاز والقيمة الدقيقة (الغير معروفة) لا يتجاوز قيمة الارتياب المتوقع.
- الحساسية: عبارة عن أصغر اختلاف في القياس يمكن لجهاز القياس أن يتحسَّس قيمته.

من هذا المنطلق، فإنّ أي جهاز قياس كهربائي قد يتأثر لا محالة بهذه العوامل الخارجية وينتج عنه أخطاء القياس.

### 2.2 أخطاء القياس

يتم تمييز نوعين من أخطاء القياس في أجهزة القياس الكهربائية وهما الأخطاء المنهجية والأخطاء العشوائية.

#### 1.2.2 الأخطاء المنهجية:

الخطأ المنهجي هو عبارة عن خطأ ثابت وقابل للتكرار ولا يمكن تحييده حيث تنتج نفس قيمة الخطأ عند تكرار نفس التجربة. يرجع حدوث هذا الخطأ للأسباب التالية:

- الطاقة المستهلكة في الجهاز: بما أنه يتم ربط جهاز القياس في الدارة الكهربائية، وعليه سيتم حتمًا اقتطاع جزء من الطاقة المنتجة في الدارة لتشغيل الجهاز في حد ذاته.
- ضبط المعايير: كما يحدث هذا النوع من الخطأ في حالة عدم اختيار المعايير المناسبة أو خلل في قراءة القياس بالنسبة للأجهزة التماثلية.
- خطأ الإزاحة: هو نوع من الأخطاء المنهجية حيث لا يتم تعيين الجهاز عند الصفر عندما تبدأ في القياس. وعليه، إذا لم يتم ضبط جهاز القياس في حالة الراحة بشكل صحيح، ستحتوي جميع القراءات في هذه الحالة على خطأ تعويض.
- أخطاء عامل المقياس: تتناسب هذه أخطاء مع القياس الحقيقي. على سبيل المثال ، فإن شريط القياس الممتد إلى 101٪ من حجمه الأصلي سيعطي باستمرار نتائج بنسبة 101٪ من القيمة الحقيقية.

#### 2.2.2 الأخطاء العشوائية:

من خلال ما سبق، فإنّ الأخطاء المنهجية تكون دومًا ثابتة من أجل نفس التجربة. في المقابل، تُنتِج الأخطاء العشوائية قيمًا مختلفة في اتجاهات عشوائية حيث لا يمكن التنبؤ بها ولا يمكن تكرارها بتكرار نفس التجربة مرة أخرى. عادةً لا يمكن تجنب هذه الأخطاء نتيجة لعوامل داخلية وخارجية كثيرة، من بينها تأثير درجة الحرارة حيث نعلم أنّ العناصر الكهربائية تتأثر بشدة لتغيرات درجة الحرارة. قد تتأثر أجهزة القياس كذلك بالرطوبة العالية وكذا وجود مجال كهرومغناطيسي عالي التركيز. وعليه، يمكن التقليل من مقدار الخطأ العشوائي عن طريق استخدام قياس متوسط من مجموعة من القياسات كما سيتم التطرق إليه لاحقًا في هذا الفصل.

### 3.2 تقييم أخطاء القياس

عادةً، يتم تقييم أخطاء القياس باستعمال إحدى الطريقتين التاليتين:

- الخطأ المُطلق: هو مقياس لمدى بُعد كمية القياس عن القيمة الحقيقية أو تعبير عن ارتياب في القياس. وعليه فإنّ الخطأ المطلق يُعبِّر عن الفرق باستعمال القيمة المُطلقة بين الكمية المُقاسة والكمية المرجعية كما يلي

$$\Delta G = \left| G_{mes} - G_{ref} \right| \tag{2.2}$$

- الخطأ النسبي: تحتاج أولاً إلى تحديد الخطأ المطلق لحساب الخطأ النسبي حيث يُعبِّر هذا الأخير عن حجم الخطأ المطلق مقارنة بالحجم الإجمالي للكمية المُقاسة. يتم التعبير عن الخطأ النسبي بواسطة كسر بدون وحدة قياس كما يلي

$$\delta G = \frac{\Delta G}{G_{ref}} \tag{3.2}$$

كما يمكن التعبير على الخطأ النسبي كنسبة مئوية على النحو التالي

$$\delta G(\%) = \frac{\Delta G}{G_{ref}} \times 100 \tag{4.2}$$

### 4.2 مُعالجة أخطاء القياس

بصفة عامة، يتم تقييم أخطاء القياس من خلال مقارنة القيمة المُقاسة بقيمة مرجعية يمكن اعتبارها "صحيحة". لكن في بعض القياسات قد لا تتوفر قيمة مرجعية للمقارنة وعليه لا يمكن معرفة القيمة الدقيقة للكمية المُقاسة. في هذه الحالة يتم استعمال مُصطلح الارتياب لتحديد أخطاء القياس.

فيما يلي نستعرض كيفية مُعالجة أخطاء القياس في حال عدم توافر القيمة المرجعية وذلك بالاعتماد إما على المعادلات التفاضلية (المُعالجة المُباشرة) من أجل قياس وحيد أو من خلال العمليات الاحصائية (المُعالجة الغير المُباشرة) من أجل عدة قياسات.

#### 1.4.2 المُعالجة المُباشرة لأخطاء القياس

يتم حساب الارتياب باستعمال المعادلة التفاضلية الموافقة للدالة الرياضية قيد الدراسة. بفرض أنّ كمية القياس مُعطاة بالدالة $G = f(x, y, z, \ldots)$. وعليه، يتم التعبير على التفاضل $dG$ بدلالة التفاضلات الجزئية $dx, dy, dz$ على النحو التالي:

$$dG = \frac{\partial G}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial G}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial G}{\partial z} \cdot dz + \cdots \tag{5.2}$$

حيث أنّ $\frac{\partial G}{\partial x}, \frac{\partial G}{\partial y}, \frac{\partial G}{\partial z}$ تُعبِّر عن المشتقة عند كل متغير.

بقسمة طرفي العبارة (5.2) على الدالة $G = f(x, y, z, \ldots)$ نجد أنّ

$$\begin{aligned} \frac{dG}{G} &= \left( \frac{\partial G}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial G}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial G}{\partial z} \cdot dz + \cdots \right) \times \frac{1}{G} \\ &= \left( \frac{\partial G}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial G}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial G}{\partial z} \cdot dz + \cdots \right) \times \frac{1}{f(x, y, z, \ldots)} \end{aligned} \tag{6.2}$$

عند استبدال التفاضلات الجزئية بحدودها العليا بدلالة الارتياب $\Delta$، نتحصل على صيغة الارتياب النسبي للدالة G كما يلي:

$$\frac{\Delta G}{G}=\left(\left|\frac{\partial G}{\partial x}\right|\cdot\Delta x+\left|\frac{\partial G}{\partial y}\right|\cdot\Delta y+\left|\frac{\partial G}{\partial z}\right|\cdot\Delta z+\cdots\right)\times\frac{1}{f(x,y,z,\ldots)} \qquad (7.2)$$

والذي يكون دائمًا موجبًا. وعليه، يتم التعبير عن نتيجة القياس بالصيغة التالية:

$$\boxed{G=g\pm\Delta G} \qquad (8.2)$$

حيث أنّ g تُعبِّر عن القيمة العددية لكمية القياس.

مثال 1: حساب نتيجة القياس للدالة التالية

$$G=\frac{(x+y)w}{z} \qquad (9.2)$$

بفرض أنّ $x=5$، $y=0.5$، $z=10$ و $w=0.0$ وأنّ الارتياب النسبي لكل متغير مُعطى بنسب مئوية 0.2%، 2%، 0.2%، و 0.2%، على التوالي،

الحل: من خلال العبارة (6.2)، نجد أنّ

$$\begin{aligned}\frac{dG}{G}&=\left(\frac{w}{z}\cdot dx+\frac{w}{z}\cdot dy-\frac{(x+y)w}{z^2}\cdot dz+\frac{x+y}{z}\cdot dw\right)\times\frac{1}{\frac{(x+y)w}{z}}\\&=\frac{dx}{x+y}+\frac{dy}{x+y}-\frac{dz}{z}+\frac{dw}{w}\end{aligned} \qquad (10.2)$$

ومنه نتحصل على الارتياب النسبي من خلال العبارة (7.2) كما يلي

$$\frac{\Delta G}{G}=\Delta x\left|\frac{1}{x+y}\right|+\Delta y\left|\frac{1}{x+y}\right|+\Delta z\left|-\frac{1}{z}\right|+\Delta w\left|\frac{1}{w}\right|=\frac{\Delta x}{x+y}+\frac{\Delta y}{x+y}+\frac{\Delta z}{z}+\frac{\Delta w}{w} \qquad (11.2)$$

حيث $\frac{\Delta x}{x}=0.2\%$، $\frac{\Delta y}{y}=2\%$، $\frac{\Delta z}{z}=0.2\%$ و $\frac{\Delta w}{w}=0.2\%$. ومنه نستنتج عبارتي $\Delta x$ و $\Delta y$ كما يلي

$$\frac{\Delta x}{x}=0.2\% \Rightarrow \Delta x=0.002\times5=0.01,\quad \frac{\Delta y}{y}=2\% \Rightarrow \Delta y=0.02\times0.5=0.01 \qquad (12.2)$$

بالتعويض في العبارة (11.2)، نتحصل على قيمة الارتياب النسبي كما يلي

$$\frac{\Delta G}{G}=\frac{\Delta x}{x+y}+\frac{\Delta y}{x+y}+\frac{\Delta z}{z}+\frac{\Delta w}{w}=\frac{0.01}{5+0.5}+\frac{0.01}{5+0.5}+0.002+0.002\approx0.8\% \qquad (13.2)$$

كما يتم استنتاج قيمة الارتياب المُطلق على النحو التالي

$$\frac{\Delta G}{G}\approx0.8\% \Rightarrow \Delta G\approx0.008\times G\approx0.008\times5.5\times10^{-3}=0.044\times10^{-3} \qquad (14.2)$$

وفي الأخير، يتم التعبير عن نتيجة القياس بالصيغة العلمية التالية

$$G=(5.5\pm0.044)\times10^{-3} \qquad (15.2)$$

مثال 2: حساب الارتياب النسبي للدالة التالية

$$X = (2u+1)\cdot\sqrt[3]{\frac{v}{w^2}} \qquad (16.2)$$

الحل: يمكن إعادة صياغة الدالة كما يلي

$$X = (2u+1)v^{1/3}w^{-2/3} \qquad (17.2)$$

بالاعتماد على العبارة (6.2) نجد أنّ

$$\frac{dX}{X} = \left(2v^{1/3}w^{-2/3}du + \frac{1}{3}(2u+1)v^{-2/3}w^{-2/3}dv + \frac{-2}{3}(2u+1)v^{1/3}w^{-5/3}dw\right)\times\frac{1}{(2u+1)v^{1/3}w^{-2/3}}$$

$$= \frac{2du}{2u+1} + \frac{1}{3}\frac{dv}{v} + \frac{-2}{3}\frac{dw}{w} \qquad (18.2)$$

ونتحصل على الارتياب النسبي من خلال العبارة (7.2) على النحو التالي

$$\frac{\Delta X}{X} = \Delta u\left|\frac{2}{2u+1}\right| + \frac{1}{3}\Delta v\left|\frac{1}{v}\right| + \frac{2}{3}\Delta w\left|\frac{1}{w}\right| \qquad (19.2)$$

حيث يتم نزع القيمة المطلقة حسب القيمة العددية (موجبة أو سالبة) لكل متغير.

### 2.4.2 المُعالجة الغير مُباشرة لأخطاء القياس

يتم الاعتماد على طريقة المُعالجة الغير مُباشرة لحساب الارتياب عندما تتوافر إمكانية إعادة إجراء التجربة لعدة مرات. في هذه الحالة، يتم اللجوء إلى العمليات الاحصائية من خلال حساب متوسط القياس، متوسط أخطاء القياسات، وكذا متوسط خطأ القياس الكلي. وعلى هذا الأساس، يمكن التعبير عن نتيجة القياس بالاعتماد على نتائج المتوسطات المتحصل عليها.

لنفرض أن $(G_1, G_2, \ldots, G_N)$ عبارة عن مجموعة قياسات لتجربة ما. وعليه، يتم حساب الارتياب على النحو التالي:

- متوسط القياس: يتم حساب متوسط القياس باستعمال العبارة التالية

$$\bar{G} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} G_j \qquad (20.2)$$

- متوسط أخطاء القياسات: يتم حساب متوسط خطأ القياس من أجل كل قياس كما يلي

$$\Delta G_j = \left|G_j - \bar{G}\right|, \quad j = 1,2,\ldots,N \qquad (21.2)$$

- متوسط خطأ القياس الكلي: يتم استنتاج خطأ القياس الكلي من خلال العبارة التالية

$$\Delta\bar{G} = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{j=1}^{N}\Delta G_j^2} \qquad (22.2)$$

وعليه، يتم التعبير عن نتيجة القياس بالصيغة التالية:

$$\boxed{G = \bar{G} \pm \Delta\bar{G}} \qquad (23.2)$$

مثال 1: حساب نتيجة القياس بالنسبة لنتائج التجربة التالية

| التجربة | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| القياس | 0.752 | 0.756 | 0.752 | 0.751 | 0.760 |

الحل: يتم حساب متوسط القياس باستعمال العبارة (20.2)

$$\bar{G} = \frac{1}{5}(0.752 + 0.756 + 0.752 + 0.751 + 0.760) = 0.754 \tag{24.2}$$

كما يتم حساب متوسط خطأ القياس من أجل كل قياس كما يلي

$$\begin{aligned} \Delta G_1 &= \left|0.754 - 0.752\right| = 2\times10^{-3} \\ \Delta G_2 &= \left|0.754 - 0.756\right| = 2\times10^{-3} \\ \Delta G_3 &= \left|0.754 - 0.752\right| = 2\times10^{-3} \\ \Delta G_4 &= \left|0.754 - 0.751\right| = 3\times10^{-3} \\ \Delta G_5 &= \left|0.754 - 0.760\right| = 6\times10^{-3} \end{aligned} \tag{25.2}$$

وعليه، يتم استنتاج خطأ القياس الكلي من خلال العبارة التالية

$$\begin{aligned} \Delta\bar{G} &= \sqrt{\frac{1}{4}[(2\times10^{-3})^2 + (2\times10^{-3})^2 + (2\times10^{-3})^2 + (3\times10^{-3})^2 + (6\times10^{-3})^2]} \\ &= 0.003774 \approx 0.0038 \end{aligned} \tag{26.2}$$

وعليه، يتم التعبير عن نتيجة القياس على النحو التالي

$$G = 0.754 \pm 0.0038 \tag{27.2}$$

مثال 2: حساب نتيجة القياس بالنسبة لنتائج التجربة التالية

| التجربة | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| القياس | 10.07 | 10.02 | 10.01 | 10.06 | 10.04 |

الحل: جميع النتائج المتحصل عليها في الجدول أدناه.

| التجربة | القياس | القيمة المتوسطة | متوسط أخطاء القياسات | متوسط خطأ القياس الكلي | نتيجة القياس |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 10.07 | 10.04 | 0.03 | 0.02549 ≈ 0.0255 | $G = 10.04 \pm 0.0255$ |
| 2 | 10.02 | | 0.02 | | |
| 3 | 10.01 | | 0.03 | | |
| 4 | 10.06 | | 0.02 | | |
| 5 | 10.04 | | 0.00 | | |

## 5.2 معايرة أجهزة القياس Calibration

إنّ معايرة جهاز القياس هي عبارة عن عملية ضبط الجهاز من خلال تطبيق تصحيحات منهجية من أجل التقليل من الارتياب المرتبط بالقياسات. وعلى هذا الأساس، يتم تعديل أجهزة القياس وذلك بإجراء مجموعة من العمليات الاختبارية باستعمال أجهزة معايرة مخصصة لهذا الغرض تُعرف بمصطلح Multi-Product Calibrator. يسمح هذا النوع من الأجهزة بمُعايرة مجموعة متنوعة من أجهزة القياس الكهربائية بما فيها جهاز القياس المتعددة الوظائف Multimeter ، راسم الاهتزازات Oscilloscope، مسجلات الرسم البياني، الميزان الالكتروني، وغيرها من الأجهزة الرقمية.

الشكل التالي يوضح جهاز مُعايرة Multi-Product Calibrator لشركة Fluke.


الشكل 1.2. جهاز مُعايرة Multi-Product Calibrator لشركة Fluke الطراز 5502A.

يتميز هذا الجهاز بالمواصفات التالية:

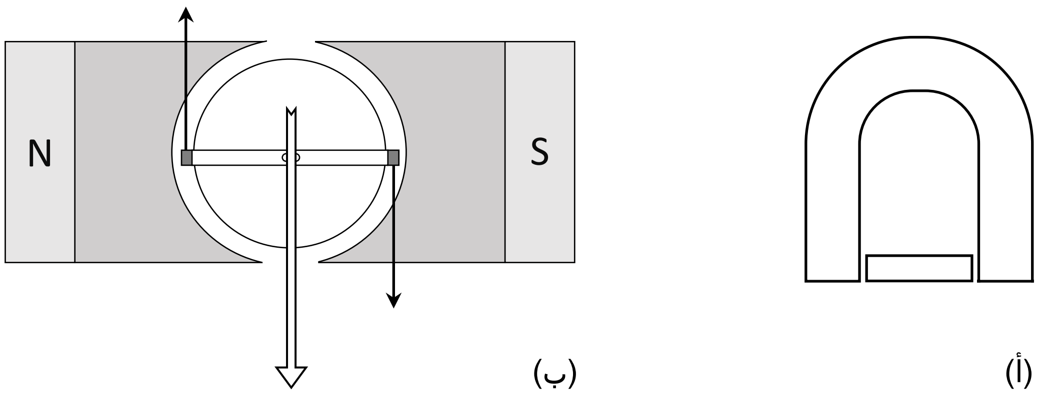
| الوظيفة | المجال | الوظيفة | المجال |
|---|---|---|---|
| الجهد المُستمر | 0 إلى ±1020V | المُكثفة | 220pF إلى 110mF |
| التيار المُستمر | 0 إلى 20.5A | الاستطاعة | 0 إلى 20.9kW |
| الجهد المُتناوب | 1mV إلى 1020V<br>10Hz إلى 500kHz | مُراقبة الطور | 0.01° |
| الجهد المُتناوب × التردد | 1000V@ 10kHz/330 V@ 100kHz | درجة الحرارة | −250°C إلى 2316°C |
| التيار المُتناوب | 29µA إلى 20.5A<br>10Hz إلى 30kHz | وسائط التواصل الخارجي | RS-232 و IEEE 488 |
| نوع الموجات | جيبية، مُربعة، مثلثية | الارتياب على التردد | < 25 جزء في المليون |
| المُقاومة | 0 إلى 1100MΩ | مُعايرة جهاز رسم الاهتزازات | اختياري |

### 7.2 الطُرُق الرئيسية للقياس الكهربائي

بصفة عامة، يتم استعمال عدة طُرُق من أجل القياس الكهربائي حيث يعتمد مبدأ عمل كل طريقة قياس على كيفية إجراء القياس لتحديد كمية القياس المطلوب. فيما يلي نستعرض مبدأ عمل أهم طُرُق القياس الكهربائي.

#### 1.7.2 طريقة انحراف الإبرة

إنّ طريقة القياس التي تعتمد على مبدأ انحراف الإبرة هي من بين أكثر طُرُق القياس شيوعًا حيث يرتكز مبدأ العمل على قاعدة دوران اللف الناقل للتيار تحت تأثير المجال المغناطيسي (الجدول 6.2) مع إدخال بعض التعديلات كما سيتم التطرق إليه في الفصل 4. الشكل 2.2 يُوضح التمثيل البياني لطريقة انحراف الإبرة.



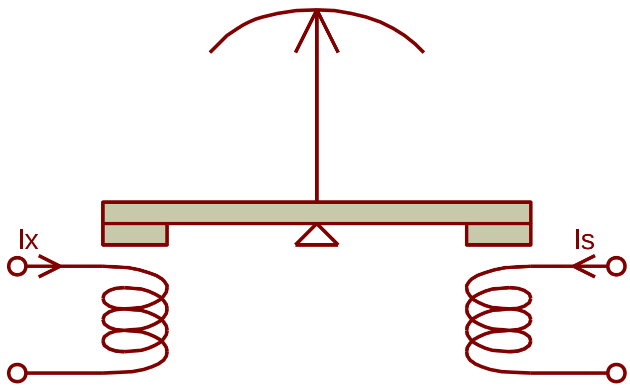

الشكل 2.2. جهاز القياس بالاعتماد على طريقة انحراف الإبرة.(أ) رمز هذا النوع من الأجهزة. (ب) مبدأ العمل.

وعليه، يتم تحديد كمية القياس من خلال القراءة المباشرة لانحراف إبرة جهاز القياس المعني حيث يتم استخدام على سبيل المثال جهاز voltmeter لقياس فرق الكمون أو الجُهد وجهاز wattmeter لقياس الاستطاعة الكهربائية. كما يتم استنتاج كمية القياس من خلال القراءة الغير مباشرة باستعمال أجهزة قياس مُرافقة مثلما هو الحال من أجل الاستطاعة الكهربائية وذلك من خلال اللجوء إلى كل من جهاز voltmeter و ammeter.

#### .2.7.2 طريقة الصفر

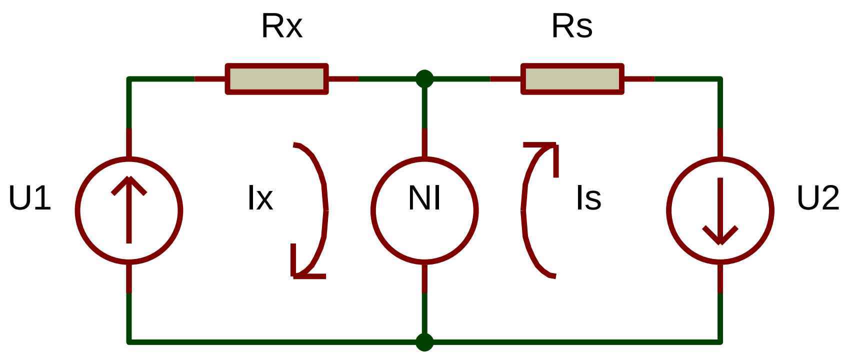
إحدى طُرُق القياس الغير المُباشر تعتمد على مُقارنة القيمة المُقاسة مع قيمة مرجعية أو ما يُسمى طريقة الصفر. فيما يلي نستعرض مبدأين للقياس الغير مباشر بالاعتماد على هذه الطريقة وهما مبدأ المُوازنة ومبدأ المُقارنة.

.1.2.7.2 مبدأ الموازنة : يعتمد القياس على مبدأ عمل الميزان حيث تكون القيمة المرجعية في كفة والقيمة المُراد قياسها في الكفة المقابلة. الشكل 3.2 يوضح كيفية قياس التيار حيث يتم توصيل تيار القياس Ix على كفة والتيار المرجعي Is على الكفة المُقابلة. وعليه، فإنّ مرور التيار الكهربائي Ix في لفات الكفة اليُسرى يتسبب في إنشاء حقل مغناطيسي مِما يسمح بانجذاب الإبرة المغناطيسية في جهة الكفة Ix. في المُقابل، يتم موازنة الميزان وذلك بالاعتماد على نفس الآلية من جهة الكفة المُقابلة بتعديل قيمة التيار المرجعي $I_s$ من أجل بلوغ حالة التوازن، والتي يكون المؤشر عندها في موضع الصفر من جديد.




الشكل 3.2. القياس الكهربائي باستعمال مبدأ المُوازنة.

2.2.7.2. مبدأ المُقارنة : لا يختلف كثيراً مبدأ طريقة القياس في هذه الحالة عن سابقتها حيث أنّ المُقارنة بالمعنى الضيق تستخدم مفهوم النسبة بين القيمة المرجعية مع القيمة المُقاسة. الشكل 4.2 يوضح مثال دارة بسيطة للقياس بالاعتماد على مبدأ المُقارنة، حيث تسمح هذه الدارة من استنتاج قيمة المقاومة المجهولة Rx باستعمال مقاومة Rs ، مصدري جهد وجهاز قياس.




الشكل 3.2. القياس الكهربائي باستعمال مبدأ المُقارنة.

حيث أنّ NI عبارة عن جهاز قياس التيار.
يتحقق توازن الدّارة عند تساوي التيارين Ix و Is، أي أنّ

$$Ix - Is = 0 \tag{28.2}$$

يمكن تحقيق حالة التوازن هذه عن طريق تغيير الجهد U1 أو U2 حتى يُشير جهاز قياس التيار إلى الصفر. وعليه، يمكن مُباشرةً استنتاج النسبة التالية

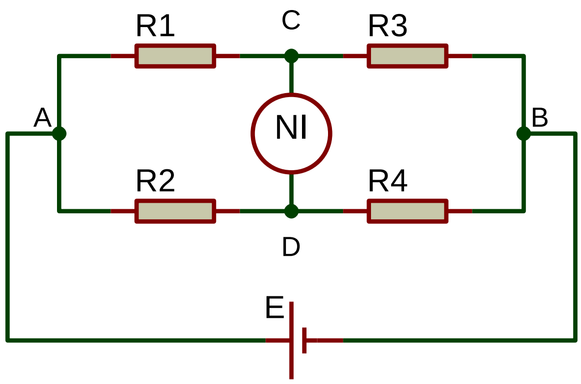
$$Ix - Is = 0 \Rightarrow \frac{U1}{Rx} - \frac{U2}{Rs} = 0 \tag{29.2}$$

عندئذٍ يتم تحديد قيمة المقاومة المجهولة Rx كما يلي

$$Rx = \frac{U1}{U2} Rs \tag{30.2}$$

كما يمكن ادخال تحسينات على الدارة السابقة قصد الحصول على نتائج قياس أكثر دقة، أو ما يُعرف باسم دارة الجسر لاستنتاج كمية القياسات.

أ- جسر القياس في دارة DC : كانت جسور القياس تُستخدم على نطاق واسع لقياس المقاومة، الممانعة ، وكذا الترددات حتى عام 1975مع ظهور المُعالجات الدقيقة. ومع ذلك،لا يزال جسر القياس مستخدماً في العديد من التطبيقات. الشكل التالي يُوضح الشكل العام لجسر القياس في دارة DC.




الشكل 3.2. الشكل العام لجسر القياس في دارة DC.

حيث تتكون الدارة من :

- مصدر جُهد مُستمر ؛
- أربع فروع تحتوي على أربع مُقاومات حيث أحد هذه المُقاومات مجهولة القيمة (R4 فرضاً)، أحد هذه المُقاومات معلومة ومتغيرة القيمة (R2 فرضاً)، و المُقاومات المُتبقية معلومة وثابتة القيمة (R1 و R3 فرضاً)،
- فرع رابط بين النقطتين CD يحتوي على جهاز قياس التيار الضعيف (في حدود $\mu A$).

بالاعتماد على قانون كيرشوف، نستنتج ما يلي فيما يخص التيارات:

$$\begin{aligned} I &= i_1 + i_2 = i_3 + i_4 \\ i_1 &= i_{CD} + i_3 \\ i_4 &= i_{CD} + i_2 \end{aligned} \tag{31.2}$$

ونستنتج فرق الكمون كما يلي

$$\begin{aligned} V_1 = -V_{CD} + V_2 &\Rightarrow R_1 i_1 = -V_{CD} + R_2 i_2 \\ V_3 = V_{CD} + V_4 &\Rightarrow R_3 i_3 = V_{CD} + R_4 i_4 \end{aligned} \tag{32.2}$$

وعليه، يمكن تحقيق حالة التوازن عن طريق تغيير المُقاومة $R_4$ حتى يُشير جهاز قياس التيار إلى الصفر ($i_{CD} = 0$). وبما أنّ الفرع CD يحتوي على جهاز قياس، أي أنّ $V_{CD} = r_{NI} \times i_{CD}$ ($r_{NI}$ تُعبِّر عن المُقاومة الداخلية للجهاز)، ومنه $V_{CD} = 0$.

بتعويض النتيجتين في العبارات (31.2) و (32.2)، نستنتج العلاقة بين التيارات التالية

$$i_1 = i_3 \; ; \; i_4 = i_2 \tag{33.2}$$

ونستنتج ما يلي فيما يخص فرق الكمون:

$$R_1 i_1 = R_2 i_2 \; ; \; R_3 i_3 = R_4 i_4 \tag{34.2}$$

ومنه

$$\frac{R_1 i_1}{R_3 i_3} = \frac{R_2 i_2}{R_4 i_4} \Rightarrow \frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4} \quad (35.2)$$

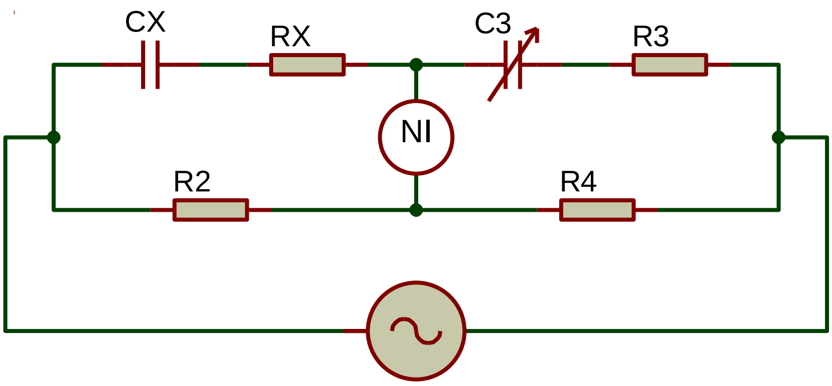
في الأخير نجد أنّ

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \quad (36.2)$$

حيث يتم استنتاج مُباشرة قيمة المُقاومة المجهولة $R_4$ كما يلي

$$R_4 = \frac{R_2 R_3}{R_1} \quad (37.2)$$

ب- جسر القياس في دارة AC : في هذه الحالة، يتم تعويض مصدر الجُهد المُستمر بآخر متناوب كما يتم استبدال المُقاومات بمُمانعات تحتوي على مكثفات أو وشيعات، مع العلم أنّ مُمانعة كل عنصر مُعطاة في الحالة الحقيقية (دون إهمال المقاومة الداخلية).




الشكل 4.2. جسر لقياس المكثفة في دارة AC.

من خلال الشكل 4.2، لدينا المُمانعات التالية

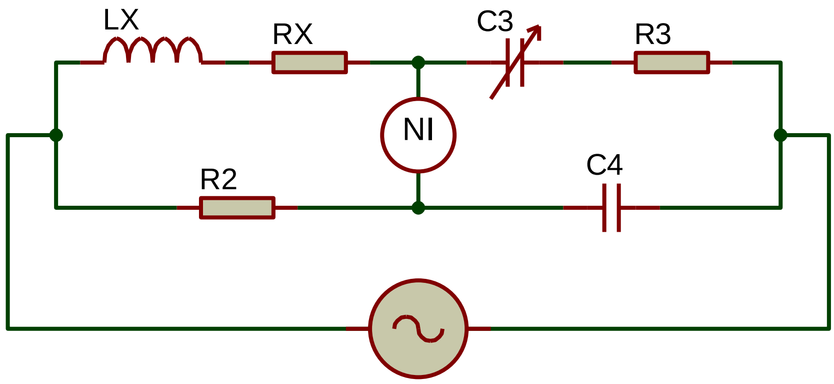
$$Z_x = R_x + \frac{1}{jC_x\omega} \ , \ Z_2 = R_2 \ , \ Z_3 = R_3 + \frac{1}{jC_3\omega} \ , \ Z_4 = R_4 \quad (38.2)$$

عند توازن جسر القياس، نستنتج أنّ

$$\begin{aligned} & Z_x Z_4 = Z_2 Z_3 \Rightarrow \left(R_x + \frac{1}{jC_x\omega}\right)R_4 = R_2\left(R_3 + \frac{1}{jC_3\omega}\right) \\ & \Rightarrow R_x R_4 - j\frac{R_4}{C_x\omega} = R_2 R_3 - j\frac{R_2}{C_3\omega} \end{aligned} \quad (39.2)$$

من خلال خصائص الأعداد المُركبة، نستنتج ما يلي

$$\begin{cases} R_x R_4 = R_2 R_3 \\ \dfrac{R_4}{C_x\omega} = \dfrac{R_2}{C_3\omega} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_x = \dfrac{R_2 R_3}{R_4} \\ C_x = \dfrac{R_4}{R_2} C_3 \end{cases} \quad (40.2)$$




الشكل 5.2. جسر لقياس الوشيعة في دارة AC.

من خلال الشكل 5.2، لدينا المُمانعات التالية

$$Z_x = R_x + jL_x\omega \ , \ Z_2 = R_2 \ , \ Z_3 = R_3 + \frac{1}{jC_3\omega} \ , \ Z_4 = \frac{1}{jC_4\omega} \qquad (1.2)$$

عند توازن جسر القياس، نستنتج أنّ

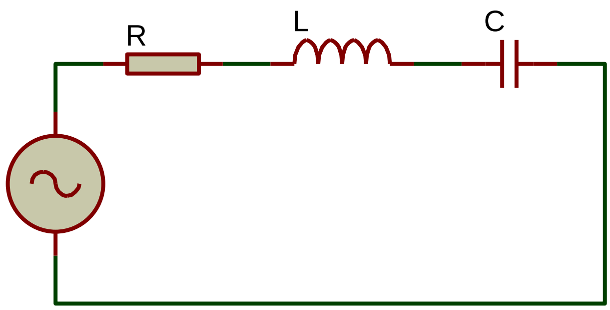
$$\begin{aligned} & Z_x Z_4 = Z_2 Z_3 \Rightarrow (R_x + jL_x\omega)\frac{1}{jC_4\omega} = R_2\left(R_3 + \frac{1}{jC_3\omega}\right) \\ & \Rightarrow \frac{L_x}{C_4} - j\frac{R_x}{C_4\omega} = R_2R_3 - j\frac{R_2}{C_3\omega} \end{aligned} \qquad (2.2)$$

من خلال خصائص الأعداد المُركبة، نستنتج ما يلي

$$\begin{cases} \dfrac{R_x}{C_4\omega} = \dfrac{R_2}{C_3\omega} \\ \dfrac{L_x}{C_4} = R_2R_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_x = \dfrac{C_4}{C_3}R_2 \\ L_x = R_2R_3C_4 \end{cases} \qquad (3.2)$$

### 3.7.2. طريقة الرنين

الرنين عبارة عن ظاهرة فيزيائية قد تحدث في عدة أنظمة بما فيها حركة الكواكب، الأعمدة الهوائية، الميكانيك، الكهرباء وغيرها. تحدث هذه الظاهرة في الدارات الكهربائية ذات التيار المتناوب التي تحتوي على الأقل على مقاومة R، وشيعة L ومكثفة C على التسلسل كما هو موضح في الشكل أدناه.




الشكل 3.2. دارة التيار المُتناوب RLC على التسلسل.

يتم التعبير على مُمانعة المكثفة والوشيعة كما يلي

$$Z_R = R,\ Z_L = jL\omega,\ Z_C = \frac{1}{jC\omega} \tag{1.2}$$

وعليه فإنّ مُمانعة الدارة هي

$$Z = Z_R + Z_L + Z_C = R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) \tag{2.2}$$

من خلال العبارة (32.2)، نستنتج وجود حالة وحيدة ينعدم فيها الجزء التخيلي حيث تتساوى عندها مُمانعة المُكثفة مع مُمانعة الوشيعة $Z_L = Z_C$. وعليه، نستنتج الخصائص التالية في حالة الرنين:

- التيار والجهد على نفس الطور $V = V_o \sin\omega t$ , $I = I_o \sin\omega t$ ؛
- طويلة المُمانعة $Z = |Z| = R$ ؛
- الجُهد بين طرفي الوشيعة = الجُهد بين طرفي المكثفة $V_L = V_C$ ؛
- النبض $\omega_r = 1/\sqrt{LC}$ والتردد $f_r = 1/(2\pi\sqrt{LC})$ ؛
- القيمة العُظمى للتيار $I_o = V_o / Z = V_o / R$ ؛
- القيمة العُظمى للاستطاعة $P = V_{RMS}^2 / Z = V_{RMS}^2 / R$ .

في هذه الحالة، تكون الدارة شبيهة بحالة دارة بدلالة مقاومة فقط ، حيث أنّه يتم تفرغ كل كمية الشحنات المخزنة في المُكثفة في الوشيعة خلال نصف نوبة الأولى ويتم تفرغ كل كمية الشحنات المخزنة في الوشيعة بدورها في المُكثفة خلال نصف نوبة الثانية. غالبًا ما يتم استعمال هذا النوع من الدّارات لاستنتاج كمية القياس لأحد عناصر الدارة بدلالة بقية العناصر، أو ما يُسمى Q-meter .

# الفصل الثالث. أجهزة القياس الكهربائي

## مقدمة

كانت أجهزة القياس التماثلية في السابق أكثر الأجهزة استعمالاً في القياس الكهربائي وذلك لتميُّزها بالبساطة والموثوقية، غير أنّ هذا النوع من أجهزة القياس يتطلب معاينة القياس عن كثب لقراءة القيمة المُشار إليها وذلك لعدم توفرها على إشارة مخرج كهربائية. بالإضافة إلى ذلك، فإنّها تعتمد بشكل أساسي على الأجزاء الميكانيكية المتحركة والتي تكون حسّاسة للصدمات، الشيخوخة أو التآكل. وعليه، فقد تمّ استبدال هذه الأجهزة بالأجهزة الرقمية لإجراء القياسات الدقيقة وذلك لتوفرها على عدّة مزايا مثل الرقمنة، الحفظ وإرسال القياس. ولكن نظرًا لتعقيدات التركيبة الداخلية لِأجهزة القياس الرقمية وبعض العوامل الأخرى، فإنّ أجهزة القياس التماثلية لا تزال محل اهتمام إلى يومنا هذا.

## 1.3 أجهزة القياس الكهرومغناطيسية التماثلية

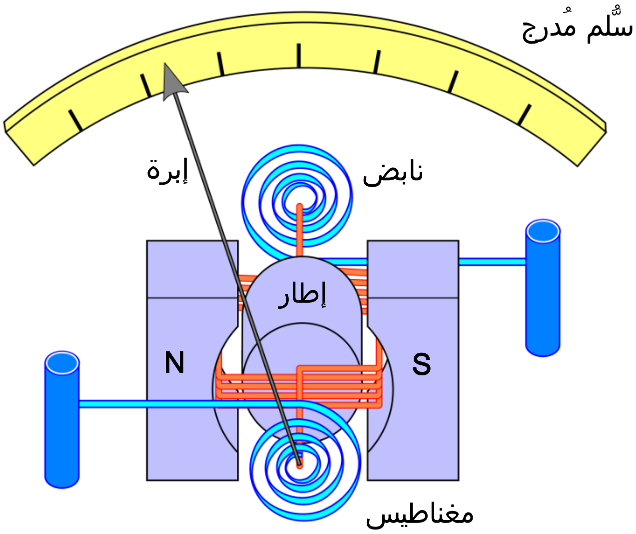
فيما يلي نستعرض التركيبة الداخلية لأهم أجهزة القياس الكهرومغناطيسية التماثلية بما فيها جهاز Galvanometre لقياس شدة التيار الصغيرة جدًا (في حدود $500\,\mu A$)، جهاز Ammetre لقياس شدة التيار المتوسطة والمرتفعة (في حدود $1mA - 10\,A$)، جهاز Voltmetre لقياس فرق الكمون (V)، وجهاز Wattmetre لقياس الاستطاعة الكهربائية (W).

### 1.1.3 جهاز Galvanometer لقياس شدة التيار

تمت تسمية الجهاز نسبةً إلى العالم الفيزيائي الايطالي Luigi Galvani (1737 – 1798) حيث تمّ تصنيع أول جهاز قياس Galvanometer سنة 1820 والذي يسمح بقياس شدة التيار الصغيرة جداً بالاعتماد على العلاقات الكهرومغناطيسية العامة كما سيتم التفصيل فيه لاحقًا.

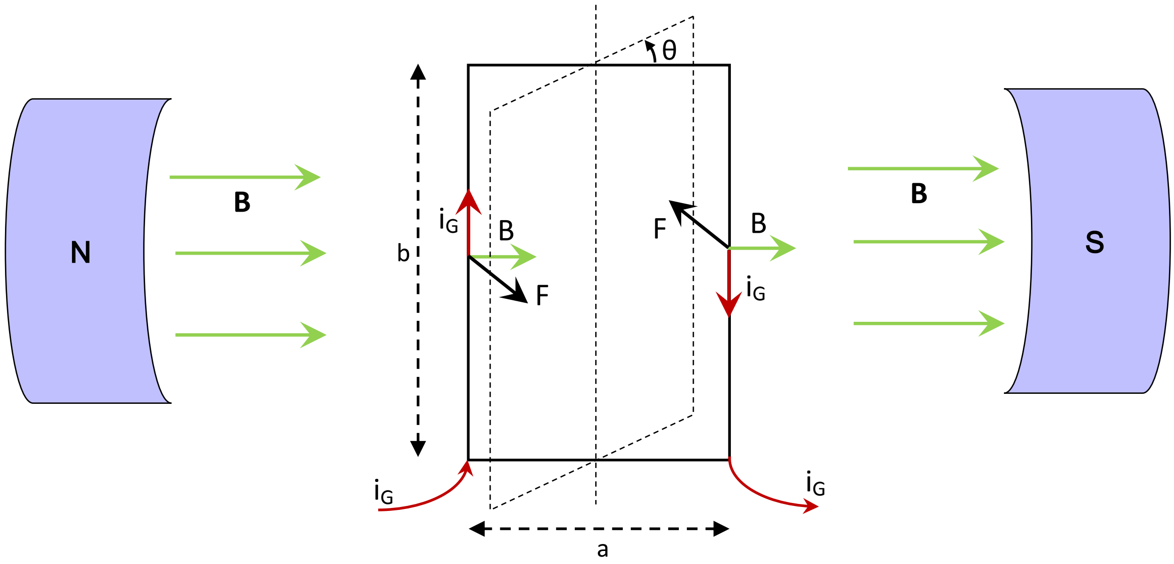
#### 1.1.1.3 التركيبة الداخلية للجهاز

يُوضّح الشكل أدناه الهيكل العام لجهاز القياس Galvanometer التناظري.




الشكل 1.3. الهيكل العام لجهاز Galvanometer.

من خلال الشكل 1.3، نلاحظ أنّ جهاز القياس Galvanometer يتكون من إطار متحرك (الاسطوانة) يدور حول محور دوران ومغمور في المجال المغناطيسي لمغناطيس دائم. يتم تثبيت إبرة على الإطار وذلك لقراءة القيمة من خلال سُلّم التدريجات. النابضين من أمام وخلف الإطار لديهما مهمة تثبيت الجزء المتحرك عند قيمة محددة في السُّلم تحت تأثير التيار الكهربائي وكذلك مهمة إرجاع الإطار إلى وضعية السكون في حال عدم وجود التيار. الشكل 2.3 التالي يُوضّح التركيبة الداخلية للإطار المتحرك.




الشكل 2.3. الهيكل الداخلي لجهاز Galvanometer .

يعتمد مبدأ عمل جهاز القياس Galvanometer على ما يلي: يؤدي تدفق التيار الكهربائي من خلال الإطار الموضوع في المجال المغناطيسي إلى توليد عزم دوران بصفة مستمرة، غير أنّ نابضي الارجاع لديهما مهمة توقيف الحركة عند قيمة محددة. يُشير السهم المرفق بالإبرة إلى زاوية الدوران والتي تتناسب مع قيمة التيار المتدفق، حيث يتم وضع سُلّم مُدرج خلف الإبرة لتحديد قيمة التيار المتدفق من خلال الخصائص الداخلية للجهاز.

### 2.1.1.3 قانون حركة الإطار

الهدف هو تحديد معادلة حركة الإطار المتحرك بدلالة الخصائص الداخلية حيث أنّ هذه الخصائص مُحدّدة كما يلي:

- $b$ ، $a$ : طول وعرض الإطار، على التوالي؛
- $N$ : عدد لفات السلك الناقل حول الإطار؛
- $B$ : الحقل المغناطيسي ؛
- $i_G$ : التيار المار في الإطار ؛
- $k$ : ثابت إرجاع النوابض ؛
- $\theta$ : مقدار انحراف الإبرة عن موضع التوازن.

بناءاً على قانون نيوتن، لدينا

$$\sum \vec{M} = J\vec{\ddot{\theta}} \tag{1.3}$$

حيث أنّ $\sum \vec{M}$ تُعبِّر عن مجموع العزوم، الرمز J عبارة عن عزم العطالة و $\vec{\ddot{\theta}}$ التسارع الزاوي .

من خلال الشكل 2.3، يمكن تحديد أربع عزوم مؤثِّرة على حركة الإطار، وهي: العزم المُحرك $\vec{M}_C$، عزم إرجاع النوابض $\vec{M}_k$، عزم الاحتكاك $\vec{M}_h$، وعزم الكبح الناتج عن المقاومة الداخلية $\vec{M}_{r_G}$.

فيما يلي سنتطرق إلى كيفية استخراج كل عزم على حدى.

## أ. العزم المُحرك:

هذا العزم ناتج عن إثارة الإطار بدلالة التيار $i_G$ المتدفق في الجهاز. يتم التعبير عن العزم المحرك في هذه الحالة بالمعادلة التالية:

$$\vec{M}_C = \vec{F}\frac{a}{2} \tag{2.3}$$

حيث أنّ $\vec{F}$ القوة المطبقة على الإطار و $a/2$ المسافة بين محور دوران الإطار ونقطة تطبيق القوة (الذراع). وعليه، يتم تحديد القوة الجزئية كما يلي

$$d\vec{f} = \vec{i}_G \wedge \vec{B}\, dx \tag{3.3}$$

حيث أنّ $d\vec{f}$ تُعبِّر عن القوة الجزئية، $\vec{i}_G$ التيار الكهربائي الذي يمُر في الإطار المتحرك، $\vec{B}$ الحقل المغناطيسي و $dx$ الانتقال الجزئي. وعليه فإنّ القوة المُطبّقة طول محيط الإطار مُعطاة كما يلي

$$\begin{aligned} F &= \int_0^{2(a+b)} i_G B \sin(\vec{i}_G,\vec{B})dx = \int_0^{b} i_G B \sin(\vec{i}_G,\vec{B})dx + \int_b^{b+a} i_G B \sin(\vec{i}_G,\vec{B})dx \\ &+ \int_{b+a}^{2b+a} i_G B \sin(\vec{i}_G,\vec{B})dx + \int_{2b+a}^{2b+2a} i_G B \sin(\vec{i}_G,\vec{B})dx \end{aligned} \tag{4.3}$$

وفقًا للشكل 2.3 فإنّ الإطار لا يخضع لتأثير القوة $F$ إلاّ عندما يتعامد شعاع التيار الكهربائي $\vec{i}_G$ مع شعاع الحقل المغناطيسي $\vec{B}$. في هذه الحالة، نتحصل على العلاقة التالية

$$\begin{aligned} F &= \int_0^{2(a+b)} i_G B \sin(\vec{I},\vec{B})dx = \int_0^{b} i_G B \sin\frac{\pi}{2}dx + \int_b^{b+a} i_G B \sin\pi dx \\ &- \int_{b+a}^{2b+a} i_G B \sin\frac{3\pi}{2}dx - \int_{2b+a}^{2b+2a} i_G B \sin 2\pi dx \end{aligned} \tag{5.3}$$

من خلال خصائص الدوال الجيبية، نستنتج ما يلي

$$F = i_G B x\Big|_0^b + i_G B x\Big|_{b+a}^{2b+a} = 2bB\, i_G \tag{6.3}$$

ومنه فإنّ عبارة العزم المحرك من أجل عدد اللفات $N$ على النحو التالي

$$M_C = NF\frac{a}{2} = N2bBi_G\frac{a}{2} = NabBi_G \tag{7.3}$$

بما أنّ المساحة $S = ab$ وأنّ الحزمة المغناطيسية $\Phi = NSB$، وعليه تتم إعادة صياغة العبارة السابقة كما يلي

$$\vec{M}_C = \Phi\,\vec{i}_G \tag{8.3}$$

والذي يُمثّل العزم المحرك تحت تأثير التيار الكهربائي $i_G$.

ب. عزم إرجاع النوابض:

يرجع نشوء هذا العزم إلى ثابت إرجاع النابضين حيث يتم إعطاؤه بواسطة الصيغة التالية

$$\vec{M}_k = k\vec{\theta} \tag{9.3}$$

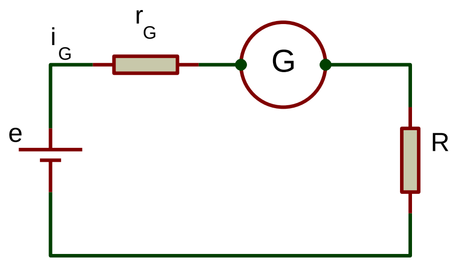
ت. عزم الاحتكاك:

يتشكل عزم الاحتكاك نتيجة الاحتكاك بين الجزء المتحرك (الإطار) والجزء الثابت من الجهاز، حيث أنّ عبارة عزم الاحتكاك من أجل ثابت الاحتكاك h مُعطاة كما يلي

$$\vec{M}_h = h\dot{\vec{\theta}} \tag{10.3}$$

ث. عزم الكبح:

يرجع هذا العزم بشكل أساسي إلى المقاومة الداخلية للجهاز حيث أنّ صيغته من نفس صيغة العزم المحرك لكن في الاتجاه المعاكس. الشكل أدناه يُوضّح كيفية تركيب جهاز القياس Galvanometer في دارة كهربائية مع استخدام مقاومة على التسلسل كإجراء وقائي.




الشكل 3.3. توصيل جهاز القياس Galvanometer في دارة كهربائية.

من خلال الشكل 3.3 لدينا

$$e = (R + r_G)\, i_G \quad \Rightarrow \quad i_G = \frac{e}{R + r_G} \tag{11.3}$$

حيث أنّ المقاومة الداخلية $r_G$ مُعطاة من خلال قانون أوم التالي

$$r_G = \rho \frac{\ell}{s} \tag{12.3}$$

مع $\rho$ يرمز إلى مُقاومية السلك المعدني المُستعمل، $\ell$ طول السلك المعدني و $s$ مساحة مقطع السلك المعدني. وعليه، يتم التعبير على المقاومة الداخلية بدلالة خصائص الإطار المتحرك كما يلي

$$r_G = \rho \frac{2(a+b)N}{\pi (d/2)^2} = \rho \frac{8N(a+b)}{\pi d^2} \tag{13.3}$$

حيث أنّ $a, b$ طول وعرض الإطار و $d$ قطر السلك المعدني. من جهة أُخرى، نعلم أنّ

$$e = \oint E\, d\ell = \oint N \upsilon B\, d\ell \tag{14.3}$$

حيث أنّ العلاقة بين السرعة الخطية والسرعة الزاوية هي $\upsilon = \frac{a}{2}\dot{\theta}$. وعليه، نستنتج ما يلي

$$e = \int_0^{2b} N\upsilon B d\ell = N\frac{a}{2}\dot{\theta} B \left[\ell\right]_0^{2b} = NabB\dot{\theta} = \Phi\dot{\theta} \tag{15.3}$$

ومنه، يتم التعبير على عزم الكبح الناتج عن المقاومة الداخلية $r_G$ للجهاز كما يلي

$$M_{r_G} = \Phi i_G = \Phi \frac{e}{R+r_G} = \frac{\Phi^2}{R+r_G}\dot{\theta} \tag{16.3}$$

### 3.1.1.3 معادلة حركة الإطار

من خلال العلاقات (1.3)، (8.3)، (9.3)، (10.3) و (16.3)، نستنتج معادلة حركة الإطار المتحرك للجهاز كما يلي:

$$\begin{aligned} &\sum \vec{M} = J\vec{\ddot{\theta}} \Rightarrow \vec{M}_C + \vec{M}_k + \vec{M}_h + \vec{M}_{r_G} = J\vec{\ddot{\theta}} \\ &\Rightarrow M_C - M_k - M_h - M_{r_G} = J\vec{\ddot{\theta}} \\ &\Rightarrow \Phi i_G - k\theta - h\dot{\theta} - \frac{\Phi^2}{R+r_G}\dot{\theta} = J\ddot{\theta} \end{aligned} \tag{17.3}$$

بعد إعادة الترتيب نتحصل على العبارة التالية

$$\boxed{J\ddot{\theta} + \left(h + \frac{\Phi^2}{R+r_G}\right)\dot{\theta} + k\theta = \Phi i_G} \tag{18.3}$$

والتي تمثل معادلة حركة الإطار المتحرك لجهاز القياس Galvanometer تحت تأثير العزم المحرك المتمثل في التيار الكهربائي $i_G$ و مختلف العزوم المقاومة.

بفرض أنّ الحل مُعطى بالصيغة التالية

$$\theta(t) = Ae^{\alpha t} \Rightarrow \dot{\theta}(t) = A\alpha e^{\alpha t};\ \ddot{\theta}(t) = A\alpha^2 e^{\alpha t} \tag{19.3}$$

بالتعويض في المعادلة (18.3) نجد أنّ

$$JA\alpha^2 e^{\alpha t} + \left(h + \frac{\Phi^2}{R+r_G}\right)A\alpha e^{\alpha t} + kAe^{\alpha t} = \Phi i_G \tag{20.3}$$

ويكون الحل على النحو التالي

$$\theta_T(t) = \theta_g(t) + \theta_p(t) \tag{21.3}$$

ومنه نستنتج الحل العام $\theta_g(t)$ بفرض أنّ الطرف الثاني للمعادلة التفاضلية معدوم كما يلي

$$JA\alpha^2 e^{\alpha t} + \left(h + \frac{\Phi^2}{R+r_G}\right)A\alpha e^{\alpha t} + kAe^{\alpha t} = 0 \Rightarrow \alpha^2 + \frac{1}{J}\left(h + \frac{\Phi^2}{R+r_G}\right)\alpha + \frac{k}{J} = 0 \tag{22.3}$$

نفرض أنّ $2\lambda = \frac{1}{J}\left(h + \frac{\Phi^2}{R+r_G}\right)$ يرمز إلى معامل التخامد و $\omega^2 = \frac{k}{J}$ يرمز إلى النبض الخاص.

ومنه يمكن إعادة صياغة العبارة (22.3) السابقة كما يلي

$$\alpha^2 + 2\lambda\alpha + \omega^2 = 0 \tag{23.3}$$

ويكون الحل العام بدلالة المُميّز المُختصر $\Delta' = \lambda^2 - \omega^2$ حسب الحالات الثلاث التالية:

1/ $\Delta' < 0$ : في هذه الحالة لدينا $\lambda < \omega$ ، والذي يُمثّل حالة تخامد حرج حيث أنّ الحل العام كما يلي

$$\theta_g(t) = e^{-\lambda t}(A\cos\omega t + B) \tag{24.3}$$

2/ $\Delta' = 0$ :في هذه الحالة لدينا $\lambda = \omega$ ، والذي يُمثّل حالة حرجة حيث أنّ الحل العام هو

$$\theta_g(t) = e^{-\lambda t}(At + B) \tag{25.3}$$

3/ $\Delta' > 0$ : في هذه الحالة لدينا $\lambda > \omega$ ، والذي يُمثّل حالة شبه دورية ونستنتج الحل العام التالي

$$\theta_g(t) = Ae^{-\left(\lambda - \sqrt{\lambda^2 - \omega^2}\right)t} + Be^{-\left(\lambda + \sqrt{\lambda^2 - \omega^2}\right)t} \tag{26.3}$$

بالرجوع إلى المعادلة التفاضلية (18.3)، فإنّ الحل النهائي $\theta_T(t)$ يعتمد على صيغة التيار الكهربائي $i_G$. ومنه، فإنّ حركة إطار الجهاز يجب أن تكون في حالة حرجة ($\lambda = \omega$) وذلك قصد بلوغ القيمة النهائية بثبات ودون أي اهتزاز جانبي قد يُؤثر على القراءة السليمة لهذه القيمة. وعليه، فإنّ الحل الثاني من أجل $\Delta' = 0$ هو الأكثر ملاءمة لتمثيل حركة إطار جهاز القياس، حيث يتم الحصول على هذا الحل وذلك بضبط مختلف الخصائص الداخلية للجهاز المُعبّر عنها بدلالة معامل التخامد $\lambda$ والنبض الخاص $\omega$. بمجرد تحقق الشرط السابق، يتم استنتاج القيمة النهائية عند توقف سهم الابرة باستعمال الصيغة العامة التالية

$$\text{القيمة النهائية} = \frac{\text{القراءة} \times \text{المعيار}}{\text{السُّلم}} \tag{27.3}$$

### 4.1.1.3 حساسية جهاز القياس Galvanometer

يمكن تحديد حساسية الجهاز عندما تختفي الاستجابة العابرة حيث ($\dot{\theta} = \ddot{\theta} = 0$)، وعليه ومن خلال العلاقة (18.3)، نستنتج حساسية الجهاز على النحو التالي

$$k\theta = \Phi i_G \quad \Rightarrow \quad \sigma = \frac{\theta}{i_G} = \frac{\Phi}{k} \tag{28.3}$$

تنويه: غالبًا ما يُطلق على جهاز القياس Galvanometer باسم Galvanometer D'Arsonval نسبةً إلى العالم الذي قام بتحديد التركيبة الداخلية المُعتمدة في تصنيع هذا النوع من أجهزة القياس.

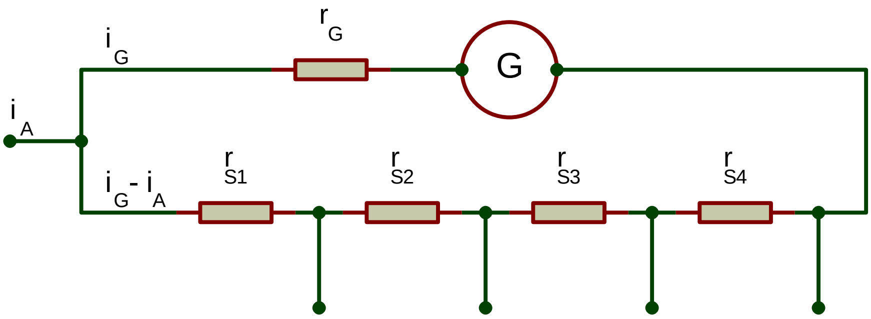
بصفة عامة، فإنّ جهاز القياس Galvanometer يُمثّل قاعدة عمل أغلب أجهزة القياس التماثلية التي تعتمد على تأثير القوة الكهرومغناطيسية، حيث يُعتبر في حد ذاته جهاز قياس حساسًا جدًا للتيار الكهربائي (في حدود $10^{-6}$ A) كما تمت الاشارة إليه من قبل. مع العلم أنّه يتم تصنيع هذا النوع من الأجهزة إلى يومنا هذا حيث تصل فئة دقتها إلى 0.1% والتي يمكن بواسطتها قياس الشحنات والتيارات الكهربائية الضعيفة. من بين مميزاتها أيضًا ضعف القدرة المستهلكة في مختلف الأجزاء الداخلية. غير أنّ لِجهاز القياس Galvanometer بعض العيوب، نذكر منها عدم تحمله للتيارات المرتفعة وكذا اقتصار استخدامه على التيار الكهربائي المستمر فقط. ضِف إلى ذلك ارتفاع تكاليف التصنيع مقارنةً بأجهزة القياس الأخرى نظرًا للدقة المطلوبة في صناعته وتجميع مختلف أجزاؤه.

### 2.1.3 جهاز القياس Ammeter (Ampèremètre) لقياس شدة التيار

تمت تسمية الجهاز نسبةً إلى العالم الفيزيائي الفرنسي André-Marie Ampère (1775 – 1836) والذي ساهمت نظريته في الديناميكا الكهربائية بشكل كبير في نشأة نظريات الكهرومغناطيسية للعالم Maxwell. غالبًا ما يتم استعمال الاسم المختصر Ammeter للتعبير عن جهاز القياس والذي سنعتمد عليه في بقية الفصل.

#### 1.2.1.3 التركيبة الداخلية للجهاز

يحتوي جهاز القياس Ammeter على نفس الهيكل الداخلي لجهاز القياس Galvanometer مع تعديلات صغيرة للسماح للجهاز بقياس التيار المرتفع (في حدود $1mA - 10A$). يعتمد الهيكل الداخلي على الإطار المتحرك لجهاز القياس Galvanometer بالتوازي مع مقاومة متغيرة حتى يتسنى استعمال معايير مُختلفة للجهاز كما هو مُوضّح في الشكل 4.3 أدناه.




الشكل 4.3. التركيبة الداخلية لجهاز القياس Ammeter (يفرض أنّ الجهاز يحتوي على أربع معايير).

حيث أنّ $R_s = R_{Shunt} = \sum_{i=1}^{n} r_{s_i}$.

نفرض أنّه تم اجراء القياس عند العيار الموافق للمقاومة $r_{s2}$. وعليه، يتم التعبير عن المقاومة الداخلية $r_A$ لجهاز القياس Ammeter بالعبارة التالية

$$r_A = \frac{(r_G + r_{s3} + r_{s4}) \cdot (r_{s1} + r_{s2})}{r_G + R_s} \tag{29.3}$$

بجعل $R_S << r_G$، ومنه نستنتج التقريب التالي

$$r_A \approx r_{s1} + r_{s2} \tag{30.3}$$

وعليه، كلما كانت المقاومة $R_S$ ذات دلالة ضعيفة كلما كانت المقاومة الداخلية $r_A$ ذات دلالة أضعف، ومنه مرور تيار أشدّ عبر جهاز القياس Ammeter مقارنةً بجهاز القياس Galvanometer.

#### 2.2.1.3 معادلة حركة الإطار

بالنظر إلى أن البنية الداخلية لجهاز القياس Ammeter تعتمد على الإطار المتحرك لجهاز القياس Galvanometer، لدينا

$$J\ddot{\theta} + \left( h + \frac{\Phi^2}{R + r_G} \right)\dot{\theta} + k\theta = \Phi i_G \tag{31.3}$$

ويتم صياغة العلاقة بين كِلا التيارين $i_G$ و $i_A$ من خلال الشكل 4.3 كما يلي

$$i_G(r_G + r_{s3} + r_{s4}) = (i_A - i_G)(r_{s1} + r_{s2}) \quad \Rightarrow \quad i_G = \frac{r_{s1} + r_{s2}}{r_G + R_s} i_A \tag{32.3}$$

بتعويض الصيغة (32.3) في (31.3)، نستنتج معادلة حركة اطار جهاز القياس Ammeter كما يلي

$$\boxed{J\ddot{\theta} + \left(h + \frac{\Phi^2}{R + r_G}\right)\dot{\theta} + k\theta = \Phi i_G = \Phi \frac{r_{s1} + r_{s2}}{r_G + R_s} i_A = \Phi \alpha i_A} \tag{33.3}$$

مع $\alpha = \frac{r_{s1} + r_{s2}}{r_G + R_s}$. وتكون حساسية الجهاز على النحو التالي

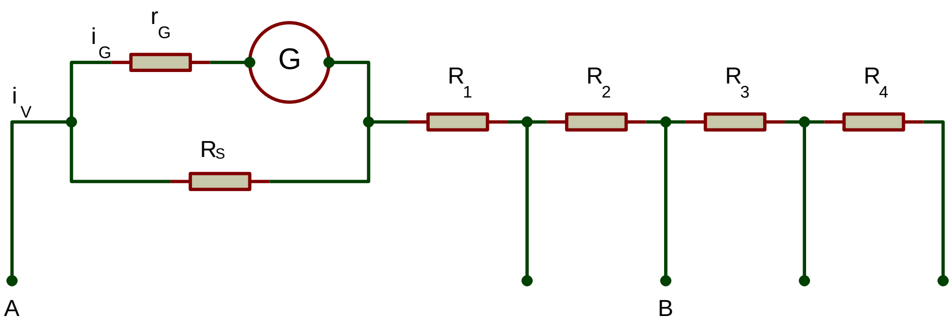
$$k\theta = \alpha \Phi i_A \Rightarrow \sigma_A = \frac{\theta}{i_A} = \alpha \frac{\Phi}{k} = \alpha \sigma_G \tag{34.3}$$

### 3.1.3 جهاز القياس Voltmeter لقياس فرق الكمون

تمت تسمية الجهاز تكريماً للعالم الفيزيائي الايطالي Alessandro Volta (1745 – 1827) الشهير بأعماله الكثيرة في مجال الكهرباء واختراعه لأول بطارية كهربائية.

#### 1.3.1.3 التركيبة الداخلية للجهاز

يستند جهاز القياس Voltmeter إلى نفس مبدأ انحراف إبرة إطار جهاز القياس Galvanometer مع إجراء تعديل على الهيكل الداخلي للمقاومة $R_V$ كما هو موضح في الشكل 5.3.




الشكل 5.3. الشكل الداخلي لجهاز القياس Voltmeter.

حيث أنّ $R = \sum_{n=1}^{m} R_i$.

لنفرض أنّه تم اجراء القياس عند العيار الموافق للمقاومة $R_2$. وعليه، يتم التعبير عن المقاومة الداخلية $r_V$ لجهاز القياس Voltmeter بالعبارة التالية

$$r_V = \frac{r_G R_s}{r_G + R_s} + R_1 + R_2 \tag{35.3}$$

بجعل $R << r_G << R_S$، ومنه نستنتج التقريب التالي

$$r_V \approx R_1 + R_2 \tag{36.3}$$

وعليه، فإنّ المقاومة الداخلية $r_V$ تتناسب مع المقاومة المتغيرة R، حيث غالباً ما يتم اختيار مقاومة داخلية $r_V$ من بضع $k\Omega$ إلى بضع مئات $k\Omega$. هذا ما يجعل التيار المّار في جهاز القياس Voltmeter ضعيف جداً مقارنةً بجهاز القياس Ammeter.

### 2.2.1.3 معادلة حركة الإطار

تخضع حركة إطار جهاز القياس Voltmeter لنفس قانون حركة إطار الأجهزة السابقة، حيث لدينا

$$J\ddot{\theta}+\left(h+\frac{\Phi^2}{R+r_G}\right)\dot{\theta}+k\theta=\Phi i_G \qquad (37.3)$$

ويتم صياغة العلاقة بين فرق الكمون $V_{AB}$ والتيار $i_G$ من خلال الشكل 5.3 كما يلي

$$V_{AB}=R_{eq}i_V=\frac{r_G R_s}{r_G+R_s}+R_1+R_2 \qquad (38.3)$$

من جهة أخرى، لدينا العلاقة بين التيار $i_G$ والتيار $i_V$ التالية

$$i_G=\frac{R_S}{r_G+R_s}i_V \qquad (39.3)$$

بالاعتماد على العلاقتين (38.3) و (39.3) السابقتين نجد أنّ

$$V_{AB}=R_{eq}i_V=R_{eq}\frac{r_G+R_S}{R_s}i_G \Rightarrow i_G=\frac{1}{R_{eq}}\frac{R_S}{r_G+R_s}V_{AB} \qquad (40.3)$$

بالتعويض في المعادلة (3.37)، ومنه نستنتج معادلة حركة إطار جهاز القياس Voltmeter كما يلي

$$\boxed{J\ddot{\theta}+\left(h+\frac{\Phi^2}{R+r_G}\right)\dot{\theta}+k\theta=\Phi i_G=\Phi\frac{\beta}{R_{eq}}V_{AB}} \qquad (41.3)$$

حيث أنّ $\beta=\dfrac{R_S}{r_G+R_s}$. وتكون حساسية الجهاز على النحو التالي

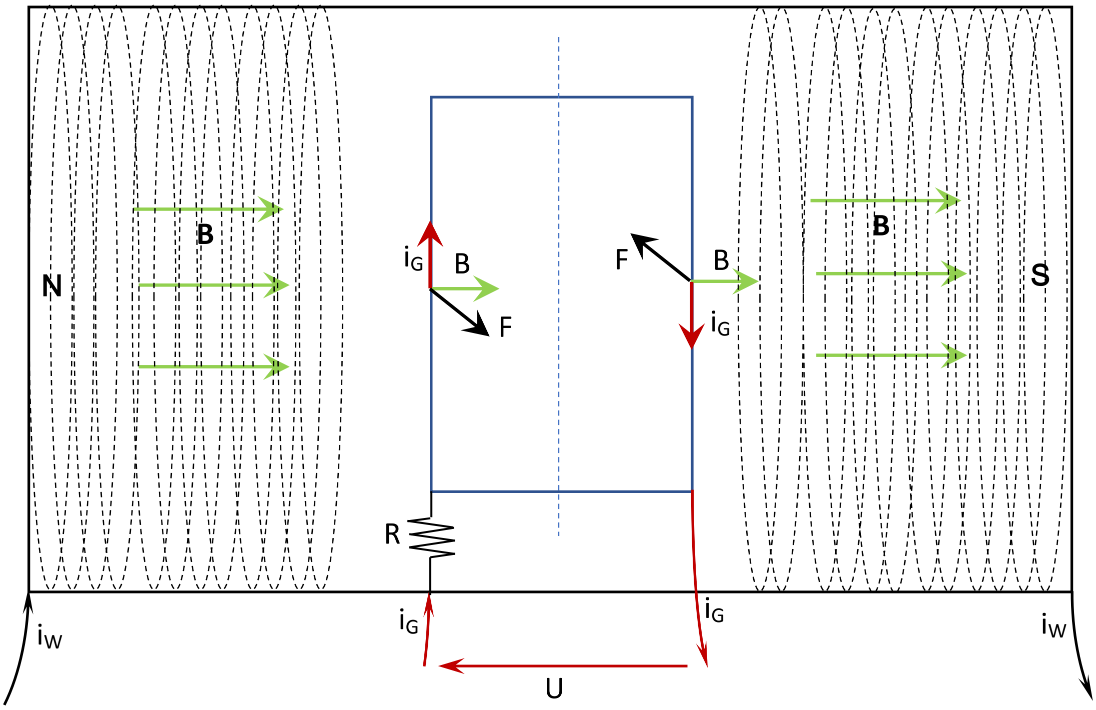
$$k\theta=\Phi\frac{\beta}{R_{eq}}V_{AB}\Rightarrow \sigma_V=\frac{\theta}{V_{AB}}=\frac{\beta}{R_{eq}}\frac{\Phi}{k}=\frac{\beta}{R_{eq}}\sigma_G \qquad (42.3)$$

### 4.1.3 جهاز Wattmeter لقياس الاستطاعة الكهربائية

تمت تسمية الجهاز تكريماً للعالم الفيزيائي البريطاني James Watt (1819 – 1736) الشهير بأعماله في مجال المحركات البخارية حيث كان أول من قام باستعمال مصطلح وحدة الحصان البخاري لحساب الاستطاعة.

#### 1.4.1.3 التركيبة الداخلية للجهاز

إنّ مبدأ عمل جهاز القياس Wattmeter يختلف قليلاً على مبدأ عمل أجهزة القياس السابقة، حيث أنّ الإطار المتحرك يكون في هذه الحالة مغمور في حقل مغناطيسي لِمغناطيس غير دائم ناتج عن لف سلك معدني في الجزء الثابت كما هو مُوضح في الشكل 6.3.




الشكل 6.3. الشكل الداخلي لجهاز Wattmeter.

من خلال الشكل السابق، نلاحظ أنّ التركيبة الداخلية لجهاز القياس Wattmeter تتكون من جزء متحرك يمرّ عبره التيار الكهربائي $i_G$ وجزء ثابت يمرّ عبره التيار الكهربائي $i_W$. الجزء المتحرك له نفس خصائص الإطار المتحرك الخاص بجهاز القياس Galvanometer حيث تمت إضافة مقاومة R على التسلسل قصد الحصول على فرق الكمون U بين طرفي الإطار. من جهة أخرى، فإنّ لفات التيار $i_W$ في الجزء الثابت من الجهاز تسمح بتولّد مجال مغناطيسي B مؤقت، والذي يقوم بدوره بتوليد عزم دوران محرك للإطار نظرًا لوجود التيار $i_G$ في الجزء المتحرك.

### 2.4.1.3 معادلة حركة الإطار

بالنظر إلى أنّ البنية الداخلية لجهاز القياس Wattmeter تعتمد هي كذلك على الإطار المتحرك لجهاز القياس Galvanometer، وعليه

$$J\ddot{\theta}+\left(h+\frac{\Phi^2}{R+r_G}\right)\dot{\theta}+k\theta=\Phi i_G=NSBi_G \tag{43.3}$$

حيث يتم التعبير على المجال المغناطيسي B بدلالة التيار الكهربائي $i_W$ على النحو التالي

$$B=\mu_0\frac{N'}{L}i_W \tag{44.3}$$

مع $\mu_0$ ثابت المغنطة، 'N عدد لفات الجزء الثابت و L طول الناقل المُستعمل في الجزء الثابت.

بتعويض العبارة (44.3) في العبارة العامة لحركة الإطار (43.3)، ومنه نجد أنّ

$$J\ddot{\theta}+\left(h+\frac{\Phi^2}{R+r_G}\right)\dot{\theta}+k\theta=\Phi i_G=NSBi_G=NS\mu_0\frac{N'}{L}i_W i_G \tag{45.3}$$

من جهة أُخرى، لدينا العلاقة بين فرق الكمون U والتيار $i_G$ كما يلي

$$U=(r_G+R)\,i_G \quad \Rightarrow\; i_G=\frac{U}{r_G+R} \tag{46.3}$$

بتعويض العبارة (46.3) في المعادلة (45.3)، نتحصل على المعادلة التالية

$$J\ddot{\theta}+\left(h+\frac{\Phi^2}{R+r_G}\right)\dot{\theta}+k\theta=\frac{\mu_0 SNN'}{L}i_W i_G=\frac{\mu_0 SNN'}{L}i_W\frac{U}{r_G+R} \tag{47.3}$$

من خلال العبارة الأخيرة، نلاحظ ظهور الجداء $Ui_W$ والذي يُعبِّر عن الاستطاعة الكهربائية P.
ومنه، فإنّ معادلة حركة إطار جهاز القياس Wattmeter مُعطاة على النحو التالي

$$\boxed{J\ddot{\theta}+\left(h+\frac{\Phi^2}{R+r_G}\right)\dot{\theta}+k\theta=\gamma P} \tag{48.3}$$

حيث أنّ الثابت $\gamma=\dfrac{\mu_0 SNN'}{L(r_G+R)}$ و P الاستطاعة الكهربائية. ومنه نستنتج حساسية الجهاز كما يلي

$$k\theta=\gamma P \Rightarrow \sigma_P=\frac{\theta}{P}=\frac{\gamma}{k}=\frac{\gamma}{\Phi}\sigma_G \tag{49.3}$$

### 5.1.3 أمثلة لأجهزة القياس الكهربائية التماثلية الأساسية

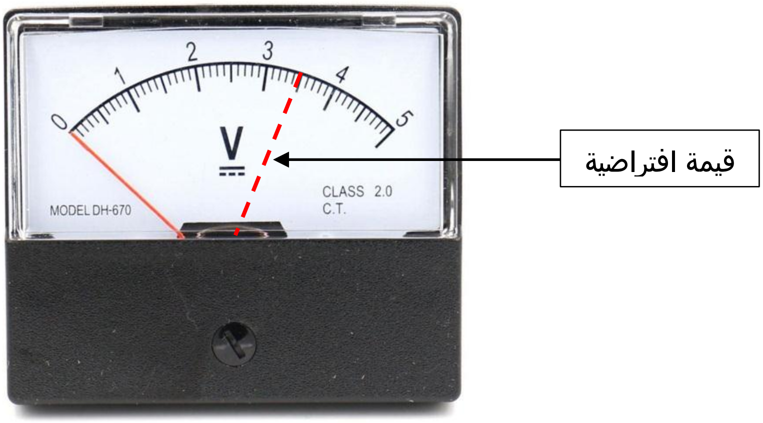
فيما يلي نستعرض مثالين بسيطين لأجهزة القياس الكهربائية التماثلية، بالأخص جهاز القياس Voltmetre لشركة Baomain و جهاز القياس Wattmeter لشركة Inter Holding.

ملاحظة: بعض أجهزة القياس الكهرومغناطيسية تسمح باستنتاج القيمة النهائية مباشرة من خلال جهاز القياس دون اللجوء إلى استعمال العبارة (27.3).

مثال 1: جهاز القياس Voltmeter لشركة Baomain في الشكل أدناه يسمح بقراءة القيمة النهائية لفرق الكمون المستمر في حدود $(0-5V)$ مباشرةً من جهاز القياس.


الشكل 7.3. جهاز القياس Voltmeter لشركة Baomain نوع DH-670.

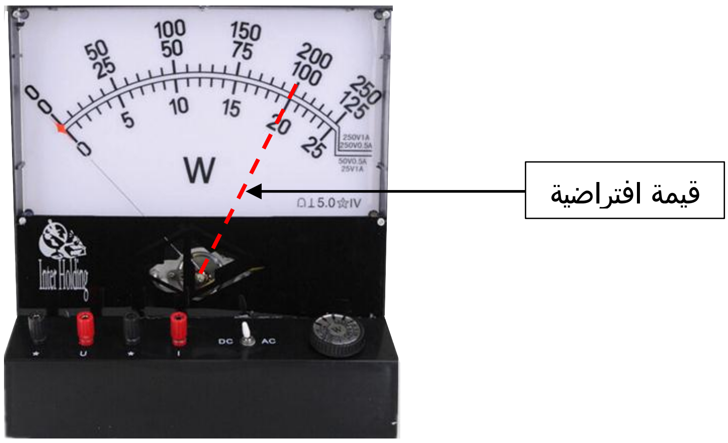
بفرض أنّ جهاز القياس Voltmeter السابق موصول في دارة كهربائية بين نقطتين A و B حيث أنّ مؤشر الجهاز يتوقف عند القيمة النهائية كما في الشكل 8.3 أدناه.




الشكل 8.3. قراءة فرق الكمون باستعمال جهاز القياس Voltmeter .

في هذه الحالة نستنتج مباشرةً فرق الكمون بين طرفي النقطتين A و B هو $V_{AB} = 3.5V$.

مثال 2: الشكل 9.3 يُوضّح جهاز القياس Wattmeter لشركة Inter Holding والذي يتكون أساساً من دارة داخلية لِتوصيل التيار الكهربائي، دارة داخلية لِتوصيل فرق الكمون، قفل اختيار نوعية التيار (مستمر DC أو متناوب AC) ومُعدّلة لاختيار إحدى المعايير الأربع التالية: (معيار 250V1A سُلّم 250)؛ (معيار 250V0.5A سُلّم 125) و (المعيارين 50V0.5A و 25V1A سُلّم 25). يسمح جهاز القياس بقراءة الاستطاعة الكهربائية في حدود $(0 - 250W)$.




الشكل 9.3. جهاز القياس Wattmeter لشركة Inter Holding.

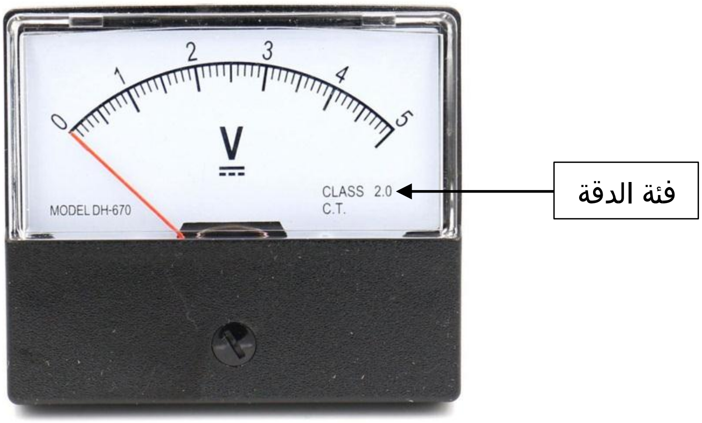
بفرض أنّ جهاز القياس موصول في دارة كهربائية ذات تيار مستمر حيث أنّ مؤشر جهاز القياس يتوقف عند القيمة النهائية كما هو مُوضّح في الشكل السابق من أجل المعيار 250V0.5A. في هذه الحالة نستنتج الاستطاعة الكهربائية باستعمال الصيغة (27.3) كما يلي:

$$P = \frac{100 \times 250 \times 0.5}{125} = 100W \qquad (50.3)$$

### 6.1.3 الخطأ النسبي لأجهزة القياس الكهرومغناطيسية التماثلية

تم تعليم فئة الدقة في الأجهزة القياس الكهرومغناطيسية التماثلية بالكلمة CLASS وبجوارها رقم يُمثّل النسبة المئوية للخطأ النسبي المتأصّل في جهاز القياس.

مثال: بالنسبة لجهاز القياس Voltmeter لشركة Baomain السابق، من الواضح أنّ فئة الدقة هي 2.0 كما هو مُعطى في الشكل 10.3.




الشكل 10.3. فئة الدقة للخطأ المتأصّل لجهاز القياس Voltmeter .

وعليه، من أجل قراءة كاملة 5V على السُّلم فإنّ مقدار الخطأ هو

$$\frac{\Delta V}{V} = 2\% \Rightarrow \Delta V = V \times 2\% = 5 \times 0.02 = 0.1V \qquad (51.3)$$

هذا يعني أنّ قيمة الخطأ النسبي هي 0.1V من أجل قراءة كاملة 5V على السُّلم.
ومن أجل القراءة 3.5V في المثال 1 السابق فإنّ مقدار الخطأ هو

$$\frac{\Delta V}{V} = 2\% \Rightarrow \Delta V = V \times 2\% = 3.5 \times 0.02 = 0.07V \qquad (52.3)$$

وهكذا.

### 7.1.3 التعديلات الداخلية على جهاز القياس Galvanometer لقياس الإشارات في دارة AC

نعلم أنّ مبدأ عمل أجهزة القياس الكهرومغناطيسية التماثلية تعتمد على حركة إطار جهاز القياس Galvanometer بدلالة التيار، ومن ثمّ يتم استنتاج جهاز القياس من أجل كل وحدة أساسية المُراد قياسها بإدخال التعديلات الملائمة في كل مرة. لكن وكما تم التنويه إليه سابقاً، فإنّ استخدام جهاز القياس Galvanometer يقتصر فقط على دارة التيار الكهربائي المُستمّر DC حيث أنّ حركة الإطار تتعلق أساساً بصيغة التيار $i_G$ المتدفق إلى الإطار. وعليه، فإنّ أجهزة القياس الكهرومغناطيسية التماثلية المُشتقة من جهاز القياس Galvanometer لن تعمل بشكل صحيح إذا كانت متصّلة مباشرة بالتيار المتناوب AC لأنّ اتجاه حركة الإبرة سيتغير مع كل نصف دورة من التيار المُتناوب.
وعلى هذا الأساس، يتم إدخال تعديلات في تركيبة أجهزة القياس حتى يتسنى للجهاز قياس القيمة الفعّالة لإشارة الجُهد (التيار) في دارة AC. وبما أنّ أجهزة القياس المُخصصة للدّارة AC تعتمد من حيث مبدأ العمل على تقنية قياس متوسط القيمة الفعّالة (Average RMS) وكذا تقنية قياس

القيمة الصحيحة للقيمة الفعّالة (True RMS)، فإنّ أجهزة القياس تختلف من حيث التصميم الداخلي لكل حالة.

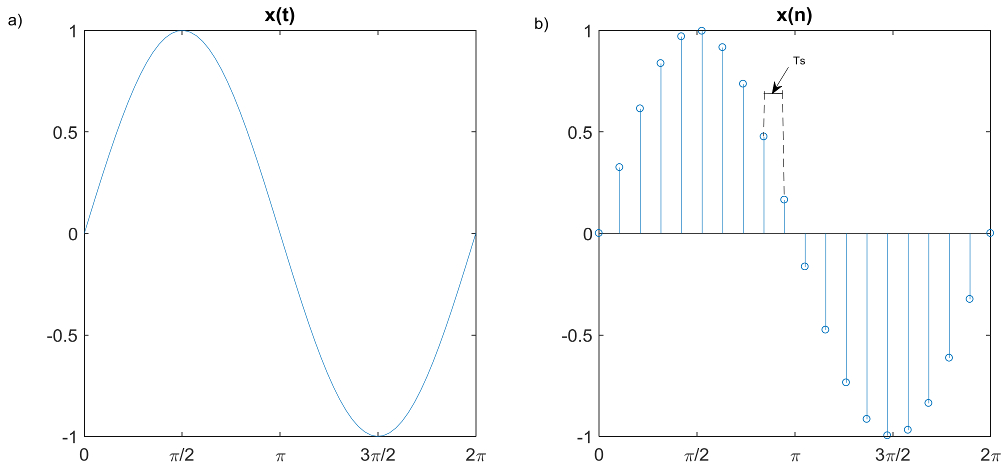
بالرجوع إلى الفصل الثاني الفقرة 1.5.2.ب، فإنّ البنية العامة لأجهزة القياس في دارة AC التي تعتمد على تقنية Average RMS تسمح بقياس القيمة الفعالة لإشارة الجهد (التيار) الخاضعة لتقويم مُكتمل التعديل بدلالة القيمة المتوسطة جداء عامل شكل الموجة الجيبية بدلاً من عامل شكل الموجة الفعلية. من جهة أخرى، فإنّ التركيبة الداخلية لأجهزة القياس التي تعتمد على تقنية True RMS تكون أكثر تعقيداً بالمقارنة مع التركيبة الداخلية لأجهزة القياس في دارة AC التي تعتمد على تقنية Average RMS. يتمثل أحد الحلول في استخدام مزدوجة حرارية ومقاومة حيث يتم تركيب الدارة بالاعتماد على خاصية مفعول جول. وعليه، فإنّ ارتفاع درجة حرارة المقاومة تؤدي إلى توازن حراري يسمح باستنتاج قيمة جذر متوسط التربيع الحقيقي للجهد المطبق على المقاومة.

## 2.3 أجهزة القياس الرقمية

أضحت أجهزة القياس في العصر الحديث تعتمد على مبدأ الرقمنة أكثر من أي وقت مضى وذلك لأنّ الإشارات الرقمية ملائمة جداً لمعالجة الإشارات (المعلومات). ومع ذلك، فإن معظم الظواهر الفيزيائية هي تماثلية في حد ذاتها حيث أنّ المستشعرات تقيس الكميات التماثلية. لهذا السبب، غالبًا ما تتحقق معالجة الإشارات الرقمية بالتسلسل التالي: تحويل الإشارة التماثلية إلى نموذج رقمي ⇐ معالجة الإشارات الرقمية ⇐ تحويل الإشارة الرقمية مرة أخرى إلى الإشارة التماثلية. يتم تحقيق التحويل بواسطة المحولات التماثلية-الرقمية ADC بينما تتحقق العملية العكسية بواسطة المحولات الرقمية- التماثلية DAC.

### 1.2.3 المحولات التماثلية-الرقمية (ADC)

بصفة عامة، يتم تحديد قيمة الإشارات التماثلية في كل لحظة زمنية بينما يتم تحديد قيمة الإشارات الرقمية في لحظات محددة. وعليه، يتم تحويل الإشارة التماثلية $x(t)$ إلى الإشارة الرقمية $x[n]$ وذلك بفرض زمن لحظي $T_s$ محدد يتم من خلاله جمع عينات من الإشارة التماثلية. عادةً ما يتم تسمية الزمن الحظي $T_s$ باسم فترة أخذ العينات. الشكل 11.3 يوضح مبدأ تحويل الإشارة التماثلية إلى الإشارة الرقمية بفرض أنّ الدالة من الشكل الموجي الجيبي.




الشكل 11.3. تحويل الموجة الجيبية من الإشارة التماثلية إلى الإشارة الرقمية.

كما يمكن استنتاج تردد الموافق على النحو التالي $fs = 1/Ts$ حيث يكون بدلالة وحدة Hz (الهرتز) أو SPS (عيِّنة في الثانية). تسمى عملية تحديد القيمة الرقمية للعينات بمصطلح تكميم الإشارات. من جهة أخرى، فإنّ عملية أخذ العينات عبارة عن رقمنة لزمن الإشارة في حين أن عملية التكميم تُمثل رقمنة قيمة الإشارة.

على سبيل المثال ، إذا تم أخذ عينات لإشارة جيبية ذات تردد $f = 50Hz$ قصد الحصول على إشارة رقمية ممثلة بـ 64 عينة لكل فترة الإشارة، في هذه الحالة يجب أن يكون تردد أخذ العينات $fs = 50 \times 64 = 3200Hz$ ، والذي يُوافقه زمن $Ts = 1/3200 = 312.5\mu s$. وبالتالي فإن $n = 50$ يتوافق مع زمن رقمنة $50 \times 312.5\mu s = 16.625ms$.

يتم وصف الإ شارة الجيبية التناظرية ذات تردد $f_a$ من خلال العبارة التالية

$$x(t) = X_m \sin(2\pi f_a t) \tag{53.3}$$

بعد أخذ العينات بفرض زمن لحظي $T_s$ ، يتم وصف نفس الإشارة بالمعادلة التالية

$$x[n] = X_m \sin(2\pi f_a n T_s) \tag{54.3}$$

وبما أنّ قيمة الدالة الجيبية تتطابق عند كل دور $2\pi$، أي أنّ $\sin\varphi = \sin(\varphi \pm 2\pi k)$، ومنه يمكن إعادة صياغة العبارة السابقة على النحو التالي

$$x[n] = X_m \sin(2\pi f_a n T_s) = X_m \sin(2\pi f_a n T_s \pm 2\pi k) \tag{55.3}$$

بفرض أنّ $m = k/n$، وبما أنّ $f_s T_s = 1$، ومنه تتحصل على

$$x[n] = X_m \sin\left[2\pi\left(f_a \pm \frac{k}{n} f_s\right) n T_s\right] = X_m \sin\left[2\pi (f_a \pm m f_s) n T_s\right] \tag{56.3}$$

بمقارنة المعادلتين (55.3) و (56.3) نلاحظ أنه عند رقمنة الإشارة الجيبية ذات التردد $f_a$ تظهر إشارة جيبية ذات تردد $f_a \pm m f_s$.

تنويه: حسب نظرية Shannon يجب أن يكون تردد أخذ العينات $f_s$ أكبر مرتين على الأقل من تردد الإشارة $f_a$ ، أي أنّ $f_s \geq 2f_a$ وذلك لتجنب تداخل الترددات.

### 2.2.3 أجهزة القياس الكهربائي الرقمية

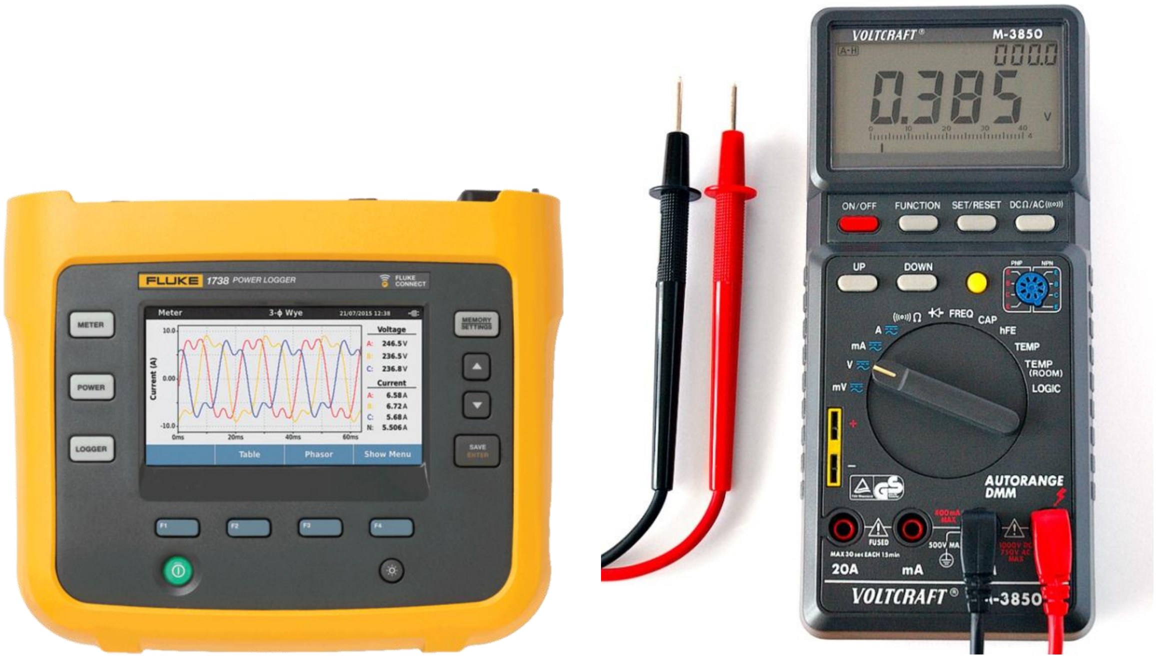
فيما يلي نستعرض مبدأ عمل أجهزة القياس الكهربائي التي تعتمد على مبدأ الرقمنة. من هذا المنطلق، سيتم التطرق إلى التركيبة الداخلية وأهم خصائص الوظيفية لهذا النوع من الأجهزة مع العلم أننا لا نعني أجهزة القياس التي يتم فيها استبدال المؤشر (الإبرة) بالشاشة الرقمية ولكن الأجهزة التي يتم من خلالها تنفيذ معظم عمليات معالجة الإشارات رقميًا.

#### 1.2.2.3 أجهزة القياس الرقمية المتعددة الوظائف Multimeter

يتم تعريف أجهزة القياس الرقمية المتعددة الوظائف أو متعددة الفحوصات على أنها أجهزة قياس كهربائية رقمية تقوم بقياس الوحدات الكهربائية الأساسية بما فيها فرق الكمون، التيار الكهربائي وكذا المقاومة ، تُعرف أيضًا باسم VOM وهي تعبير مختصر للوحدات (Volt – Ohm – Milliammeter).

من الناحية العملية، لقد حلّت أجهزة القياس الرقمية محل الأجهزة التماثلية في الكثير من التطبيقات الكهربائية والالكترونية حيث تتوافر أجهزة القياس المتعددة الوظائف بكثرة وبأسعار تنافسية بالمقارنة مع أجهزة القياس التماثلية ولكن مع أداء أفضل بكثير. تتوفر أجهزة القياس المتعددة الوظائف في مجموعة واسعة من الميزات والأسعار حيث أنّ تكلفة أجهزة القياس المتعددة الوظائف تتراوح بين 1000 د.ج. إلى 7000 د.ج بالنسبة لأغلب النماذج العملية بينما تتخطى 1.000.000 د.ج بالنسبة للنماذج المختبرية ذات المعايرة المعتمدة.

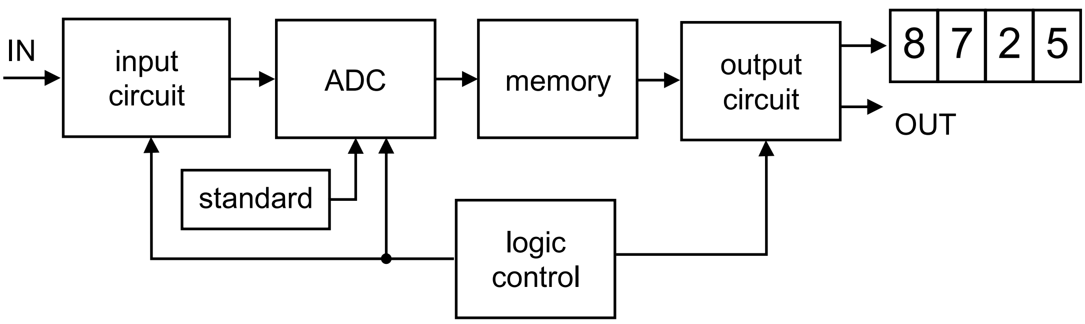
غالبًا ما تحتوي أجهزة القياس الرقمية المتعددة على شاشة عرض رقمية ، وقد تعرض أيضا شريط رسوم لتمثيل القيمة المقاسة . الشكل التالي يوضح مثالين لأجهزة القياس الكهربائية الرقمية.




ب. أ.

الشكل 12.3. أمثلة لأجهزة القياس الكهربائية الرقمية. (أ) جهاز قياس يعتمد على شاشة عرض رقمية.
(ب) جهاز قياس يعتمد على شاشة عرض رقمية مع تمثيل المنحنيات (يُسمى أحيانًا ScopeMeters).

الشكل 13.3 يوضح التركيبة الداخلية لأجهزة القياس الرقمية حيث أنّ الشكل العام يتكون من دارة الدخول (input circuit)، محول تماثلي-رقمي (ADC)، دارة المراقبة المنطقية (logic control)، ذاكرة (memory) ، دارة الخروج (output circuits)، و كذا شاشة عرض رقمية.




الشكل 13.3. التركيبة الداخلية لأجهزة القياس الكهربائية الرقمية.

فيما يلي نستعرض دور كل جزء من أجزاء الجهاز على حدى:

- دارة الدخول (input circuit) : تحتوي دارة الدخول على ثلاثة أجزاء وذلك لقياس الجهد، التيار ، والمقاومة بدلالة معايير مختلفة. تحتوي كذلك هذه الدارة على محولات التيار المتردد إلى التيار المستمر بالاعتماد على تقنية قياس متوسط القيمة الفعّالة (Average RMS) أو تقنية قياس القيمة الصحيحة للقيمة الفعّالة (True RMS).

الشكل الموافق يوضح مثالاً لنوعي أجهزة القياس المستعملة لقياس الجهد (التيار) في دارة AC بالاعتماد على تقنية Average RMS وعلى تقنية True RMS لشركة Fluke.


ب.　　　　　　　　　　أ.

الشكل 14.3. أجهزة القياس المستعملة للقياس في دارة AC. جهاز قياس Fluke 83 بالاعتماد على تقنية Average RMS. جهاز قياس Fluke 117 بالاعتماد على تقنية True RMS.

كما يمكن أن تحتوي دارة الدخول على أجزاء إضافية لقياس سعة المكثفة ، الوشيعة، الترددات، وغيرها من الوحدات الكهربائية.

- محول تماثلي-رقمي (ADC) : كما تم التطرق إليه سابقا، يقوم المحول تماثلي-رقمي برقمنة الإشارة وذلك بأخذ عينات للإشارة التماثلية.
- دارة المُراقبة المنطقية (logic control) : تتحكم دارة المُراقبة المنطقية في جميع وظائف الجهاز بما فيها التغيير التلقائي لمعايير دارة الإدخال ، إطلاق دورة القياس ، التحكم في المحول تماثلي-رقمي ، حفظ البيانات في الذاكرة ، وما إلى ذلك.
- ذاكرة (memory) : يسمح هذا الجزء من الجهاز بحفظ بيانات القياس والتي يمكن نقلها إلى الأجهزة الخارجية بما في ذلك الحاسوب باستعمال وسائط التواصل.
- دارة الخروج (output circuit) : تسمح هذه الدارة بإعداد القيمة الرقمية للإشارة من أجل العرض في الشاشة و كذا إرسالها عبر وسائط التواصل مع الأجهزة الخارجية.

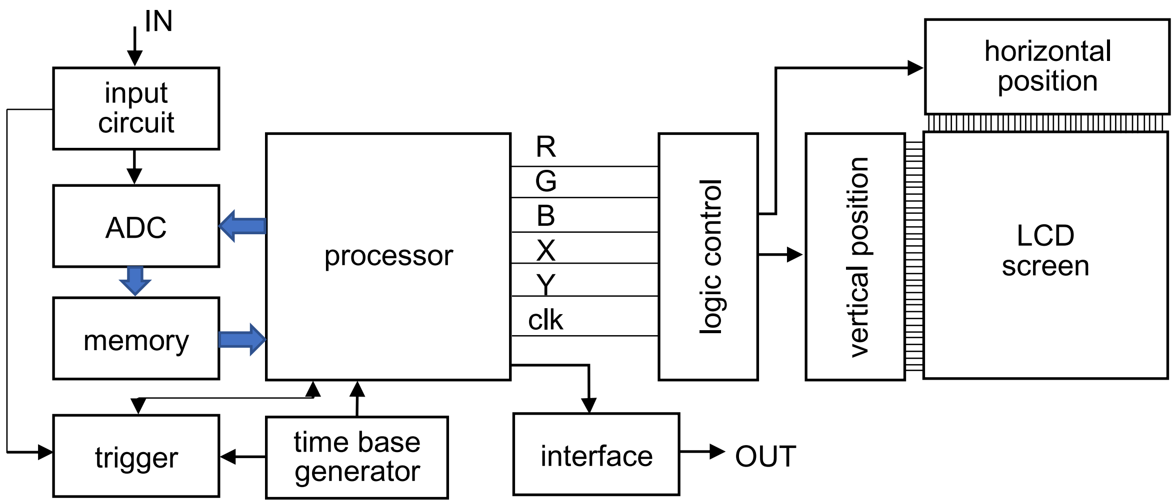
بصفة عامة، توجد حاليًا أنواع مختلفة من أجهزة القياس الرقمية المتعددة الوظائف. نستعرض في الجدول 1.3 مقارنة بين الأداء النموذجي لأجهزة القياس الرقمية المتعددة الوظائف الأكثر شيوعًا بما فيها جهاز Fluke 110 ، جهاز Agilent HP34401 وجهاز Keithley 2002.

الجدول 1.3. الأداء النموذجي لبعض أجهزة القياس الرقمية المتعددة الوظائف (المرجع 1 ص 316).

| Type<br>Model<br>Manufacturer | portable<br>110<br>Fluke | lab instrument<br>34401A<br>Agilent | Precise<br>2002<br>Keithley |
|---|---|---|---|
| Number of digits | 3¾ (6000 ) | 6½ digits | 7½ or 8½ digits |
| Measure | U, I, R, C, f | U, I, R, f | U, I, R, f, T |
| DC uncertainty | 0.7% | 0.0035+0.0005% | 0.0006+0,00008% |
| Rin in DC voltage 200mV measurement | 10 MΩ | >10 GΩ | >10 GΩ |
| AC uncertainty | 1% | 0.06+0.03% | 0.02+0.01% |
| Bandwidth | 50 – 500 Hz | 10 Hz – 300 kHz | 1 Hz – 2 MHz |
| Speed of readings | 40/s | 1000/s DC, 50/s AC | 2000/s 4½ digits |
| Memory | - | 512 readings | 30 000 readings |
| Interface | - | RS232C , HPiB | GPIB |

### 2.2.2.3 جهاز Oscilloscope الرقمي لرسم الاهتزازات

يعرض الشكل 15.3 المخطط النموذجي لجهاز Oscilloscope الرقمي. يمكننا أن نلاحظ في هذا المخطط وظائف مماثلة كما هي موجودة في الأجهزة التماثلية على الرغم من وجود اختلافات كبيرة في مبدأ تشغيل لكل منهما. الاختلاف الرئيسي بين أجهزة رسم الاهتزازات الرقمية و أجهزة رسم الاهتزازات التماثلية يكمن في كيفية معالجة الإشارة حيث يتم رقمنة جميع عمليات معالجة الإشارة في جهاز Oscilloscope الرقمي. بالإضافة إلى ذلك، يقوم الجهاز بحفظ البيانات وكذا استنساخ الإشارات.



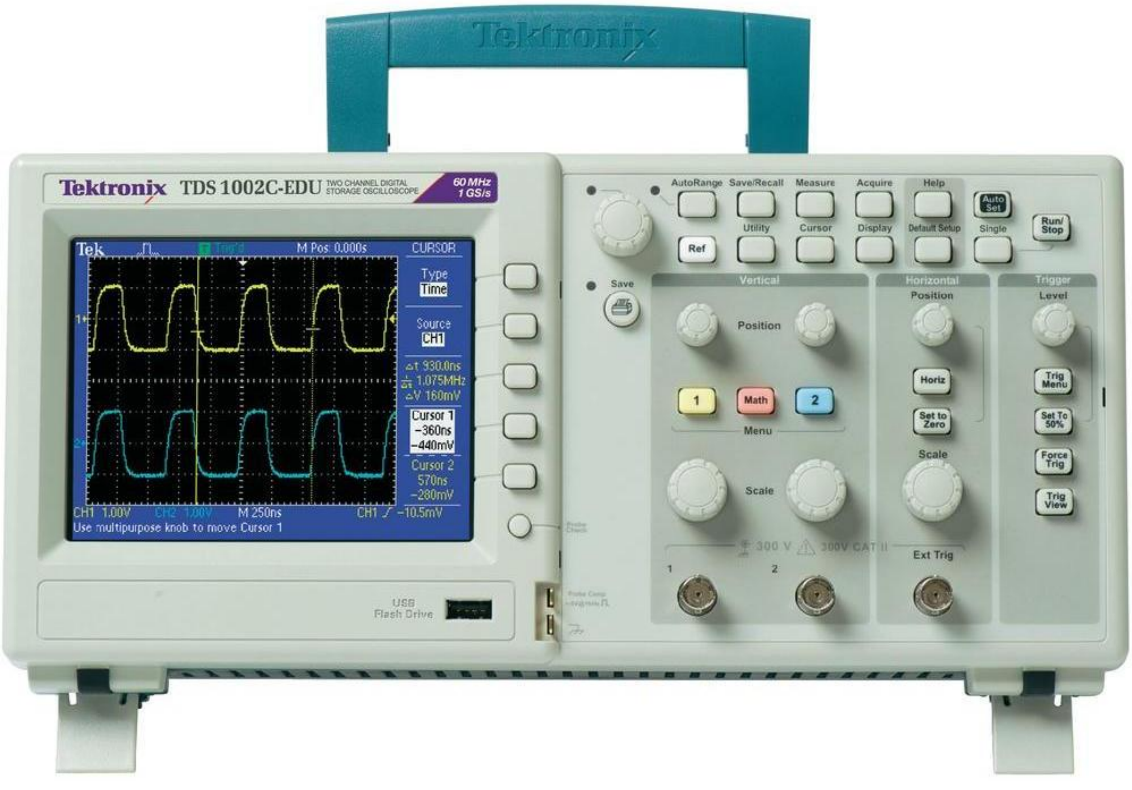

الشكل 15.3. المخطط النموذجي لجهاز راسم الذبذبات الرقمي.

من خلال الشكل نلاحظ أنّ التركيبة الداخلية لجهاز رسم الاهتزازات الرقمي تتكون من نفس أجزاء التركيبة الداخلية لأجهزة القياس الرقمية المتعددة الوظائف بما فيها دارة الدخول (input circuit)، محول تماثلي-رقمي (ADC)، دارة المُراقبة المنطقية (logic control)، ذاكرة (memory)، دارة الخروج (int erface)، و كذا شاشة عرض رقمية عالية الدقة. بالإضافة إلى ما سبق ذكره من أجزاء

داخلية، فإنّ جهاز رسم الاهتزازات الرقمي يحتوي على الأجزاء التالية:

- المُعالج (processor) : يقوم المُعالج بإجراء جميع عمليات معالجة الإشارة الرقمية بما فيها قياس قيمة الإشارة وتواترها، قياس متوسط الإشارة، قياس تكامل الإشارة ، تحليل FFT، وغيرها من عمليات معالجة الإشارة. وبما أنّ أغلب أجهزة رسم الاهتزازات الرقمية الحديثة تسمح برسم الموجات بألوان مختلفة، وعليه فإنّ دارة المُراقبة المنطقية تقوم بإرسال ناتج المعالجة الرقمية بدلالة مخرَجا القياس X و Y إلى شاشة العرض من خلال الألوان R، G، و B.
- الزنَّاد (trigger): دارة ثنائية الثبات يزداد فيها جُهد الخروج إلى حد أقصى ثابت عندما يرتفع جُهد الدخول فوق عتبة معينة ، وينخفض تقريبًا إلى الصفر عندما ينخفض جُهد الدخول عن عتبة أخرى.
- دارة قاعدة الزمن (time base generator) : وهي عبارة عن دارة إلكترونية تُولِّد جُهدًا متغيرًا لإنتاج شكل موجة معين خاصةً منها موجات سن المنشار عالية التردد.

الشكل 16.3 يوضح جهاز رسم الاهتزازات الرقمي لشركة Tektronix .




الشكل 16.3. يوضح جهاز رسم الاهتزازات الرقمي Tektronix TDS 1002C-EDU .

# الفصل الرابع. طُرُق القياس الكهربائي

## مقدمة

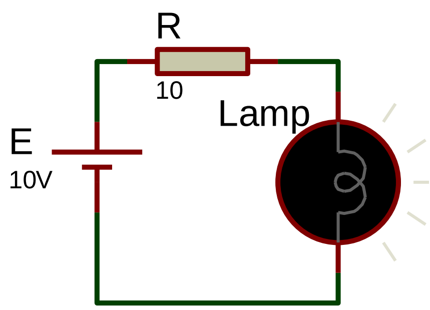
في هذا الفصل ستتطرق إلى نتائج القياسات لأهم الوحدات الكهربائية. ومن هذا المُنطلق، سندرس نتائج طُرُق القياس المُباشرة من أجل كل وحدة أساسية باستعمال جهاز القياس المُوافق وكذلك نتائج طُرُق القياس الغير مُباشرة إن وُجِدت بالطبع وتقدير مدى الخطأ المُترتب على عملية القياس.

## 1.4 قياس فرق الكمون في الدّارة الكهربائية

### 1.1.4 قياس فرق الكمون في الدّارة DC

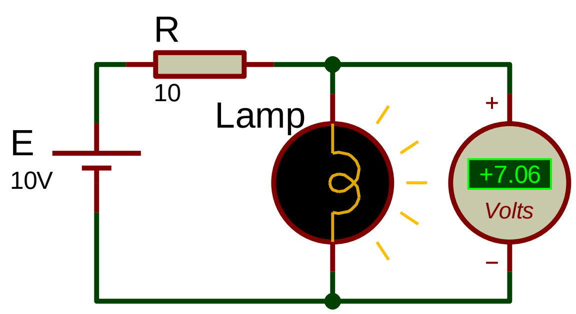
بصفة عامة، يتم قياس فرق الكمون وذلك بتوصيل جهاز القياس Voltmeter على التوازي مع بقية أطراف الدارة. يرجع السبب في توصيل الجهاز على التوازي مع بقية أطراف الدارة إلى أنّ جهاز Voltmeter يقيس فرق الكمون بين نقطتين ذات شُحنتين مختلفتين، لذا وجب توصيل نهايتيه بالنقطتين اللتين يُراد قياس فرق الكمون بين طرفيهما. هذا يعني أنّه يجب وضعه خارج الدّارة (أو الفرع)؛ وبالتالي يتم توصيله على التوازي.

مثال 1: استنتاج مقاومة المصباح في الدّارة DC التالية




الشكل 1.4. دارة DC بدلالة مقاومة ومصباح.

الحل: باستعمال جهاز القياس Voltmeter ، تتحصل على نتيجة القياس التالية

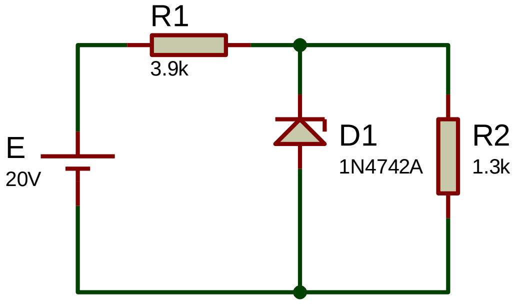



الشكل 2.4. نتيجة القياس باستعمال جهاز القياس Voltmeter في برنامج المُحاكاة.

من خلال قانون تقسيم الجهد، نستنتج قيمة مقاومة المصباح كما يلي

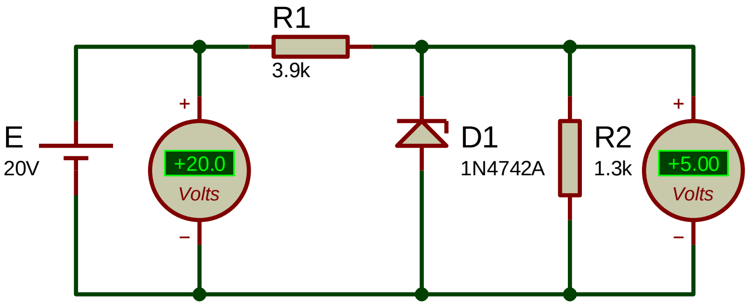
$$V_{Lamp} = \frac{R_{Lamp}}{R_{Lamp}+R} \cdot E \Rightarrow R_{Lamp} = \frac{V_{Lamp}}{E - V_{Lamp}} \cdot R = \frac{7.06}{10-7.06} \cdot 10 = 24.013\Omega \qquad (1.4)$$

مثال 2: قياس فرق الكمون بين طرفي المُقاومة R2 في الدّارة DC التالية




الشكل 3.4. دارة DC بدلالة مقاومتين و صمام ثنائي نوع Zener .

الحل: باستعمال جهاز قياس Voltmeter نستنتج القياس التالي




الشكل 4.4. نتيجة القياس باستعمال جهاز القياس Voltmeter في برنامج المُحاكاة.

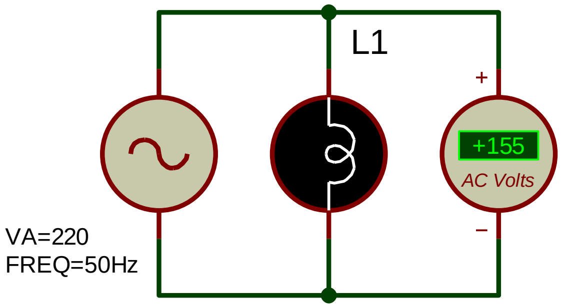
### 2.1.4 قياس فرق الكمون في الدّارة AC

من خلال الفصل الأول، نعلم أنّ القيمة الفعالة $V_{RMS}$ هي التي تمثل القيمة الحقيقية المُطبّقة بين طرفي الحمولة في دارة AC . وعليه، سيتم التعبير عن نتيجة القياسات بدلالة الرمز $V_{RMS}$ .

مثال: قياس فرق الكمون بين طرفي المصباح في الدّارة AC في الدارة التالية

$$V(t) = 220\sin 100\pi t \qquad (2.4)$$

الحل: باستعمال جهاز القياس Voltmeter ، نتحصل على نتيجة القياس في برنامج المحاكاة التالية




الشكل 5.4. دارة DC بدلالة مقاومة ومصباح.

من خلال الجدول 1.1 في الفصل الأول، يمكن التأكد من صحة القياس كما يلي

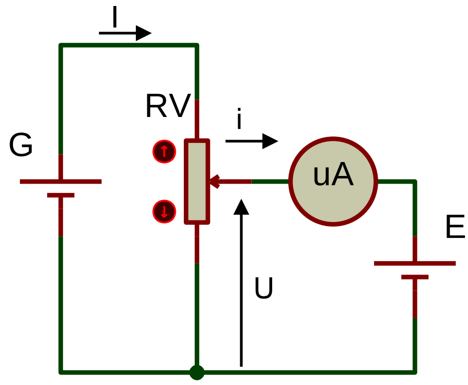
$$V_{RMS} = V_m / \sqrt{2} = 220 / 1.414 = 155V \qquad (3.4)$$

### 3.1.4 قياس غير مباشر لفرق الكمون باستخدام طريقة التقابل

في هذه الحالة، يتم استبدال الكمية المُراد قياسها بأُخرى معيارية حيث يمكن استنتاج هذه الكمية عند تساوي مؤشر جهاز القياس في كلتا الحالتين.

مثال: تحديد قيمة الجُهد بين طرفي مصدر E باستخدام طريقة التقابل.

الحل: يتم توصيل مصدر الجُهد E في دارة كما هو موضح في الشكل التالي




الشكل 5.4. دارة قياس الجُهد بين طرفي المصدر E.

حيث أنّ G عبارة عن مصدر جُهد، $R_V$ عبارة عن مُقاومة متغيرة، و uA عبارة عن جهاز قياس التيار الضعيف. وعليه، يتم تغيير قيمة المُقاومة المتغيرة $R_V$ حتى ينعدم التيار i (حالة التوازن). أي أنّ

$$E = U = R'I = \frac{R'}{R_V}G \tag{4.4}$$

حيث أنّ $R'$ عبارة عن جزء معلوم القيمة من المقاومة المتغيرة $R_V$.

يتم استبدال المصدر E بمصدر آخر معياري ذو قيمة معلومة $E_0$. وعليه، يتم تغيير قيمة المُقاومة المتغيرة $R_V$ من جديد حتى ينعدم التيار i حيث تتحصل على العبارة التالية

$$E_0 = U = R''I = \frac{R''}{R_V}G \tag{5.4}$$

مع $R''$ جزء معلوم القيمة هو كذلك من المقاومة المتغيرة $R_V$.

من خلال العبارتين السابقتين، نستنتج مُباشرةً قيمة مصدر جُهد E على النحو التالي:

$$\frac{E}{R'} = \frac{E_0}{R''} \Rightarrow E = \frac{R'}{R''}E_0 \tag{6.4}$$

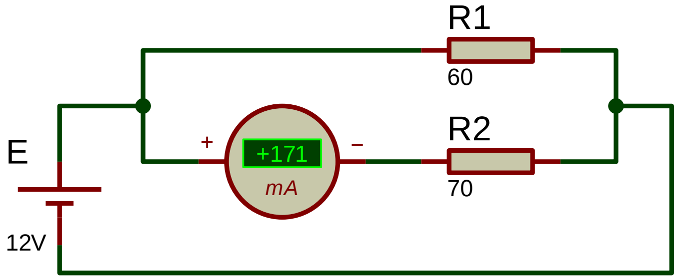
## 2.4 قياس شدة التيار في الدّارة الكهربائية

### 1.2.4 قياس شدة التيار في الدّارة DC

يتم قياس شدة التيار الكهربائي وذلك بتوصيل جهاز القياس Ammeter (Ampèrmètre) على التسلسل في الدّارة (الفرع)، حيث يرجع السبب في هذا النوع من التوصيل إلى أنّ جهاز القياس Ammeter يقوم بقياس الشحنات الكهربائية. وعليه، لذا وجب وضعه في مكان يمُرّ فيه كل التيار الذي يُراد قياسه في الدّارة (الفرع).

مثال: قياس شدة التيار في فرع المُقاومة $R_2$ للدّارة DC تتكون من مقاومتين على التوازي $R_1 = 60\Omega$ و $R_2 = 70\Omega$.

الحل: باستعمال جهاز القياس Ammeter (وضع العيار على mA) تتحصل على نتيجة القياس التالية




الشكل 6.4. نتيجة القياس.

يمكن التأكد حسابيًا من النتيجة، حيث أنّ

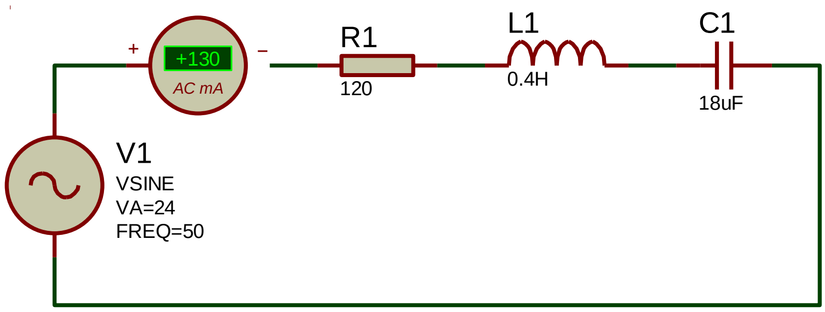
$$E = R_2 i_2 \Rightarrow i_2 = \frac{E}{R_2} = \frac{12}{70} = 0.171A \tag{7.4}$$

### 2.2.4 قياس شدة التيار في الدّارة AC

يتم التعبير عن نتيجة القياسات بدلالة القيمة الفعالة $I_{RMS}$ على نفس شاكلة فرق الكمون.

مثال: قياس شدة التيار في دارة RLC على التسلسل حيث $V = 20\sin 100\pi t$، $R = 10\Omega$، $L = 0.6H$ و $C = 4\mu F$.

الحل: عند توصيل جهاز القياس في الدارة، نجد النتيجة التالية




الشكل 7.4. نتيجة القياس.

يمكن التأكد حسابيًا من النتيجة كما يلي

$$E = |Z| \times I \Rightarrow I = \frac{E}{|Z|} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \tag{8.4}$$

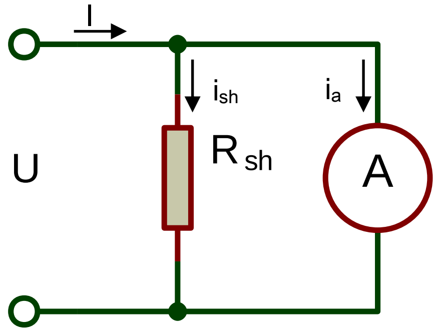
وبما أنّ $I_{RMS} = I/\sqrt{2}$ ، ومنه

$$I = \frac{24}{\sqrt{120^2 + \left(0.4 \times 100\pi - \frac{1}{18 \times 10^{-6} \times 100\pi}\right)^2}} = 0.183A \Rightarrow I_{RMS} = 0.130A \tag{9.4}$$

### 3.2.4 قياس غير مباشر لشدة التيار باستخدام طريقة shunt البسيطة

تم في الأصل تصميم جهاز القياس Ammeter لقياس شدة التيار المنخفض في حدود $1A - 1mA$. وعليه، يجب إدخال بعض التعديلات على الدّارة قصد قياس شدة التيار المُرتفع وذلك بإضافة مقاومة على التوازي وذات قيمة صغيرة جداً تُعرف باسم المُقاومة shunt ويتم الترميز إليها ( $R_{sh}$ ) حيث تسمح هذه المُقاومة بتدفق الجزء الأكبر من التيار من خلالها دون أي تأثير على جهاز القياس.

الشكل التالي يُوضح كيفية توصيل جهاز القياس Ammeter مع المُقاومة $R_{sh}$ في الدارة.



(ب)


(أ)

الشكل 8.4. قياس غير مُباشر لشدة التيار في الدّارة. (أ) المُقاومة shunt . (ب) طريقة القياس.

من خلال الشكل السابق، لدينا

$$U = R_{sh} \times i_{sh} = r_a \times i_a \Rightarrow R_{sh} = \frac{r_a \times i_a}{i_{sh}} \qquad (10.4)$$

وبما أنّ $i_{sh} = I - i_a$، ومنه

$$R_{sh} = \frac{r_a \times i_a}{I - i_a} = \frac{r_a}{\frac{I}{i_a} - 1} \qquad (11.4)$$

مثال: تحديد قيمة المُقاومة $R_{sh}$ في دارة يمُر فيها تيار قيمته 5A حيث تحتوي على جهاز قياس Ammeter يسمح بقياس أكبر قيمة للتيار $i_{max} = 1mA$ ولديه مقاومة داخلية $r_a = 500\Omega$.

الحل: من خلال العلاقة (11.4) السابقة، لدينا

$$R_{sh} = \frac{r_a}{\frac{I}{i_a} - 1} = \frac{500}{\frac{5}{10^{-3}} - 1} = 0.0010002\Omega \qquad (12.4)$$

والتي هي في حدود $R_{sh} = 100.02\,m\Omega$.

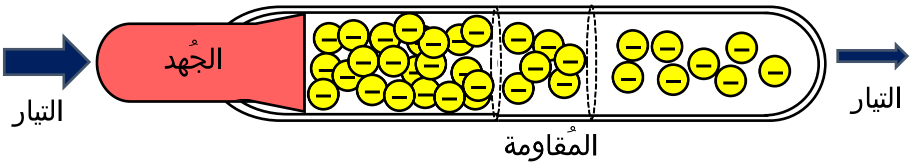
تنويه: غالباً ما يتم تصنيع هذا النوع من المُقاومات من معادن ذات مواصفات عالية الدقة وذات قيم جد منخفضة حيث يمكن التعبير عنها بدلالة $\mu\Omega$ في حالة قياس التيارات الجد مرتفعة (في حدود 100A فما فوق). من خلال دراسة تأثير درجة الحرارة على حركة التيار في مُختلف المعادن، فإنّ كل من معدني Manganin و Zeranin يُمثلان الخيار الأفضل في تصنيع هذا النوع من المُقاومات.

## 3.4 قياس المُقاومات

أ- تعريف المُقاومة : يتم تعريف المقاومة الكهربائية على أنها درجة مُعارضة حركة التيار الكهربائي في الدارة حيث يتم التعبير عن العلاقة بين كلٍّ من الجُهد ، شدة التيار والمُقاومة من خلال قانون أوم.

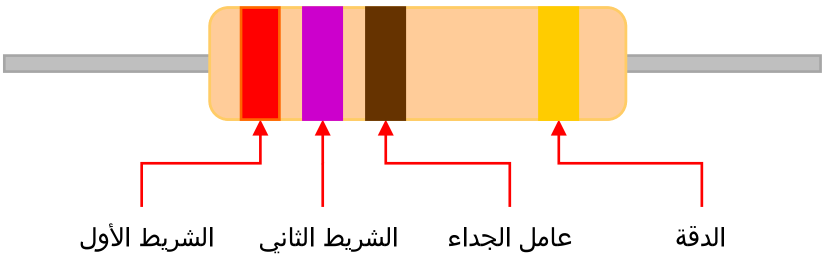
$$U = R \times I \qquad (13.4)$$

الشكل التالي يُعطي فكرة عن دور المقاومة في الدّارة الكهربائية.




الشكل 9.4. رسم توضيحي لوظيفة المقاومة في الدّارة الكهربائية.

ب- قراءة ألوان المقاومة: هي عبارة عن حلقات ملونة تُطلى بها المقاومة بغرض تعيين القيمة الخاصة حيث تُقرأ حلقات المقاومات من اليسار إلى اليمين كما هو مُوضح في الشكل والجدول أدناه.

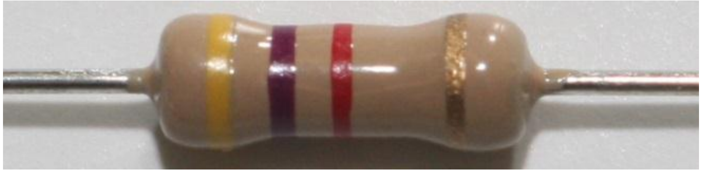



الشكل 10.4. مخطط رمز لون المقاومة (مثال $R = 270\Omega$)

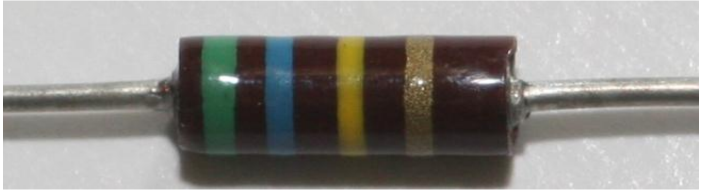
الجدول 1.4. مخطط رمز لون المقاومة.

| اللون | الشريط الأول | الشريط الثاني | عامل الجداء | الدقة |
|---|---|---|---|---|
| أسود | 0 | 0 | $10^0$ | - |
| بني | 1 | 1 | $10^1$ | - |
| أحمر | 2 | 2 | $10^2$ | - |
| برتقالي | 3 | 3 | $10^3$ | - |
| اصفر | 4 | 4 | $10^4$ | - |
| أخضر | 5 | 5 | $10^5$ | - |
| أزرق | 6 | 6 | $10^6$ | - |
| بنفسجي | 7 | 7 | $10^7$ | - |
| رمادي | 8 | 8 | $10^8$ | - |
| أبيض | 9 | 9 | $10^9$ | - |
| ذهب | - | - | 0.1 | ±5% |
| فضة | - | - | 0.01 | ±10% |
| بدون لون | - | - | - | ±20% |

ت- أمثلة :



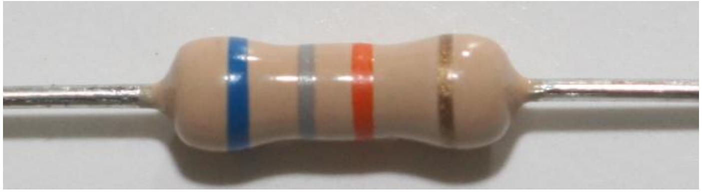
$R = 4700\,\Omega$ ومنه (ذهبي | أحمر | بنفسجي | أصفر)



$R = 560\,k\Omega$ ومنه (ذهبي | أصفر | أزرق | أخضر)

$R = 270\,\Omega$ ومنه (ذهبي / بني | بنفسجي | أحمر)

$R = 1.2\,M\Omega$ ومنه (بني | أحمر | أخضر | ذهبي)



$R = 68\,k\Omega$ ومنه (أزرق | رمادي | برتقالي | ذهبي)

ث- قياس المُقاومة : يمكن قياس المُقاومة في دارة كهربائية أو أحد فروعها وذلك باستعمال أحد طُرُق القياس التالية:

- قياس المُقاومة باستعمال طريقة Voltmeter-Ammeter ؛
- قياس المُقاومة باستعمال طريقة الصفر ؛
- قياس المُقاومات الكبيرة باستعمال طريقة ضياع الشُحنة.

### 1.4.4 قياس المُقاومة باستعمال طريقة Voltmeter-Ammeter

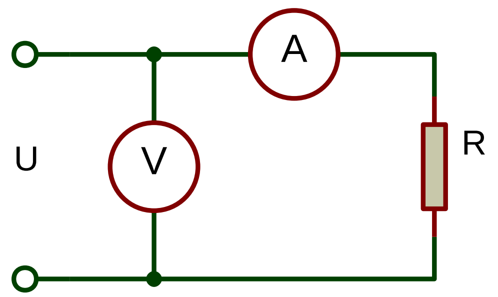
يمكن استنتاج قيمة المُقاومة من خلال قياس شدة التيار الكهربائي وفرق الكمون في آنٍ واحد بين طرفي هذه الأخيرة وذلك بتوصيل جهازي القياس باستعمال إحدى التوصيلتين التاليتين:

- توصيل منبع: يتم توصيل جهاز القياس Voltmeter بين طرفي المقاومة و جهاز القياس Ammeter .
- توصيل مصب: يتم ربط جهاز القياس Voltmeter بين طرفي المقاومة فقط و يكون جهاز القياس Ammeter

فيما يلي نُقدّم دراسة أولية على كل توصيلة.

#### 1.1.4.4 توصيل منبع

كما تم ذكره آنفًا، يتم توصيل جهازي القياس Ammeter و Voltmeter في الدّارة الكهربائية في حالة توصيل منبع كما هو مُوضّح في الشكل 11.4 ، حيث يتم توصيل جهاز القياس Voltmeter بين طرفي كل عناصر الدّارة (أو أحد فروعها) بما فيها جهاز القياس Ammeter . وعليه، ينتج خطأ منهجي سببه المقاومة الداخلية $r_A$ لجهاز القياس Ammeter الموصولة على التسلسل مع المقاومة R.




الشكل 11.4. توصيل منبع لجهازي القياس Ammeter و Voltmeter في الدّارة الكهربائية.

بفرض أنّ مقاومة الحمولة الكلية هي $R_L$، أي أنّ

$$R_L = R + r_A \Rightarrow R = R_L - r_A \tag{14.4}$$

ونستنتج عبارة الارتياب كما يلي

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{R_L}{|R_L - r_A|} \cdot \frac{\Delta R_L}{R_L} + \frac{r_A}{|R_L - r_A|} \cdot \frac{\Delta r_A}{r_A} \tag{15.4}$$

وعليه، فإنّ عملية القياس في هذا النوع من التوصيل تكون أكثر دقة لما يتحقق الشرط التالي

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta R_L}{R_L} \tag{16.4}$$

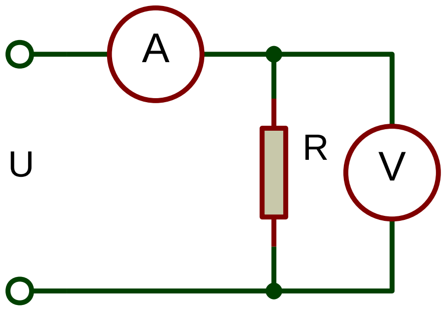
من خلال عبارة الارتياب (15.4)، فإن الشرط السابق يتحقق من أجل

$$\frac{R_L}{|R_L - r_A|} = 1 ; \quad \frac{r_A}{|R_L - r_A|} = 0 \tag{17.4}$$

وبما أنّ $r_A \neq 0$ ومنه يتحقق الشرط من أجل $r_A << R_L$ ، أي أنّ $r_A << R$.

### 2.1.4.4 توصيل مصب

الشكل يُوضّح توصيل مصب لجهازي القياس Ammeter و Voltmete في الدّارة الكهربائية حيث يتم توصيل قطبي جهاز القياس Voltmeter بطرفي المقاومة R فقط. يقوم جهاز القياس Ammeter في هذه الحالة بقياس التيار بين طرفي كلٍّ من المقاومة R و جهاز القياس Voltmeter مجتمعين معاً. وعليه، يطرأ خطأ منهجي في نتيجة قياس التيار بسبب المقاومة الداخلية $r_V$ لجهاز القياس Voltmeter.




الشكل 12.4. توصيل مصب لجهازي القياس Ammeter و Voltmeter في الدّارة الكهربائية.

بفرض أنّ الحمولة الكلية هي $R_L$، ومنه

$$R_L = \frac{R\times r_V}{R+r_V} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{R\times r_V}{r_V - R_L} = R_L \times \frac{1}{1-\frac{R_L}{r_V}} = R_L \times \left(1+\frac{R_L}{r_V}\right) \qquad (18.4)$$

ومنه نستنتج عبارة الارتياب كما يلي

$$\frac{\Delta R}{R} = \left[\left(1+\frac{2R_L}{r_V}\right)\cdot \Delta R_L + \left(-\frac{R_L^2}{r_V}\right)\cdot \Delta r_V\right]\frac{1}{R} = \frac{1+\frac{2R_L}{r_V}}{R_L\left(1+\frac{R_L}{r_V}\right)}\cdot \Delta R_L + \frac{-\frac{R_L^2}{r_V}}{R_L\left(1+\frac{R_L}{r_V}\right)}\cdot \Delta r_V \qquad (19.4)$$

بعد التبسيط نجد أنّ

$$\frac{\Delta R}{R} = \left|1+\frac{R_L}{R_L+r_V}\right|\cdot\frac{\Delta R_L}{R_L} + \left|-\frac{R_L}{R_L+r_V}\right|\cdot\frac{\Delta r_V}{r_V} \qquad (20.4)$$

وعليه، فإنّ عملية القياس في هذا النوع من التوصيل تكون أكثر دقة لما يتحقق الشرط التالي

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta R_L}{R_L} \qquad (21.4)$$

من خلال عبارة الارتياب (19.4)، فإن الشرط السابق يتحقق من أجل

$$\left|1+\frac{R_L}{R_L+r_V}\right| = 1\ ;\quad \left|-\frac{R_L}{R_L+r_V}\right| = 0 \qquad (22.4)$$

وبما أنّ $R_L \neq 0$ ومنه يتحقق الشرط من أجل $r_V >> R_L$ ، أي أنّ $r_V >> R$.

تنويه: بصفة عامة، فإنّ مقاومة كِلا جهازي القياس Ammeter و Voltmeter متباعدة تماماً. وعليه، نلجأ إلى المقارنة بين مختلف المقاومات كما يلي:

- إذا كانت $R^2 < r_A \times r_V$ من الأحسن استعمال توصيل منبع لجهازي القياس ؛
- إذا كانت $R^2 > r_A \times r_V$ من الأحسن استعمال توصيل مصب لجهازي القياس ؛
- إذا كانت $R^2 = r_A \times r_V$ في هذه الحالة فإنّ كِلا التوصيلين متكافئتين.

### 2.4.4 قياس المقاومة باستعمال طريقة الصفر (جسر Wheatstone)

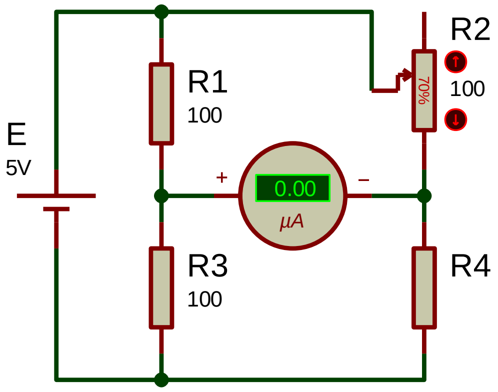
كما تم التطرق إليه في الفصل 2 السابق، فإنّ طريقة الصفر جد فعالة في قياس المقاومة في الدّارة DC و المُمانعة في الدّارة AC. وبصفة خاصة، تم اختراع أداة قياس المقاومات بالاعتماد على طريقة جسر القياس في سنة 1833 من طرف العالم S.H. Christie ، ثم تم تحسينها ونشرها من قبل العالم T. Wheatstone في سنة 1843.

من خلال العبارة (36.2) في الفصل الثاني، لدينا

$$R_1 \times R_4 = R_2 \times R_3 \qquad (23.4)$$

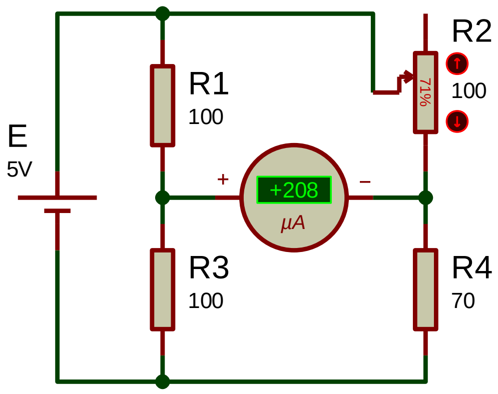
مثال: الشكل التالي يُوضح نتيجة القياس بفرض أنّ المقاومة $R_4$ مجهولة.

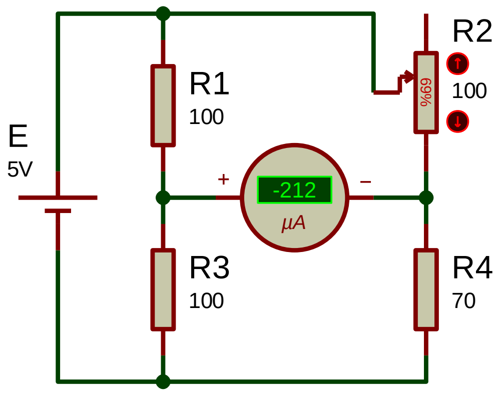
بما أنّ الجسر في حالة توازن، ومنه نستنتج مباشرة المقاومة $R_4 = 70$.




الشكل 13.4. نتيجة قياس المقاومة المجهولة $R_4$ باستعمال جسر القياس.

يمكن التأكد من دقة القياس باستعمال جسر القياس بإدخال تغيير طفيف في قيمة المقاومة المتغيرة $R_2$ حيث نلاحظ عدم توازن جسر القياس.

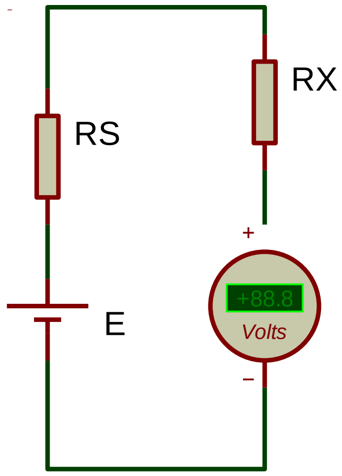


### 3.4.4 قياس المقاومات الكبيرة

غالبًا ما يتم قياس المقاومة بجهاز قياس رقمي متعدد الوظائف حيث يمكنه إجراء قياسات تصل إلى حوالي $200\,M\Omega$. ومع ذلك، وفي بعض الحالات، يجب قياس المقاومة في النطاقات الأعلى وبدقة عالية. تتضمن هذه الحالات عدة تطبيقات بما فيها تحديد مقاومة العوازل وقياس مقاومة العزل لألواح الدوائر الالكترونية المطبوعة (printed circuits). وعليه، يتم استعمال طُرُق قياس مناسبة في كل حالة والتي تسمح بقياس المقاومات الجد مرتفعة حيث قد تصل قيمتها في بعض التطبيقات إلى حدود $10^{12}\,\Omega$، والتي يقابلها شدة تيار في حدود $10^{-12}\,A$ وهي عبارة عن قيمة صغيرة جداً حيث لا يمكن قياسها في أغلب الأحيان بأجهزة القياس العادية. في هذه الحالة، يمكن تبسيط عملية القياس المقاومة من خلال قياس غير مباشر لفرق الكمون بين طرفي الدّارة.

التركيبة الأساسية لعملية القياس موضحة في الشكل 14.4 حيث يتم توصيل مصدر الجهد الثابت E على التسلسل مع مقاومة أمان اختيارية $R_S$ ، المقاومة المجهولة العالية القيمة $R_X$، و جهاز قياس Voltmeter ذو مقاومة داخلية $R_M$.




الشكل 14.4. قياس المقاومة العالية جداً.

من خلال الشكل السابق، يمكن كتابة العبارة التالية

$$E = (R_S + R_X + R_M) \times I \tag{24.4}$$

وبما أنّ فرق الكمون بين طرفي جهاز القياس Voltmeter يُحقق العلاقة

$$U = R_M \times I \tag{25.4}$$

ومنه،

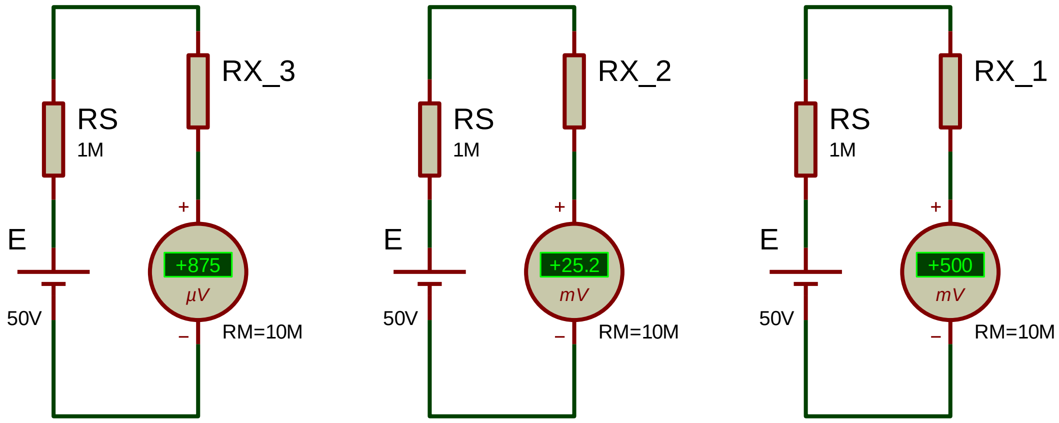
$$E = (R_S + R_X + R_M) \times \frac{U}{R_M} \tag{26.4}$$

وبالتالي نستنتج عبارة المقاومة المجهولة $R_X$ على النحو التالي

$$R_X = R_M\left(\frac{E}{U} - 1\right) - R_S \tag{27.4}$$

ملاحظة: في بعض الحالات يتم الاستغناء عن مقاومة الأمان $R_S$.

مثال: تحديد قيمة المقاومة المجهولة في كل حالة من حالات القياس التالية.




الشكل 15.4. نتيجة قياس بعض المقاومات العالية جداً.

الحل: من خلال العلاقة (27.4) السابقة نستنتج مُباشرة القياسات التالية:

$$R_{X\_1} = 10\times10^6\left(\frac{50}{500\times10^{-3}}-1\right)-10^6 = 989\,M\Omega$$
$$R_{X\_2} = 10\times10^6\left(\frac{100}{25.2\times10^{-3}}-1\right)-100\times10^6 \approx 20\,G\Omega \qquad (28.4)$$
$$R_{X\_3} = 10\times10^6\left(\frac{50}{875\times10^{-6}}-1\right)-10^6 \approx 800\,G\Omega$$

ملاحظة: من خلال نتيجة القياس، نلاحظ حدوث ارتياب في نتيجة القياس بالنسبة للمقاومات المرتفعة جداً حيث أنّ دقة جهاز القياس تؤثر على نتيجة القياس.

## 4.4 قياس المُمانعة

أ- تعريف المُمانعة : لا يختلف كثيراً تعريف المُمانعة عن تعريف المقاومة من حيث مبدأ مُعارضة حركة التيار الكهربائي في الدارة ، غير أنّه يقتصر على دارة التيار المتناوب AC ، أي في وجود المقاومة، المكثفة و (أو) الوشيعة.

ب- قياس المُمانعة : يمكن قياس المُمانعة في دارة كهربائية أو أحد فروعها وذلك باستعمال نفس طُرُق القياس المُستعملة في حالة قياس المُقاومة. إنّ الأمر المهم في قياس المُمانعة هو تأثرها الشديد بتردد الموجة المتناوبة بالنقصان أو الزيادة بحسب العنصر الكهربائي أو مجموعة العناصر المُشكلة للمُمانعة في حد ذاتها.

نفرض أنّه يتم التعبير عن الجهد والتيار بالصيغ المُركّبة التالية:

$$V = |V|\angle\varphi_V \;\; ; \;\; I = |I|\angle\varphi_I \qquad (29.4)$$

حيث أنّ $|V|$ و $|I|$ تُعبِّر عن طويلتي العددين المُركّبين لكل من الجهد والتيار، على التوالي. $\varphi_V$ و $\varphi_I$ ترمز إلى زوايا مقدار الازاحة لكل من الجُهد والتيّار بالنسبة للمحور المرجعي، على التوالي.

فيما يلي نستعرض المُمانعة الخاصة بكل من المكثفة، الوشيعة، وبعض أنواع المُمانعات المألوفة في الدارات الكهربائية.

### 1.4.4 قياس المُكثِّفة

أ- عبارة مُمانعة المُكثفة: يتم التعبير عن المُمانعة الخاصة بمُكثفة C بدلالة العدد المركب $Z_C$ على النحو التالي

$$Z_C = -j\frac{1}{C\omega} = |Z_C|\angle\varphi_C \tag{30.4}$$

حيث أنّ طويلة وطور الممانعة $Z_C$ كما يلي

$$\begin{cases} |Z_C| = \sqrt{0^2 + \left(\dfrac{-1}{C\omega}\right)^2} = \dfrac{1}{C\omega} \\ \varphi_C = \tan^{-1}\left(\dfrac{\dfrac{-1}{C\omega}}{0}\right) = \tan^{-1}(-\infty) \simeq -90^\circ \end{cases} \tag{31.4}$$

بالتعويض في العبارة (30.4)، نجد أنّ

$$Z_C = \frac{1}{C\omega}\angle -90^\circ \tag{32.4}$$

ب- خصائص عبارة مُمانعة المُكثفة: من خلال العبارة الأخيرة، فإنّ طويلة مُمانعة المكثفة تتعلّق بكل من المكثفة C والنبض $\omega$ حيث أنّ $\omega = 2\pi f$ مع f تردد مصدر الجُهد المتناوب. وبما أنّ المكثفة C ذات قيمة ثابتة، وعليه نستنتج أنّ طويلة مُمانعة المكثفة تتغير بتغير تردد مصدر الجُهد المتناوب.

بصفة عامة ومن أجل مجال تغيرات $\omega \in [0,+\infty[$ نستنتج ما يلي

$$\omega \to 0 \Rightarrow Z_C \to \infty \;\; ; \;\; \omega \to \infty \Rightarrow Z_C \to 0 \tag{33.4}$$

مع وجود الحالة الخاصة التالية

$$\omega \to \frac{1}{C} \Rightarrow Z_C = 1 \tag{34.4}$$

خصائص التيار بين طرفي مُمانعة المُكثفة: يتم التعبير عن التيار بين طرفي مُمانعة المُكثفة كما يلي

$$V = Z_C \times I \Rightarrow I = \frac{V}{Z_C} \tag{35.4}$$

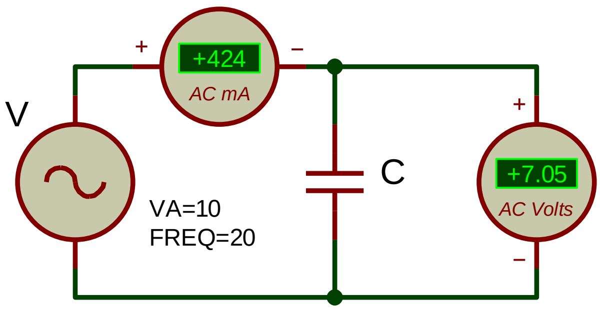
بفرض أنّ الدارة تحتوي على مصدر الجُهد المتناوب ومكثفة بحتة، ومنه

$$I = \frac{V}{Z_C} = \frac{|V|\angle 0^\circ}{\dfrac{1}{C\omega}\angle -90^\circ} = C\omega|V|\angle 90^\circ = |I|\angle\varphi_I \tag{36.4}$$

حيث أنّ طويلة التيار $|I| = C\omega|V|$ وزاوية الطور $\varphi_I = 90^\circ$.

من خلال النتيجة المتحصل عليها، فإنّ زاوية طَور التيّار هي 90° مما يعني أنّ موجة التيّار تتقدم موجة مصدر الجُهد بمقدار الزاوية 90° بين طرفي المكثفة.

مثال : استنتاج قيمة المُكثفة في الدارة AC التالية




الشكل 16.4. دارة AC بدلالة مكثفة بحتة.

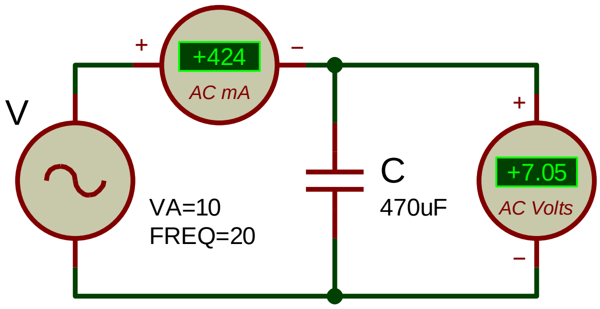
الحل : بتطبيق قانون أوم، نجد أنّ

$$Z_C = \frac{V}{I} = \frac{V_{RMS} \times \sqrt{2}}{I_{RMS} \times \sqrt{2}} = \frac{7.05}{424 \times 10^{-3}} = 16.627\,\Omega \tag{37.4}$$

ومنه نستنتج قيمة المُكثفة كما يلي

$$C = \frac{1}{Z_C \omega} = \frac{1}{16.627 \times 2 \times \pi \times 20} = 478.59 \times 10^{-6} = 478.59\,\mu F \tag{38.4}$$

يمكن التأكد من صحة النتيجة وذلك من خلال الشكل التالي




الشكل 17.4. نتيجة القياس.

### 2.4.4 قياس الوشيعة

أ- عبارة مُمانعة الوشيعة : يتم التعبير عن المُمانعة الخاصة بوشيعة L بدلالة العدد المركب $Z_L$ على النحو التالي

$$Z_L = jL\omega = |Z_L| \angle \varphi \tag{39.4}$$

حيث أنّ طويلة وطور الممانعة $Z_L$ كما يلي

$$\begin{cases} |Z_L| = \sqrt{0^2 + (L\omega)^2} = L\omega \\ \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{0}\right) = \tan^{-1}(\infty) \simeq 90^\circ \end{cases} \tag{40.4}$$

بالتعويض في العبارة (39.4)، نجد أنّ

$$Z_L = L\omega \angle 90^\circ \tag{41.4}$$

ب- خصائص عبارة مُمانعة الوشيعة : من خلال العبارة (41.4)، فإنّ طويلة مُمانعة الوشيعة تتغير بتغير تردد مصدر الجُهد المتناوب. بصفة عامة ومن أجل مجال تغيرات $\omega \in [0,+\infty[$ نستنتج ما يلي

$$\omega \to 0 \Rightarrow Z_L \to 0 \;\; ; \;\; \omega \to \infty \Rightarrow Z_C \to \infty \tag{42.4}$$

مع وجود الحالة الخاصة التالية

$$\omega \to \frac{1}{L} \Rightarrow Z_L = 1 \tag{43.4}$$

ت- خصائص التيار بين طرفي مُمانعة الوشيعة: يتم التعبير عن التيار بين طرفي المُكثفة كما يلي

$$V = Z_L \times I \Rightarrow I = \frac{V}{Z_L} \tag{44.4}$$

بفرض أنّ الدارة تحتوي على مصدر الجُهد المتناوب ومكثفة بحتة، ومنه

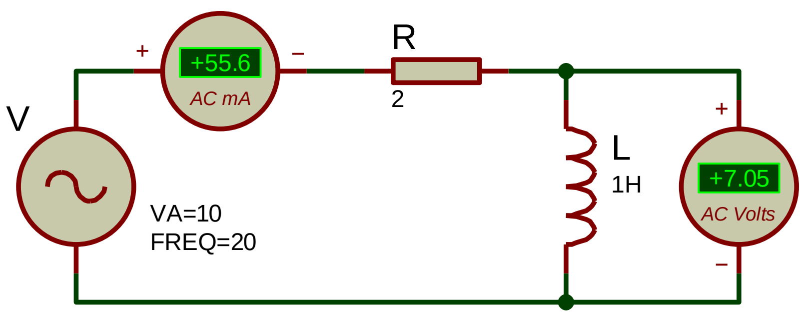
$$I = \frac{V}{Z_L} = \frac{|V|\angle 0^\circ}{L\omega\angle 90^\circ} = \frac{|V|}{L\omega}\angle -90^\circ = |I|\angle\varphi_I \tag{45.4}$$

حيث أنّ طويلة التيار $|I| = \frac{|V|}{L\omega}$ وزاوية الطور $\varphi_I = -90^\circ$.

من خلال النتيجة المتحصل عليها، فإنّ زاوية طَور التيّار هي $-90^\circ$ مما يعني أنّ موجة التيّار تتأخر عن موجة مصدر الجُهد بمقدار الزاوية $-90^\circ$ بين طرفي الوشيعة.

يجب التنويه أنّ توصيل وشيعة بحتة بين أطراف مصدر الجُهد قد يؤدي إلى إتلاف الوشيعة خاصةً من أجل القيم الضعيفة لقيمة الوشيعة وهذا نظرًا لشدة التيار المرتفعة جدًا المتدفقة في الوشيعة. وعليه، يجب إضافة مقاومة أمان للتقليل من حدة التيار.

مثال 1: استنتاج قيمة الوشيعة في الدارة AC التالية




الشكل 18.4. دارة AC بدلالة وشيعة ومقاومة أمان.

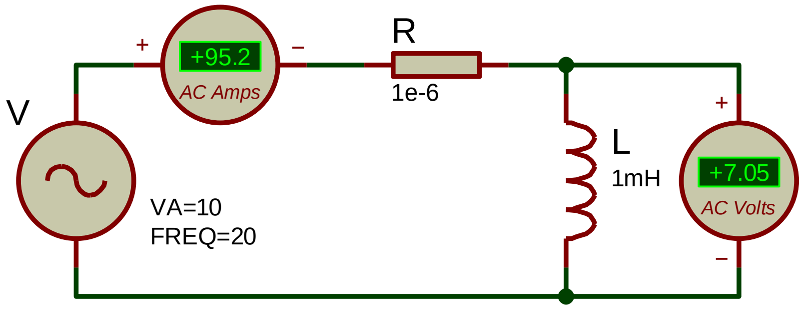
الحل : بتطبيق قانون أوم، نجد أنّ

$$(Z_L + R) = \frac{V}{I} = \frac{V_{RMS} \times \sqrt{2}}{I_{RMS} \times \sqrt{2}} = \frac{7.05}{55.6 \times 10^{-3}} = 126.79\Omega \Rightarrow Z_L = 124.79\Omega \tag{46.4}$$

ومنه نستنتج قيمة الوشيعة كما يلي

$$L = \frac{\omega}{Z_L} = \frac{2 \times \pi \times 20}{124.79} = 1.006\,H \tag{47.4}$$

مثال 2: دراسة نتيجة القياس من أجل قيمة وشيعة صغيرة مع إهمال قيمة مقاومة الأمان.




الشكل 19.4. نتيجة القياس.

الحل: من خلال نتيجة القياس السابقة، نلاحظ شدة التيار في حدود 100A وهي قيمة مرتفعة جدًا لا يمكن أن تتحملها الوشيعة ما يؤدي إلى إتلافها بمجرد توصيل الدارة في الواقع.

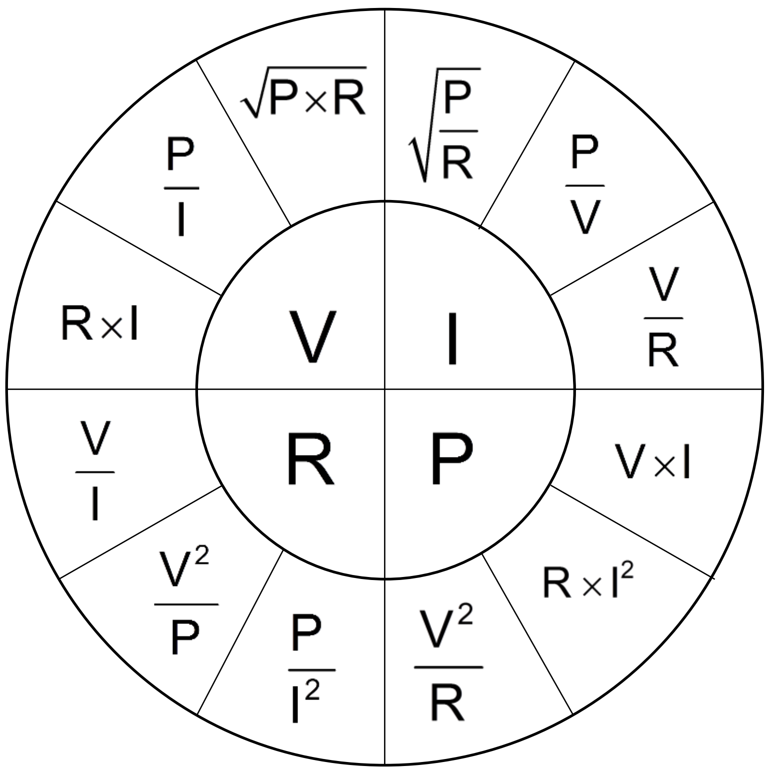
## 5.4 قياس الاستطاعة في دارة DC

### 1.5.4 الصيغة الأساسية

لحساب الاستطاعة الكهربائية في دارة DC، نستعمل الصيغة العامة التالية

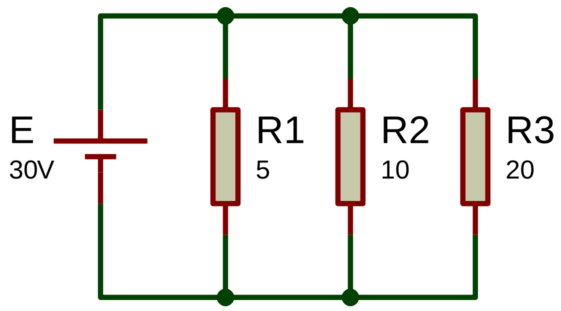
$$P = V \times I \quad (48.4)$$

بصفة عامة، يمكن استنتاج قيمة إحدى المتغيرات بدلالة المتغيرات الأخرى كما هو موضح في الشكل التالي




الشكل 20.4. العلاقة بين الكميات الكهربائية الأساسية.

مثال : حساب الاستطاعة الكهربائية للدّارة التالية




الشكل 21.4. حساب الاستطاعة في دارة DC.

الحل: بما أن الكمون بين أطراف المقاومات $R_1$، $R_2$ و $R_3$ متساوٍ ومنه نجد أنّ

$$P_1 = \frac{E^2}{R_1} = \frac{30^2}{5} = 180W;\ P_2 = \frac{E^2}{R_2} = \frac{30^2}{10} = 90W;\ P_3 = \frac{E^2}{R_3} = \frac{30^2}{20} = 45W \quad (49.4)$$

وتكون قيمة الاستطاعة الكهربائية الكلية في الدّارة كما يلي

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 180 + 90 + 45 = 315W \quad (50.4)$$

### 2.5.4 قياس غير مباشر للاستطاعة الكهربائية في دارة DC

يمكن قياس الاستطاعة الكهربائية في دارة DC أو أحد فروعها باستعمال عدة طُرق غير مباشرة. فيما يلي، سنستعرض أهم الطرق الغير مُباشرة لقياس الاستطاعة.

#### 1.2.5.4 قياس غير مباشر للاستطاعة الكهربائية في دارة DC باستعمال جهازي القياس Ammeter و Voltmeter

يتم استنتاج عبارة الاستطاعة الكهربائية بتوصيل جهازي القياس Ammeter و Voltmeter سويًا بإحدى التوصيلتين « توصيلة منبع » و « توصيلة مصب » المُوضّحتين سلفًا. تعتمد دقة هذه الطريقة على دقة أجهزة القياس وطريقة التوصيلة المستعملة لهذه الأجهزة (توصيلة منبع أو توصيلة مصب).

توصيل منبع : في هذه الحالة يتم إضافة المقاومة الداخلية $r_A$ لجهاز Ammeter إلى المقاومة R، وعليه نجد أنّ

$$P_{mes} = U_{mes} \times I_{mes} = (U + r_A \times I_{mes}) \times I_{mes} = U \times I_{mes} + r_A \times I_{mes}^2 = P + \Delta P \quad (51.4)$$

حيث أنّ الارتياب مُعطى بالعبارة التالية

$$\Delta P = r_A \times I_{mes}^2 \quad (52.4)$$

توصيل مصب: يتم إضافة المقاومة الداخلية $r_V$ لجهاز Voltmeter إلى المقاومة R، ومنه

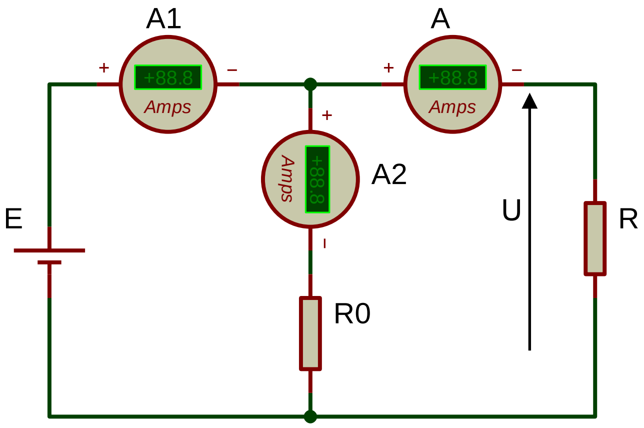
$$P_{mes} = U_{mes} \times I_{mes} = U_{mes} \times \left( I + \frac{U_{mes}}{r_V} \right) = U_{mes} \times I + \frac{U_{mes}^2}{r_V} = P + \Delta P \quad (53.4)$$

حيث أنّ الارتياب مُعطى بالعبارة التالية

$$\Delta P = \frac{U_{mes}^2}{r_V} \quad (54.4)$$

### 2.2.5.4 قياس غير مباشر للاستطاعة الكهربائية في دارة DC باستعمال طريقة الثلاث أجهزة القياس

طريقة الثلاث أجهزة القياس Ammeter : يمكن استنتاج قيمة الاستطاعة الكهربائية باستعمال الثلاث أجهزة القياس Ammeter في الدارة مع إضافة مقاومة أمان كما هو موضح في الشكل أدناه.




الشكل 22.4. التركيبة الأساسية لطريقة الثلاث أجهزة القياس Ammeter.

حيث نفرض أن كل من جهاز القياس A1 ، A2 و A يقيس التيار $I_1$ ، $I_2$ و $I$، على التوالي. ومنه،

$$I_1 = I + I_2 \Rightarrow I_1^2 = I^2 + I_2^2 + 2\times I_2 \times I \Rightarrow I_2 \times I = \frac{1}{2}(I_1^2 - I_2^2 - I^2) \tag{55.4}$$

لدينا $I_2 = \dfrac{U}{R_0}$ ، بالتعويض في العبارة السابقة نجد ما يلي

$$\frac{U}{R_0}\times I = \frac{1}{2}(I_1^2 - I_2^2 - I^2) \tag{56.4}$$

وبما أنّ $P = U \times I$ ، ومنه فإنّ عبارة الاستطاعة الكهربائية بدلالة التيارات $I_1$ ، $I_2$ و $I$، وكذا المقاومة المعيارية $R_0$ على النحو التالي

$$P = \frac{R_0}{2}(I_1^2 - I_2^2 - I^2) \tag{57.4}$$

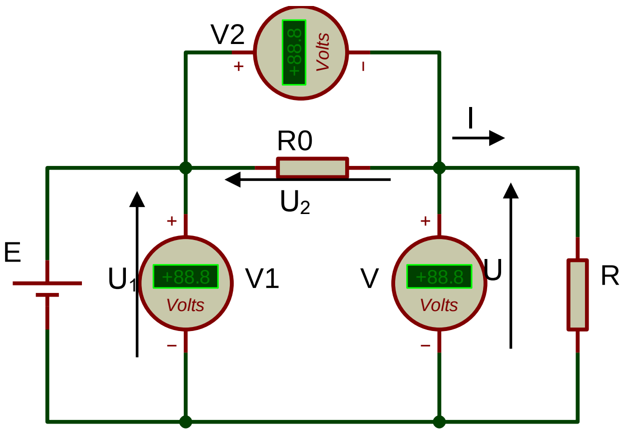
ويتم استخراج عبارة الارتياب على الاستطاعة الكهربائية كما يلي

$$\begin{aligned}\frac{\Delta P}{P} &= \left(\frac{\left|I_1^2 - I_2^2 - I^2\right|}{2}\times \Delta R_0 + \left|R_0 \times I_1\right| \times \Delta I_1 + \left|-R_0 \times I_2\right| \times \Delta I_2 + \left|-R_0 \times I\right| \times \Delta I\right)\times \frac{1}{P} \\ &= \left(\frac{I_1^2 - I_2^2 - I^2}{2}\times \Delta R_0 + R_0 I_1 \times \Delta I_1 + R_0 \times I_2 \times \Delta I_2 + R_0 \times I \times \Delta I\right)\times \frac{1}{\frac{R_0}{2}(I_1^2 - I_2^2 - I^2)}\end{aligned} \tag{58.4}$$

بعد التبسيط، تتحصل على عبارة الارتياب التالية

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta R_0}{R_0} + \frac{2I_1^2}{\left|I_1^2 - I_2^2 - I^2\right|}\times\frac{\Delta I_1}{I_1} + \frac{2I_2^2}{\left|I_1^2 - I_2^2 - I^2\right|}\times\frac{\Delta I_2}{I_2} + \frac{2I^2}{\left|I_1^2 - I_2^2 - I^2\right|}\times\frac{\Delta I}{I} \tag{59.4}$$

طريقة الثلاث أجهزة القياس Voltmeter : من جهة أخرى، يمكن استنتاج قيمة الاستطاعة الكهربائية باستعمال الثلاث أجهزة القياس Voltmeter في الدارة مع إضافة مقاومة أمان كما هو موضح في الشكل أدناه.




الشكل 23.4. التركيبة الأساسية لطريقة الثلاث أجهزة القياس Voltmeter .

بفرض أن كل من جهاز القياس V1 ، V2 و V يقيس فرق الكمون $U_1$ ، $U_2$ و U، على التوالي. ومنه،

$$U_1 = U + U_2 \Rightarrow U_1^2 = U^2 + U_2^2 + 2\times U_2 \times U \Rightarrow U_2 \times U = \frac{1}{2}(U_1^2 - U_2^2 - U^2) \qquad (60.4)$$

من خلال الشكل 23.4 لدينا $U_2 = R_0 I$ ، بالتعويض في العبارة السابقة نجد ما يلي

$$R_0 \times I \times U = \frac{1}{2}(U_1^2 - U_2^2 - U^2) \qquad (61.4)$$

وبما أنّ $P = U \times I$ ، ومنه فإنّ عبارة الاستطاعة الكهربائية بدلالة التيارات $I_1$ ، $I_2$ و I ، وكذا المقاومة المعيارية $R_0$ على النحو التالي

$$P = \frac{1}{2R_0}(U_1^2 - U_2^2 - U^2) \qquad (62.4)$$

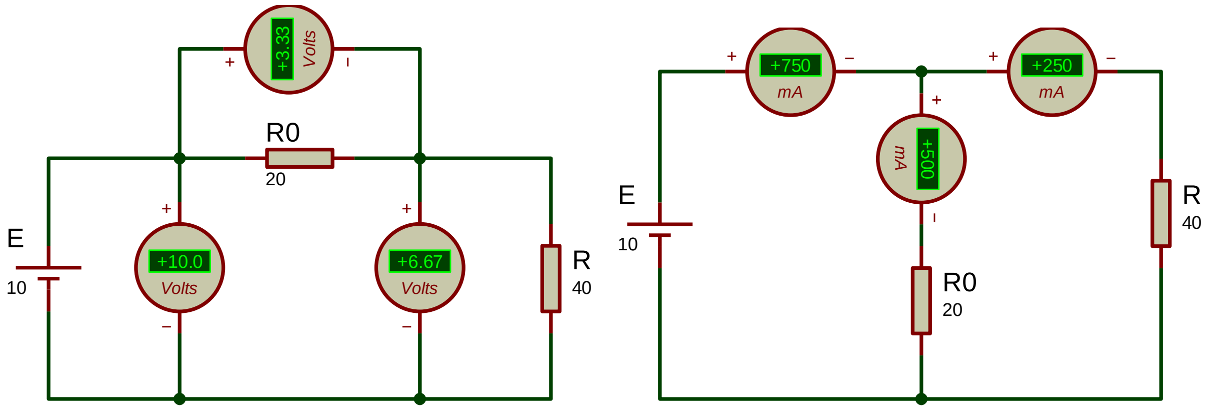
ويتم استخراج عبارة الارتياب على الاستطاعة الكهربائية كما يلي

$$\frac{\Delta P}{P} = \left( \frac{\left|U_1^2 - U_2^2 - U^2\right|}{2R_0^2} \times \Delta R_0 + \left|\frac{U_1}{R_0}\right| \times \Delta U_1 + \left|\frac{-U_2}{R_0}\right| \times \Delta U_2 + \left|\frac{-U}{R_0}\right| \times \Delta U \right) \times \frac{1}{P}$$
$$= \left( \frac{U_1^2 - U_2^2 - U^2}{2} \times \Delta R_0 + \frac{U_1}{R_0} \times \Delta U_1 + \frac{U_2}{R_0} \times \Delta U_2 + \frac{U}{R_0} \times \Delta U \right) \times \frac{1}{\frac{1}{2R_0}(U_1^2 - U_2^2 - U^2)} \qquad (63.4)$$

بعد التبسيط، نتحصل على عبارة الارتياب التالية

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta R_0}{R_0} + \frac{2U_1^2}{\left|U_1^2 - U_2^2 - U^2\right|} \times \frac{\Delta U_1}{U_1} + \frac{2U_2^2}{\left|U_1^2 - U_2^2 - U^2\right|} \times \frac{\Delta U_2}{U_2} + \frac{2U^2}{\left|U_1^2 - U_2^2 - U^2\right|} \times \frac{\Delta U}{U} \qquad (64.4)$$

مثال : استنتاج قيمة الاستطاعة الكهربائية في الدّارتين التاليتين




الشكل 24.4. قياس الاستطاعة في دارة DC باستعمال طريقة الثلاث أجهزة Ammeter و Voltmeter .

الحل:

أ- من خلال العبارة (57.4)، نستنتج أنّ

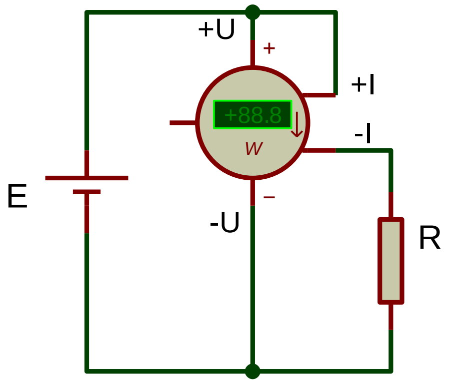
$$P = \frac{R_0}{2}(I_1^2 - I_2^2 - I^2) = \frac{20}{2}(0.75^2 - 0.5^2 - 0.25^2) = 2.5W \tag{65.4}$$

ب- من خلال العبارة (62.4)، نستنتج أنّ

$$P = \frac{1}{2R_0}(U_1^2 - U_2^2 - U^2) = \frac{1}{2 \times 20}(10^2 - 3.33^2 - 6.67^2) \tag{66.4}$$

### 3.5.4 قياس مُباشر للاستطاعة الكهربائية في دارة DC باستعمال جهاز القياس Wattmeter

بما أنّ الاستطاعة تُعبِّر عن العلاقة الفيزيائية بين كل من فرق الكمون وشدة التيار الكهربائي، حيث يسمى جهاز Wattmeter بقياس الاستطاعة الكهربائية في الدّارة كما هو موضح في الشكل أدناه.

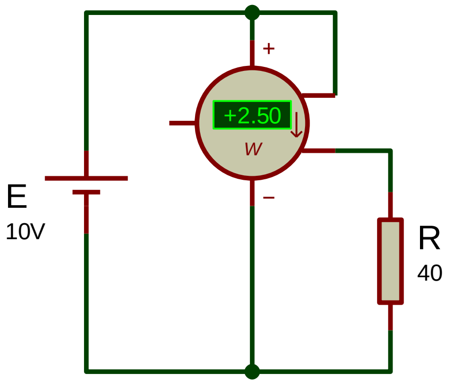



الشكل 25.4. طريقة توصيل جهاز القياس Wattmeter في الدّارة الكهربائية.

من خلال الشكل السابق، فإنّ التركيبة العامة لجهاز Wattmeter يتكوّن من أربع مداخل حيث يتم توصيل المدخلين I+ و I− على التسلسل للتعبير على شدة التيار ويتم توصيل كِلا المدخلين I+ و U+ معاً للتعبير على الجداء بين الوحدتين. وعليه يتم استنتاج الاستطاعة الكهربائية مُباشرةً من خلال قراءة القيمة المُشار إليها في الجهاز.

مثال : قياس الاستطاعة الكهربائية في دارة DC حيث مصدر الجهد $E = 10V$ ومقاومة $R = 40\Omega$.

الحل: مباشرة نتحصل على نتيجة القياس التالية




الشكل 26.4. نتيجة القياس باستعمال جهاز Wattmeter في الدّارة DC.

ملاحظة: من خلال الشكل السابق نلاحظ وجود مدخل إضافي للجهاز وهذا مرتبط ببرنامج المحاكاة.

## 6.4 قياس الاستطاعة الكهربائية في دارة AC

بفرض أنّه يتم التعبير عن الجهد والتيار في دارة AC بالصيغ المُركّبة التالية:

$$V = |V|e^{j\alpha} \quad ; \quad I = |I|e^{j\beta} \tag{67.4}$$

حيث أنّ كلٌ من $|V|$ و $|I|$ تُعبِّر عن طويلتي العددين المُركّبين لكل من الجهد والتيار، على التوالي. $j$ يُمثِّل الوحدة التخيلية $(j^2 = -1)$، $e$ ترمز إلى الدّالة الأسّية. $\alpha$ و $\beta$ ترمز إلى زوايا الازاحة.

### أ- الاستطاعة المُركّبة S :

يتم التعبير عن الاستطاعة المُركّبة بدلالة الجهد وشدة التيار كما يلي:

$$S = V \cdot I^* \tag{68.4}$$

حيث أنّ $I^*$ عبارة عن مُرافق العدد المُركّب $I$. بتعويض عبارتي الجهد والتيار، نتحصل على

$$S = (|V|e^{j\alpha}) \cdot (|I|e^{j\beta})^* = (|V|e^{j\alpha}) \cdot (|I|e^{-j\beta}) = |V| \cdot |I|e^{j(\alpha-\beta)} = |S|e^{j\varphi} \tag{69.4}$$

حيث أنّ $|S| = |V| \cdot |I|$ تُسمى الاستطاعة الظاهرية و $\varphi = \alpha - \beta$ تُسمى فرق الطور.

ومنه يتم التعبير عن الاستطاعة المُركّبة على النحو التالي

$$S = |S|e^{j\varphi} = |S|\cos\varphi + j|S|\sin\varphi = P + jQ \tag{70.4}$$

حيث أنّ $P = |S|\cos\varphi$ تُسمى الاستطاعة الفعّالة و $Q = |S|\sin\varphi$ تُسمى الاستطاعة الغير فعّالة.

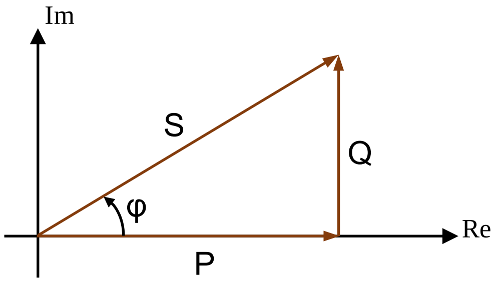
وعليه، يتم التعبير عن الاستطاعة المُركّبة في شكل طور كما يلي:

$$S = |S|e^{j\varphi} = |S|\angle\varphi \tag{71.4}$$

حيث أنّ كلٌ من الطويلة $|S|$ والزاوية $\varphi$ معطاة بالعبارتين التاليتين

$$\begin{cases} |S| = |V| \cdot |I| = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad ; \\ \varphi = \alpha - \beta = \arg(V) - \arg(I) \end{cases} \tag{72.4}$$

يتم التعبير عن الاستطاعة المُركبة S بدلالة كلّ من الاستطاعة الفعّالة P و الاستطاعة الغير فعّالة Q كما هو موضح في الرسم البياني الموافق.




الشكل 27.4. التمثيل البياني للاستطاعة المُركّبة S.

بما أنّ طور الجهد يختلف عن طور التيار في حالة دارة التيار المتناوب وبالتالي يكون للاستطاعة المُركّبة S اتجاهين أحدهما خاص بالاستطاعة الفعّالة P والآخر خاص بالاستطاعة الغير فعّالة Q كما هو مُوضح في الرسم البياني السابق. غالبًا ما يتم تسمية الرسم السابق باسم مُثلث الاستطاعة.

### ب- الاستطاعة الفعّالة P :

الاستطاعة الفعّالة P هي الاستطاعة المستهلكة حقيقةً في الدّارة الكهربائية والتي يمكن تحويلها إلى أشكال أخرى من الطاقة مثل الطاقة الحرارية في السخان، شدّة التّوهج لِضوء المصباح وما إلى ذلك. وتُعرف أيضًا بالقُدرة الحقيقية. يتم قياس القُدرة الفعّالة بالوحدة الأساسية W، kW أو MW.

### ت- الاستطاعة الغير فعّالة Q :

على عكس الاستطاعة الفعّالة، فإنّ الاستطاعة الغير فعّالة Q تُعبِّر عن الاستطاعة التي تستهلكها الدّارة الكهربائية من دون أن تتحول إلى استطاعة نافعة. على سبيل المثال، فإنّ المحرك الكهربائي يستهلك استطاعة للتحرك من دون أن تُتَرجم إلى حركة في حد ذاتها. وعليه فإنّ الاستطاعة الغير فعّالة لا تؤدي أي عمل حقيقي في الدّارة الكهربائية، أي أنّه لا يمكن استخدام هذه الطاقة للتدفئة أو الإضاءة أو لأغراض مفيدة أخرى. يتم قياس الاستطاعة الغير فعّالة بالوحدة VAR، kVAR أو MVAR.

على الرغم من أنّ الاستطاعة الغير فعّالة لا تؤدي أي عمل مفيد في الدّارة الكهربائية، إلا أنّها ضرورية لتشغيل الأجهزة الكهربائية خاصةً منها المحركات الكهربائية وذلك لتوليد المجال المغناطيسي الداخلي، والذي بدونه لا يمكن توليد قُدرة فعّالة في المولد ولا استهلاكها في المحرك.

### ث- الاستطاعة الظاهرية |S| :

من خلال العلاقة (69.4) فإنّ الاستطاعة الظاهرية |S| هي نتاج جداء طويلتي الجهد والتيار، وتساوي كذلك الجذر التربيعي لمجموع مربعي الاستطاعة الفعّالة والاستطاعة غير الفعّالة حيث يتم قياسها بالوحدة VA، kVA أو MVA.

يتم أخذ بعين الاعتبار الاستطاعة الظاهرية عند تصميم الدّارات والشبكات الكهربائية، لأنّه وعلى الرغم من أنّ التيار المرتبط بالقُدرة الغير فعّالة لا يتم تحويلها إلى طاقة مُفيدة إلا أنّه يجب توفيرها لتشغيل المحركات الكهربائية. يمكن أن يؤدي الفشل في توفير إمدادات كافية للقُدرة الغير فعّالة في الشبكات الكهربائية إلى انخفاض مستويات الجهد، ما ينتج عنه انقطاع التيار الكهربائي.

ج- مُعامل الاستطاعة $\cos\varphi$ :

يتم التعبير عن مُعامل الاستطاعة بنسبة الاستطاعة الفعّالة إلى الاستطاعة الظاهرية كما يلي

$$\cos\varphi = \frac{P}{|S|} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} \qquad (73.4)$$

غالبًا ما يتم تسمية الزاوية $\varphi$ باسم فرق الطَوْر والتي يتم استنتاجها مُباشرة من خلال العلاقة التالية

$$\tan\varphi = \frac{P}{Q} \Rightarrow \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{P}{Q}\right) \qquad (74.4)$$

من خلال عبارة مُعامل الاستطاعة ، نلاحظ أنّ

$$\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow \alpha = \beta\ ;\ \cos\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \beta + \frac{\pi}{2} \qquad (75.4)$$

وعليه، فإنّ القيمة العُظمى لمُعامل الاستطاعة تساوي 1 عندما يكون فرق الطَوْر بين الجُهد والتيار معدوم أي أنّ لكليهما نفس الطور، ويكون بقيمة صغرى ومساوٍ للصفر عندما يكون فرق الطور بزاوية °90. ومنه نستنتج أنّه كلما نقصت زاوية فرق الطور $\varphi$ كلما كان مُعامل الاستطاعة أكبر، والعكس صحيح.

كنتيجة لما سبق ذكره، فإنّ أي نقصان في قيمة مُعامل الاستطاعة يؤدي إلى زيادة في قيمة الاستطاعة الفعالة P ونقصان في قيمة الاستطاعة الغير فعّالة Q، و العكس صحيح.

الجدول التالي عبارة عن حوصلة لمُصطلح الاستطاعة والوحدة الموافقة في كل حالة.

الجدول 3.4. مُصطلح الاستطاعة والوحدة الموافقة.

| الرّمز | المُصطلح | الوحدة |
|---|---|---|
| P | الاستطاعة الفعّالة | Watt (W) |
| Q | الاستطاعة الغير فعّالة | Volt-Ampere Reactive (VAR) |
| S | الاستطاعة المُركّبة | Volt-Ampere (VA) |
| $\|S\|$ | الاستطاعة الظاهرية | Volt-Ampere (VA) |
| $\cos\varphi$ | مُعامل الاستطاعة | بدون وحدة |

مثال : بفرض أنّ الاستطاعة الفعّالة في دارة كهربائية $P = 800W$ وزاوية فرق الطور $\varphi = 36.8°$، ومنه نستنتج الاستطاعة الظاهرية $|S|$ كما يلي

$$\cos\varphi = \frac{P}{|S|} \quad \Rightarrow \quad |S| = \frac{P}{\cos 36.8°} = \frac{800}{0.80} = 1000VA \qquad (76.4)$$

من خلال النتيجة المتحصل عليها ، فإنّ الاستطاعة الفعّالة التي تستفيد منها الدارة الكهربائية هي عبارة عن 80% بينما باقي الاستطاعة والتي قيمتها 20% عبارة عن استطاعة غير فعّالة لا دور لها سوى توليد المجال المغناطيسي اللازم لعمل المحركات الكهربائية.

### 1.6.4 قياس الاستطاعة الكهربائية في دارة AC أُحادية الطور

لنفرض أنّه يتم تغذية دار AC بواسطة مصدر الجهد لتعيير عن مصدر الجُهد في دارة AC أُحادية الطور بالعبارة الجيبية التالية :

$$V(t) = V\angle 0^\circ = V_m \sin\omega t \tag{77.4}$$

حيث أنّ $V_m$ تُعبِّر عن القيم العُظمى للجُهد و $\omega$ تُعبِّر عن النبض الخاص للدالة الجيبية. ومنه

$$\begin{aligned} V(t) = Z \times I(t) \;\Rightarrow\; I(t) &= \frac{V(t)}{Z} = \frac{V_m \sin\omega t}{|Z|\angle\varphi} = \frac{V_m}{|Z|}\sin(\omega t - \varphi) \\ &= I_m \sin(\omega t - \varphi) = |I|\angle -\varphi \end{aligned} \tag{78.4}$$

حيث أنّ $I_m = \dfrac{V_m}{|Z|}$ تُعبِّر عن القيم العُظمى للتيار الناتج و $\varphi$ تُعبِّر عن فرق الطور بين الجُهد والتيار.

يتم التعبير عن الاستطاعة في دارة AC أُحادية الطور بالصيغة التالية

$$p(t) = v(t)\cdot i(t) = V_m \sin\omega t \cdot I_m \sin(\omega t - \varphi) \tag{79.4}$$

وتُعبِّر عن الاستطاعة اللحظية حيث يمكن استنتاج قيمة الاستطاعة من أجل كل لحظة زمنية t . وعليه، يتم التعبير عن الاستطاعة المتوسطة في دارة AC أُحادية الطور بالصيغة التالية

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T V(t)\cdot I(t)dt = \frac{V_m I_m}{T}\int_0^T \sin\omega t \cdot I_m \sin(\omega t - \varphi)dt \tag{80.4}$$

من خلال خصائص الدوال الجيبية، لدينا

$$\sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)] \tag{81.4}$$

بالتعويض في العبارة (80.4)، ومنه نستنتج عبارة الاستطاعة في دارة AC أُحادية الطور كما يلي

$$\begin{aligned} P &= V_m I_m \frac{1}{T}\int_0^T \sin\omega t \cdot I_m \sin(\omega t - \varphi)dt \\ &= \frac{V_m I_m}{2}\frac{1}{T}\int_0^T [\cos(\omega t - (\omega t - \varphi)) - \cos(\omega t + (\omega t - \varphi))]dt \\ &= \frac{V_m I_m}{2}\frac{1}{T}\int_0^T [\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)]dt \\ &= \frac{V_m I_m}{2}\frac{1}{T}\left[\int_0^T \cos\varphi dt - \cancel{\int_0^T \cos(2\omega t - \varphi)dt}\right] \\ &= \frac{V_m I_m}{2}\cos\varphi \end{aligned} \tag{82.4}$$

من خلال ما سبق، نعلم أنّ $V_{RMS} = \dfrac{V_m}{\sqrt{2}}$ و $I_{RMS} = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$ في دارة AC بدلالة الموجة الجيبية، وعليه، نستنتج عبارة الاستطاعة كما يلي

$$P = V_{RMS} \times I_{RMS} \times \cos\varphi \tag{83.4}$$

كما يتم التعبير عن الاستطاعة الفعالة بدلالة مُمانعة الدارة Z وذلك باستبدال القيمة الفعالة $I_{RMS}$ للتيار. وعليه نجد أنّ

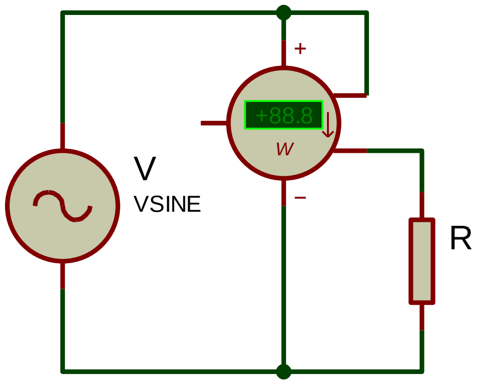
$$P = V_{RMS} \times I_{RMS} \times \cos\varphi = V_{RMS} \times \frac{V_{RMS}}{|Z|} \times \cos\varphi = \frac{V_{RMS}^2}{|Z|} \times \cos\varphi \qquad (84.4)$$

فيما يلي نستعرض نتائج دراسة قياس الاستطاعة الكهربائية في كل حالة من الحالات التالية:

- دارة AC أُحادية الطور بدلالة المقاومة R ؛
- دارة AC أُحادية الطور بدلالة مقاومة R و وشيعة L على التسلسل ؛
- دارة AC أُحادية الطور بدلالة مقاومة R و مكثفة C على التسلسل ؛
- دارة AC أُحادية الطور بدلالة مقاومة R، وشيعة L و مكثفة C على التسلسل.

### 1.1.6.4 الاستطاعة الكهربائية في دارة AC بدلالة المقاومة R

لنفرض أن الدّارة AC تحتوي على مقاومة R كما هو موضح في الشكل التالي




الشكل 28.4. دارة AC بدلالة مقاومة R.

أ- عبارة المُمانعة: يتم التعبير عن المقاومة R بدلالة المُمانعة $Z_R$ على النحو التالي

$$Z_R = R + j \times 0 = |Z_R| \angle\varphi \qquad (85.4)$$

حيث أنّ

$$\begin{cases} |Z_R| = \sqrt{R^2 + 0^2} = R \\ \varphi_R = \tan^{-1}\left(\dfrac{0}{R}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow Z_R = R\angle 0^\circ \qquad (86.4)$$

ب- عبارة التيار: من أجل المُمانعة (86.4)، نستنتج عبارة التيار التالية

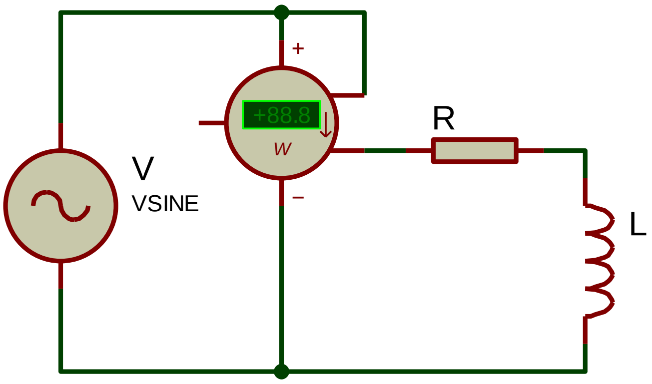
$$I = \frac{V}{Z_R} = \frac{|V|\angle 0^\circ}{R\angle 0^\circ} = \frac{|V|}{R}\angle 0^\circ = |I|\angle 0^\circ \qquad (87.4)$$

ت- عبارة الاستطاعة : من خلال الصيغة (84.4) نستنتج عبارة الاستطاعة كما يلي

$$P = \frac{V_{RMS}^2}{|Z_R|} \times \cos(0) = \frac{V_{RMS}^2}{R} \qquad (88.4)$$

### 2.1.6.4 الاستطاعة الكهربائية في دارة AC بدلالة مقاومة R ووشيعة L على التسلسل

لنفرض أن الدّارة AC تحتوي مصدر جُهد متناوب V أحادي الطور، مقاومة R وشيعة L كما هو موضح في الشكل أدناه




الشكل 29.4. دارة AC بدلالة مقاومة R و وشيعة L على التسلسل.

أ- عبارة المُمانعة: يتم التعبير على كلٌ من ممانعتي المقاومة R والوشيعة L كما يلي

$$\begin{cases} Z_R = R \\ Z_L = jL\omega \end{cases} \tag{89.4}$$

بما أنّ المقاومة R والوشيعة L موصولة على التسلسل، ومنه نستنتج المُمانعة المُكافئة التالية

$$Z_{RL} = Z_R + Z_L = R + jL\omega = |Z_{RL}|\angle\varphi_{RL} \tag{90.4}$$

حيث أنّ

$$\begin{cases} |Z_{RL}| = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} \\ \varphi_{RL} = \tan^{-1}\left(\dfrac{L\omega}{R}\right) \end{cases} \Rightarrow Z_{RL} = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}\angle\tan^{-1}\left(\dfrac{L\omega}{R}\right) \tag{91.4}$$

ب- عبارة التيار : من أجل المُمانعة (91.4)، نستنتج عبارة التيار التالية

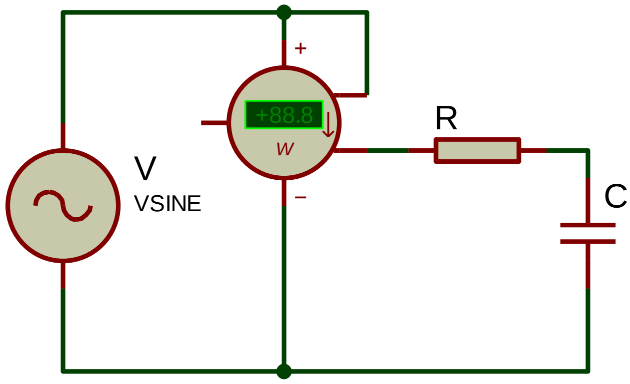
$$\begin{aligned} I &= \frac{V}{Z_{RL}} = \frac{|V|\angle 0^\circ}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}\angle\tan^{-1}\left(\dfrac{L\omega}{R}\right)} \\ &= \frac{|V|}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}\angle -\tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R}\right) \\ &= |I|\angle -\varphi_{RL} \end{aligned} \tag{92.4}$$

ت- عبارة الاستطاعة: من خلال الصيغة (84.4) نستنتج عبارة الاستطاعة في دارة AC أُحادية الطور بدلالة المقاومة R والوشيعة L موصولين على التسلسل كما يلي

$$P = \frac{V_{RMS}^2}{|Z_{RL}|}\times\cos\varphi_{RL} = \frac{V_{RMS}^2}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}\times\cos\left[\tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R}\right)\right] \tag{93.4}$$

### 3.1.6.4 الاستطاعة الكهربائية في دارة AC بدلالة مقاومة R ومكثفة C على التسلسل

لنفرض أن الدّارة AC تحتوي مصدر جُهد متناوب V أحادي الطور، مقاومة R ومكثفة C كما هو موضح في الشكل أدناه




الشكل 30.4. مصدر جُهد متناوب والعناصر الكهربائية R و C على التسلسل.

أ- عبارة المُمانعة: يتم التعبير على مُمانعتي المقاومة R والمكثفة C كما يلي

$$\begin{cases} Z_R = R \\ Z_C = j\dfrac{-1}{C\omega} \end{cases} \tag{94.4}$$

بما أنّ المقاومة R والمكثفة C موصولة على التسلسل، ومنه يتم التعبير عن المُمانعة المُكافئة كما يلي

$$Z_{RC} = Z_R + Z_C = R + j\frac{-1}{C\omega} = |Z_{RC}|\angle\varphi_{RC} \tag{95.4}$$

حيث أنّ

$$\begin{cases} |Z_{RC}| = \sqrt{R^2 + \left(\dfrac{1}{C\omega}\right)^2} \\ \varphi_{RC} = \tan^{-1}\left(\dfrac{1}{RC\omega}\right) \end{cases} \Rightarrow \ Z_{RC} = \sqrt{R^2 + \left(\dfrac{1}{C\omega}\right)^2}\angle\tan^{-1}\left(\dfrac{1}{RC\omega}\right) \tag{96.4}$$

ب- عبارة التيار : من أجل المُمانعة (96.4)، نستنتج عبارة التيار التالية

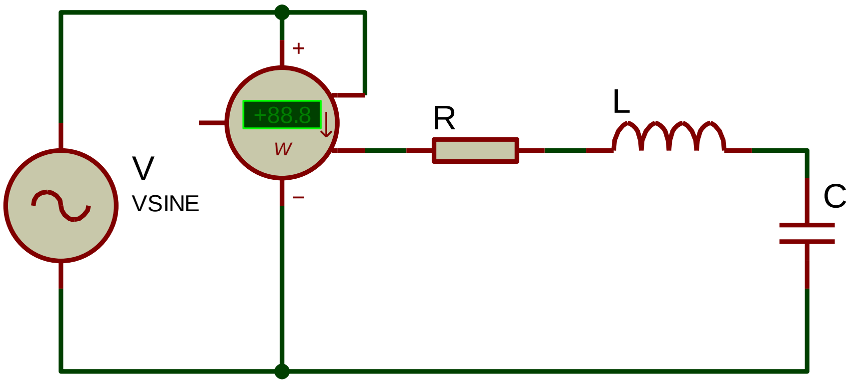
$$I = \frac{V}{Z_{RC}} = \frac{|V|\angle 0^\circ}{\sqrt{R^2 + \left(\dfrac{1}{C\omega}\right)^2}\angle\tan^{-1}\left(\dfrac{1}{RC\omega}\right)} = \frac{|V|}{\sqrt{R^2 + \left(\dfrac{1}{C\omega}\right)^2}}\angle -\tan^{-1}\left(\frac{1}{RC\omega}\right) = |I|\angle -\varphi_{RC} \tag{97.4}$$

ت- عبارة الاستطاعة: من خلال الصيغة (84.4) نستنتج عبارة الاستطاعة كما يلي

$$P = \frac{V_{RMS}^2}{|Z_{RC}|}\times\cos\varphi_{RC} = \frac{V_{RMS}^2}{\sqrt{R^2 + \left(\dfrac{1}{C\omega}\right)^2}}\times\cos\left[\tan^{-1}\left(\frac{1}{RC\omega}\right)\right] \tag{98.4}$$

### 4.1.6.4 الاستطاعة الكهربائية في دارة AC بدلالة العناصر RLC، على التسلسل

لنفرض أن الدّارة AC تحتوي على مصدر جُهد متناوب والعناصر RLC كما هو موضح أدناه.




الشكل 31.4. مصدر جُهد متناوب V والعناصر R، L و C على التسلسل.

أ- عبارة المُمانعة: بما أنّ المقاومة R ، الوشيعة L والمكثفة C موصولة على التسلسل في الدارة، ومنه يتم التعبير عن المُمانعة المُكافئة $Z_{RLC}$ على النحو التالي

$$Z_{RLC} = Z_R + Z_L + Z_C = R + jL\omega + j\frac{-1}{C\omega} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) = |Z_{RLC}|\angle\varphi_{RLC} \qquad (99.4)$$

حيث أنّ

$$\begin{cases} |Z_{RLC}| = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)^2} \\ \varphi_{RLC} = \tan^{-1}\left(\dfrac{L\omega}{R} - \dfrac{1}{RC\omega}\right) \end{cases} \Rightarrow Z_{RLC} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}\angle\tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R} - \frac{1}{RC\omega}\right) \qquad (100.4)$$

ب- عبارة التيار : من أجل المُمانعة (100.4)، نستنتج عبارة التيار التالية

$$\begin{aligned} I &= \frac{V}{Z_{RLC}} = \frac{|V|\angle 0^\circ}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}\angle\tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R} - \frac{1}{RC\omega}\right)} \\ &= \frac{|V|}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}\angle -\tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R} - \frac{1}{RC\omega}\right) \qquad (101.4) \\ &= |I|\angle -\varphi_{RLC} \end{aligned}$$

ت- عبارة الاستطاعة: من خلال الصيغة (84.4) نستنتج عبارة الاستطاعة كما يلي

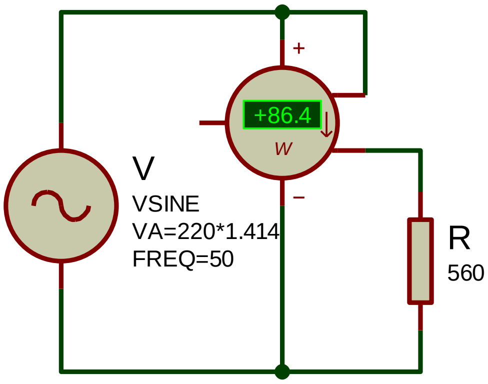
$$P = \frac{V_{RMS}^2}{|Z_{RLC}|} \times \cos\varphi_{RC} = \frac{V_{RMS}^2}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \times \cos\left[\tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R} - \frac{1}{RC\omega}\right)\right] \qquad (102.4)$$

أمثلة متعلقة بالفقرة 1.6.4: نتائج قياس فرق الطور لأنواع مختلفة من الدارات AC حيث يمكن التأكد من نتيجة القياس المتحصل عليها في كل دارة مع نتيجة الحساب في الفقرة الموافقة.

ملاحظة: يتم التعبير عن القيمة العُظمى لجُهد المصدر بدلالة القيمة الفعالة كما يلي

$$V_m = V_{RMS} \times \sqrt{2} = 220 \times 1.414 \quad (103.4)$$

- دارة AC بدلالة مقاومة R :

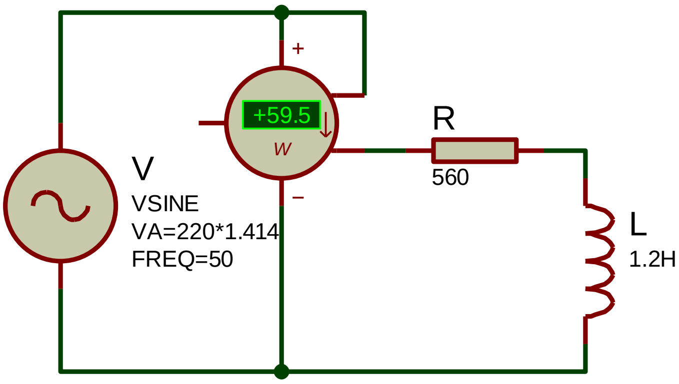



الشكل32.4.نتيجة القياس في دارة AC بدلالة مقاومة R.

حسابياً ومن خلال العلاقة (88.4)، نجد أنّ :

$$P = \frac{220^2}{560} = 86.428W \quad (104.4)$$

- دارة AC بدلالة مقاومة R ووشيعة L على التسلسل :

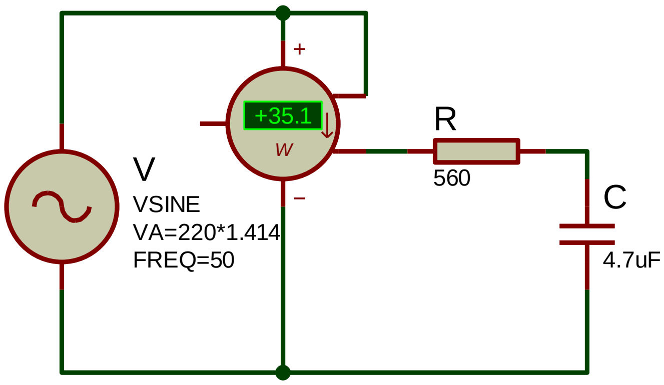



الشكل33.4.نتيجة القياس في دارة AC بدلالة مقاومة R ووشيعة L.

حسابياً ومن خلال العلاقة (93.4)، نجد أنّ :

$$\begin{aligned} P &= \frac{220^2}{\sqrt{560^2 + (1.2 \times 2 \times \pi \times 50)^2}} \times \cos\left[\tan^{-1}\left(\frac{1.2 \times 2 \times \pi \times 50}{560}\right)\right] \\ &= 71.707 \times \cos(0.592) \\ &= 59.474W \end{aligned} \quad (105.4)$$

- دارة AC بدلالة مقاومة R ووشيعة L على التسلسل :




الشكل34.4.نتيجة القياس في دارة AC بدلالة مقاومة R ومكثفة C .

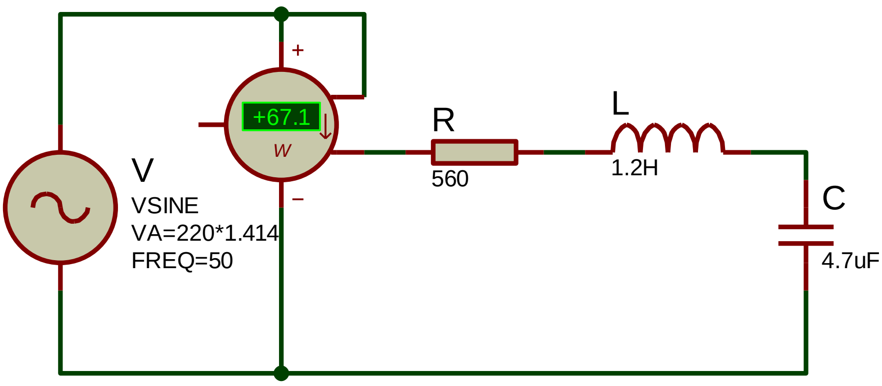
حسابياً ومن خلال العلاقة (98.4)، نجد أنّ :

$$P=\frac{220^2}{\sqrt{560^2+\left(\frac{1}{4.7\times10^{-6}\times2\times\pi\times50}\right)^2}}\times\cos\left[\tan^{-1}\left(\frac{1}{560\times4.7\times10^{-6}\times2\times\pi\times50}\right)\right] \quad (106.4)$$

$$=55.075\times\cos(0.879)$$

$$=35.095\text{W}$$

- الاستطاعة الكهربائية في دارة AC بدلالة العناصر RLC على التسلسل




الشكل35.4.نتيجة القياس في دارة AC بدلالة مقاومة R، وشيعة L و مكثفة C .

حسابياً ومن خلال العلاقة (102.4)، نجد أنّ :

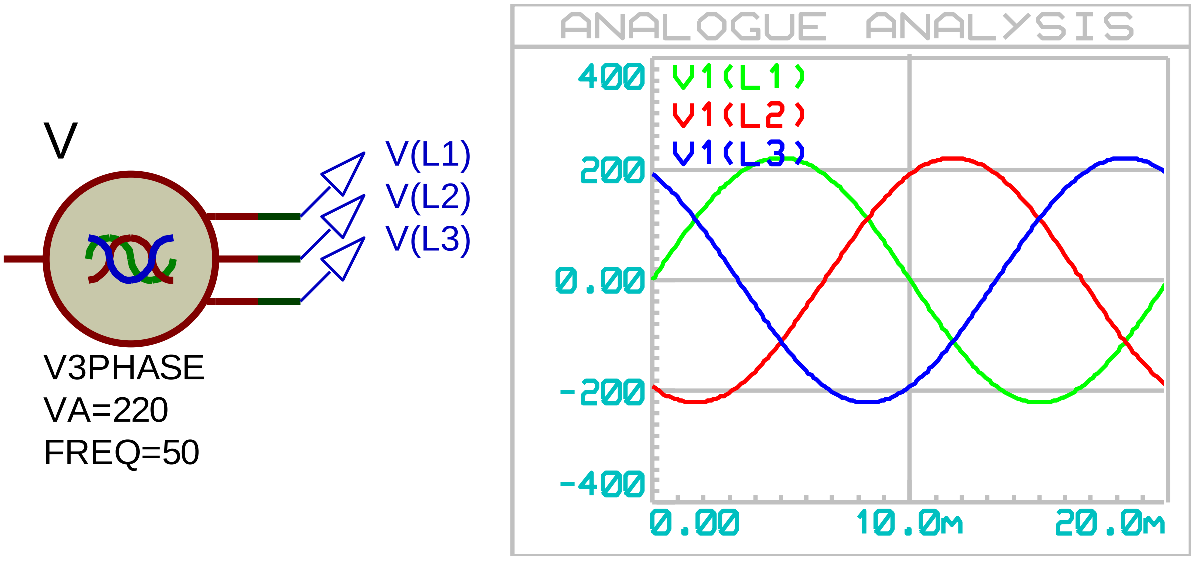
$$P=\frac{220^2}{\sqrt{560^2+\left(1.2\times2\times\pi\times50-\frac{1}{4.7\times10^{-6}\times2\times\pi\times50}\right)^2}} \times\cos\left[\tan^{-1}\left(\frac{1.2\times2\times\pi\times50}{560}-\frac{1}{560\times4.7\times10^{-6}\times100\pi}\right)\right] \quad (107.4)$$

$$=76.170\times\cos(-0.492)$$

$$=67.129\text{W}$$

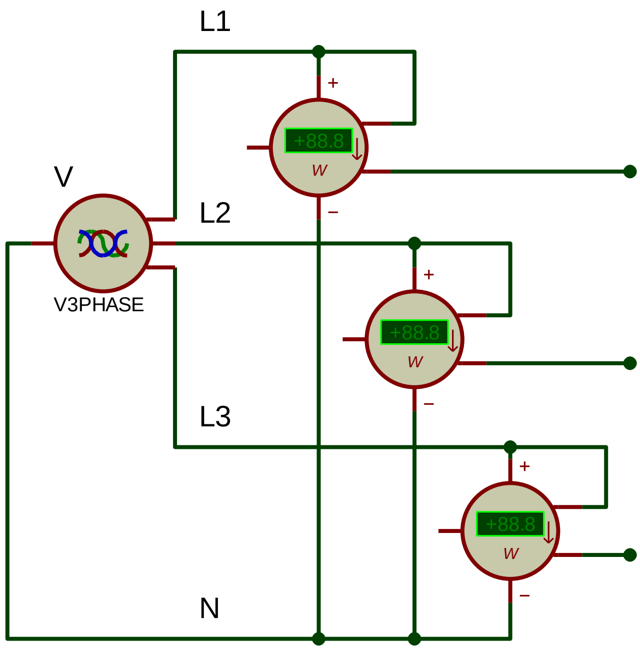
### 2.6.4 قياس الاستطاعة الكهربائية في دارة AC ثلاثية الطور المتوازنة

يتم استخدام جهاز القياس Wattmeter لقياس الاستطاعة الكهربائية في الدّارة AC والتي تتكون من طورين فما فوق، خاصةً منها الدّارة AC ثلاثية الطور. لنفرض أنّ القيمة العظمى للجُهد متساوية في كل الأطوار الثلاث وأنّ فرق الطور بين كل طورين متتاليين هو نفسه ويساوي 120° بالنسبة لدورة كاملة للموجة الجيبية. الشكل 36.4 الموالي يوضح موجات الجُهد في الدّارة AC ثلاثية الطور المتوازنة من أجل جُهد بقيمة عُظمى 220V و تردد 50Hz.




الشكل 36.4. موجات الجُهد المُتناوب في دارة AC ثلاثية الطور المتوازنة.

الشكل 37.4 يُوضِّح طريقة توصيل ثلاث أجهزة القياس Wattmeter في الدّارة AC ثلاثية الطور باستعمال السلك المحايد N حيث يقوم جهاز Wattmeter الأول بقياس الاستطاعة بين طرفي الفرع L1 والسلك المحايد N وتكون $\varphi_1$ فرق الطور وهكذا بالنسبة لبقية الأطوار.




الشكل 37.4. طريقة توصيل جهاز القياس Wattmeter في الدّارة AC ثلاثية الطور.

في هذه الحالة، يتم التعبير عن الجُهد في كل طور من أطوار الدّارة AC بالعبارة التالية

$$V_{1N} = V_0 \sin\omega t \;;\; V_{2N} = V_0 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \;;\; V_{3N} = V_0 \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right) \qquad (108.4)$$

وعليه، فإنّ الاستطاعة الكهربائية الكلية توافق مجموع مؤشرات أجهزة القياس Wattmeter على النحو التالي

$$P_t = P_1 + P_2 + P_3 = V_{1N} \times I_1 + V_{2N} \times I_2 + V_{3N} \times I_3 \qquad (109.4)$$

بتعويض الصيغ (108.4) في العبارة السابقة، نجد أنّ الاستطاعة الكهربائية الكلية توافق النتيجة التالية

$$P_t = \left[V_0 \sin\omega t + V_0 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) + V_0 \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right)\right] \times I \qquad (110.4)$$

ومن خلال العبارة (83.4) الخاصة بالاستطاعة في دارة AC أحادية الطور، نستنتج مباشرةً عبارة الاستطاعة الفعالة الكلية في دارة AC ثلاثية الطور المتوازنة كما يلي

$$P_t = 3 \times V_{RMS} \times I_{RMS} \times \cos\varphi \qquad (111.4)$$

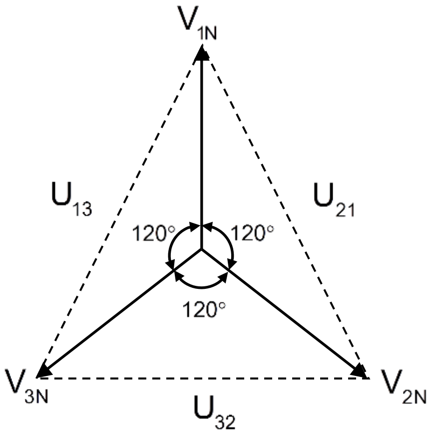
من جهة أخرى وبحساب فرق الكمون بين كل طورين متتاليين نجد أنّ

$$\begin{aligned} U_{13} &= U_1 - U_3 = V_0\left[\sin\omega t - \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right)\right] \\ U_{21} &= U_2 - U_1 = V_0\left[\sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) - \sin\omega t\right] \\ U_{32} &= U_3 - U_2 = V_0\left[\sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right) - \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)\right] \end{aligned} \qquad (112.4)$$

وبما أنّ الجهد يكون متساوٍ في الأطوار الثلاث، ومنه

$$U_{13} = U_{21} = U_{32} \qquad (113.4)$$

يمكن استنتاج فروق الكمون $U_{13}; U_{21}; U_{32}$ في دارة AC ثلاثية الطور المتوازنة من خلال انشاء فرينل في الشكل أدناه.




الشكل 38.4. انشاء فرينل في الدّارة AC ثلاثية الطور.

من خلال خصائص الدوال الجيبية، لدينا من أجل المثلث $U_1U_2U_{21}$ العلاقة التالية

$$\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\frac{1}{2}U_{21}}{|V_{2N}|}\Rightarrow U_{21}=2|V_{2N}|\cos\frac{\pi}{6}=V_0\sqrt{3} \qquad (114.4)$$

ومنه نستنتج قيمة فرق الكمون بين كل طورين متتاليين كما يلي

$$U_{21}=U_{13}=U_{32}=U_{RMS}=\frac{V_0}{\sqrt{2}}\sqrt{3}\quad\Rightarrow\quad U_{RMS}=V_{RMS}\sqrt{3} \qquad (115.4)$$

بتعويض قيمة الجُهد في عبارة الاستطاعة الفعالة (111.4)، وعليه، نستنتج قيمة كلٌ من الاستطاعة الفعالة، الاستطاعة الغير فعالة والاستطاعة الظاهرية في دارة AC ثلاثية الطور المتوازنة كما يلي

$$\begin{aligned}P&=\sqrt{3}\times U_{RMS}\times I_{RMS}\times\cos\varphi && [W]\\ Q&=\sqrt{3}\times U_{RMS}\times I_{RMS}\times\sin\varphi && [VAR]\\ S&=\sqrt{P^2+Q^2}=\sqrt{3}\times U_{RMS}\times I_{RMS} && [VA]\end{aligned} \qquad (116.4)$$

## 7.4 قياس فرق الطور

يُعبِّر فرق الطور عن التأخر لموجة ما بالنسبة لموجة أخرى مرجعية حيث يتم قياس هذا الفرق من خلال دراسة التأخر الزمني للموجة أو استعمال طريقة منحنى الطور.

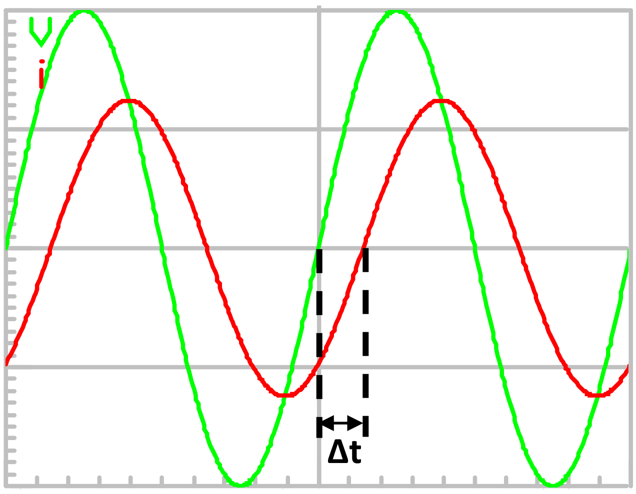
### 1.7.4 دراسة التأخر الزمني

يرتبط فرق الطور بالتأخر الزمني لموجة ما بالنسبة لموجة أخرى مرجعية من خلال القاعدة التالية

$$\varphi=2\pi\frac{\Delta t}{T}=360°\frac{\Delta t}{T} \qquad (117.4)$$

حيث أنّ تُعبِّر عن $\Delta t$ التأخر زمني و $T$ دور الموجة.

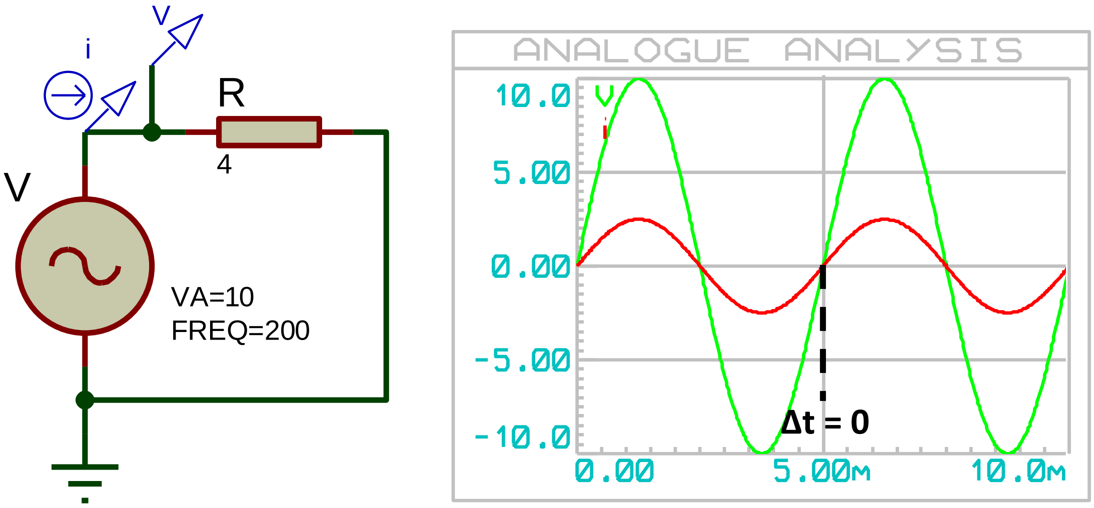
الشكل التالي يوضح كيفية استنتاج كلٌ من التأخر زمني من خلال شكل الموجات الجيبية.




الشكل 39.4. حساب فرق الطور من خلال دراسة التأخر الزمني.

### أ- قياس فرق الطور في دارة AC بدلالة المقاومة R

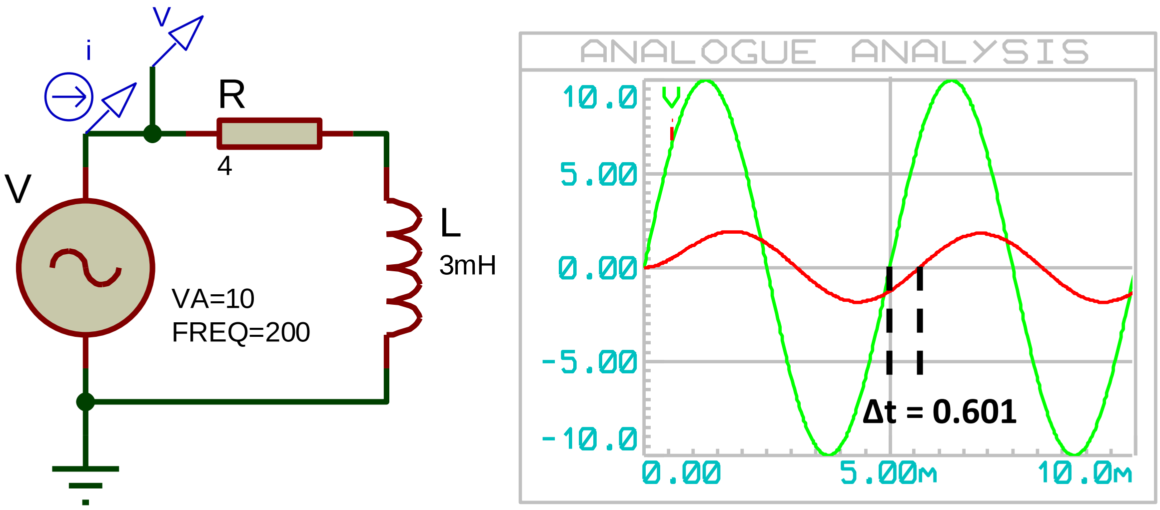
الشكل 40.4 يوضح موجتا الجُهد والتيّار في دارة AC تتكون من مقاومة R بحتة حيث نلاحظ أنّ فرق الطور بين موجة الجُهد وموجة التيار معدومة والتي توافق النتيجة المتحصل عليها في عبارة المُمانعة (86.4).




الشكل 40.4. موجتا الجُهد والتيّار في دارة AC تتكون من مقاومة R بحتة.

### ب- قياس فرق الطور في دارة AC بدلالة مقاومة R ووشيعة L على التسلسل

الشكل 41.4 يوضح موجتا الجُهد والتيّار في دارة AC تتكون من مقاومة R ووشيعة L.




الشكل 41.4. موجتا الجُهد والتيّار في دارة AC تتكون من مقاومة R ووشيعة L على التسلسل.

من خلال العبارة (117.4) نجد أنّ

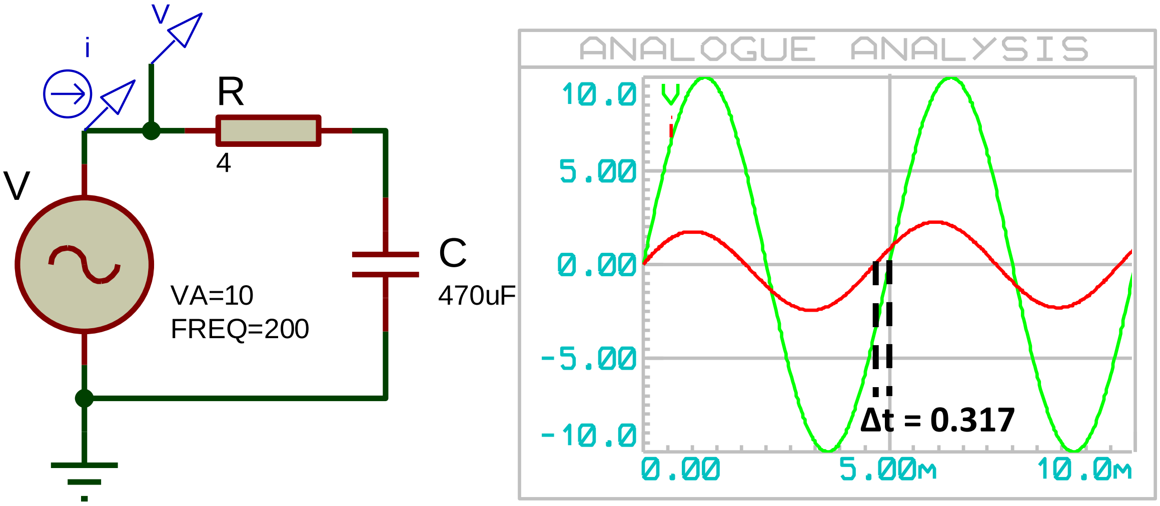
$$\varphi_{RL} = 360° \frac{0.601ms}{5ms} = 43.272° \qquad (118.4)$$

والتي توافق النتيجة الحسابية باستعمال عبارة فرق الطور (91.4) حيث

$$\varphi_{RL} = \tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3\times10^{-3}\times200\times\pi\times20}{4}\right) = 43.30° \qquad (119.4)$$

## ت- قياس فرق الطور في دارة AC بدلالة مقاومة R ومكثفة C على التسلسل

الشكل 42.4 يوضح موجتا الجُهد والتيّار في دارة AC تتكون من مقاومة R ومكثفة C.




الشكل 42.4. موجتا الجُهد والتيّار في دارة AC تتكون من مقاومة R ومكثفة C على التسلسل.

من خلال العبارة (117.4) نجد أنّ

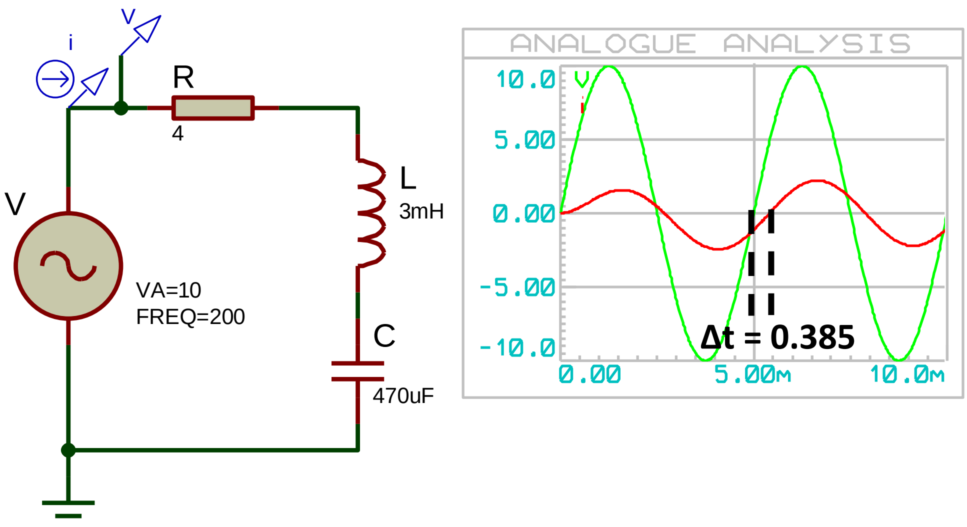
$$\varphi_{RL} = 360^\circ \frac{0.317ms}{5ms} = 22.824^\circ \tag{120.4}$$

والتي توافق النتيجة الحسابية باستعمال عبارة فرق الطور (96.4) التالية

$$\varphi_{RC} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{RC\omega}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{4\times 470\times 10^{-6}\times 2\times \pi\times 200}\right) = 22.94^\circ \tag{121.4}$$

## ث- قياس فرق الطور في دارة AC بدلالة مقاومة R وشيعة L ومكثفة C على التسلسل

الشكل 43.4 يوضح موجتا الجُهد والتيّار في دارة AC تتكون من مقاومة R وشيعة L ومكثفة C على التسلسل.




الشكل 43.4. موجتا الجُهد والتيّار في دارة AC تتكون من مقاومة R وشيعة L ومكثفة C على التسلسل.

من خلال العبارة (117.4) نجد أنّ

$$\varphi_{RL} = 360° \frac{0.385ms}{5ms} = 27.727° \qquad (122.4)$$

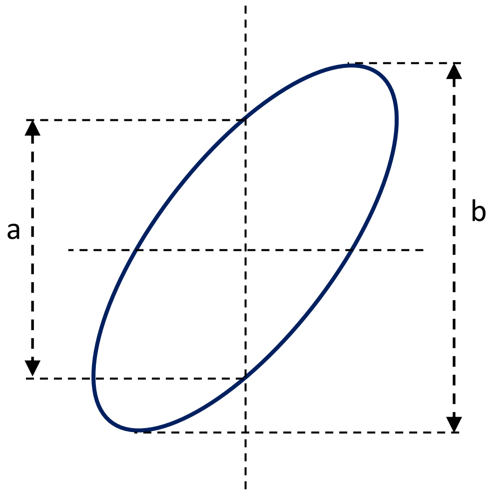
والتي توافق النتيجة الحسابية باستعمال عبارة فرق الطور (100.4) الموالية

$$\begin{aligned} \varphi_{RLC} &= \tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R} - \frac{1}{RC\omega}\right) \\ &= \tan^{-1}\left(\frac{3\times10^{-3}\times2\times\pi\times200}{4} - \frac{1}{4\times470\times10^{-6}\times2\times\pi\times200}\right) = 27.43° \end{aligned} \qquad (123.4)$$

### 2.7.4 طريقة منحنى الطور

فيما يلي نستعرض نتيجة القياس لكل من الجُهد، التيار والاستطاعة الفعالة في مختلف الدارات السابقة باستعمال طريقة منحنى الطور والتي تُدعى كذلك طريقة Lissajoux والتي تعتمد على تمثيل تغير موجة ما بدلالة موجة معيارية على نفس المنحنى. يسمح جهاز راسم الاهتزازات Oscilloscope بتمثيل بيانياً المنحنى الناتج من خلال الخاصية XY mode.

الشكل التالي يوضح كيفية حساب فرق الطور باستخدام طريقة منحنى الطور (Lissajoux).




الشكل 44.4. حساب فرق الطور باستخدام طريقة Lissajoux.

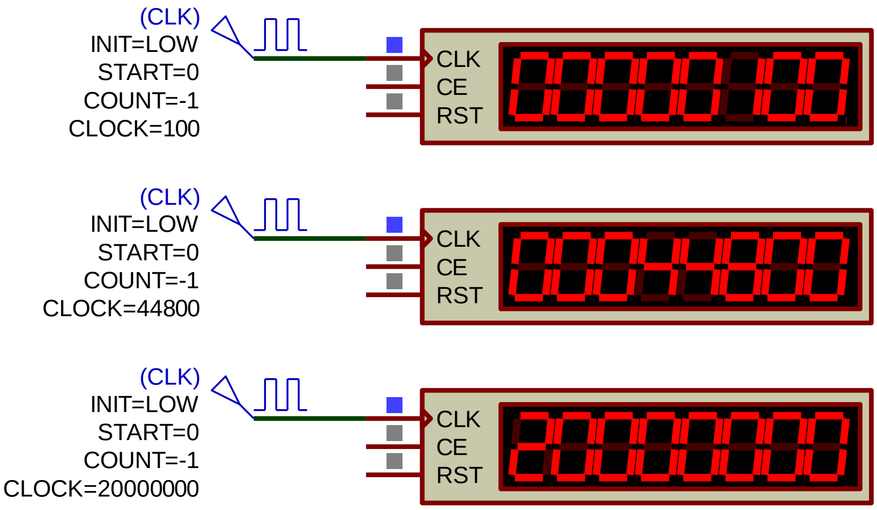
حيث يتم قياس المسافات a و b للشكل الناتج في جهاز راسم الاهتزازات، ومن ثم يتم حساب فرق الطور باستخدام العلاقات التالية:

$$\begin{cases} \sin\varphi = \dfrac{a}{b} \\ \cos\varphi = \sqrt{1-\left(\dfrac{a}{b}\right)^2} \end{cases} \qquad (124.4)$$

ملاحظة: نتيجة القياس باستعمال التأخر الزمني أكثر دقة بالمقارنة مع طريقة منحنى الطور وذلك لصعوبة تحديد المسافات a و b بدقة.

### 8.4 قياس التردد

يتم قياس التردد في دارة AC من خلال دراسة دور الموجة في جهاز راسم الاهتزازات أو مباشرة باستعمال جهاز القياس Frequencemeter كما هو موضح في الشكل أدناه من أجل قيم مختلفة لتردد الدارة.




الشكل 45.4. قياس التردد في دارة AC باستعمال جهاز القياس Frequencemeter.
الترددات 100Hz ، 44.8KHz ، 20MHz .