

## استهلاك القروض طويلة الأجل

### Amortissement des emprunts à long terme

|                                                                                                                                                                                                                              |           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| ✓ معرفة مختلف الطرق المستخدمة في استهلاك القروض.<br>✓ معرفة كيفية حساب قسط استهلاك القرض A.<br>✓ تشكيل جدول استهلاك القرض.<br>✓ تحديد العلاقات الموجودة بين القرض، الإستهلاكات، و القسط.                                     | هدف الفصل |
| 1.1. طريقة القسط المتناقص (القسط الثابت من الأصل).<br>2.4. طريقة استهلاك القرض بدفعات متساوية من الأصل والفوائد (طريقة التقسيط المتساوي).<br>3.4. العلاقة بين الاستهلاكات.<br>4.1. بعض العلاقات بين القرض والاستهلاك والقسط. | خطة الفصل |

يتم استهلاك القروض بطرق مختلفة يتفق عليها بين المتعاقدين، فمنها ما يوفى بتاريخ محدد فيكون القرض محدود الأجل، ومنها ما يوفى على مدار مدة معينة، هي مدة القرض، وبدفعات متتالية آخرها في نهاية المدة المتفق عليها، ويمكن أن نعرض الطرق الآتية كنماذج لبعض الطرق العلمية التي جرى التعامل بها:

- 1- تسديد القرض مع فوائده دفعة واحدة في نهاية مدة القرض (أي الجملة).
  - 2- تسديد الفوائد بصورة دورية وقيمة الأصل (القرض) في نهاية المدة.
  - 3- تسديد القرض على أقساط غير متساوية، وفترات غير منتظمة كما هو الحال في استبدال الديون.
  - 4- تسديد القرض على أقساط متساوية من أصل قرض فقط، ويضاف إلى كل منها فوائد الأرصدة بصورة دورية، حيث تتألف الدفعة الواحدة من جزأين، جزء من أصل القرض هو القسط المتساوي، وآخر يمثل الفوائد البسيطة على الأرصدة المتناقصة للقرض من دورة إلى أخرى.
  - 5- تسديد القرض على أقساط متساوية من أصل القرض والفوائد معا، إذ تكون الدفعات متساوية فيما بينها وكل منها تتألف من جزء من أصل القرض وآخر من الفوائد المترتبة عليه.
- ومن المتعارف عليه أن طريقة سداد القرض وفوائده مرة واحدة عند تاريخ استحقاقه لا يتلاءم ومحصلة كل من طرفي العلاقة، لذا نجد أن أغلب المتعاقدين على القروض طويلة الأجل يتفقون على استهلاكها وتسويتها خلال فترات زمنية بواسطة أقساط متساوية، سواء من الأصل فقط دون الفائدة (طريقة القسط الثابت من الأصل أو طريقة القسط المتناقص)، أو أقساط متساوية من الفوائد والأصل معا (طريقة استهلاك القروض بدفعات متساوية).

#### الرموز والعلاقات المستخدمة:

$C_0$ : أصل القرض

$t$ : معدل الفائدة

$n$ : عدد الفترات الزمنية المخصصة لاستهلاك القرض.

$A_i$ : القسط الواجب سداؤه في نهاية كل فترة زمنية (الدفعة).

$M_i$ : قسط الاستهلاك من أصل القرض.

## 1.2. طريقة القسط المتناقص (القسط الثابت من الأصل):

بمقتضى هذه الطريقة يتم استهلاك أصل القرض فقط، على أساس أقساط متساوية خلال مدة استهلاك القرض، مع سداد الفائدة على الرصيد.

### 1- حساب قسط الإستهلاك الثابت:

يحسب قسط الإستهلاك الثابت بقسمة أصل القرض على عدد أقساط التي تتوافق مع الفترات الزمنية التي تسدد فيها، ويعبر عنها بالعلاقة:

$$\text{القسط المتساوي من الأصل} = \frac{\text{قيمة أصل القرض}}{\text{عدد الفترات الزمنية لإستهلاك القرض}}$$

ونكتب بالرموز:

$$M = \frac{C_0}{n}$$

### 2- جدول استهلاك القرض:

يشمل جدول استهلاك القرض على رصيد أصل القرض في بداية الفترات وفي نهايتها، وأيضا الفوائد المستحقة كل فترة، كما يشتمل على قيمة الاستهلاكات الثابتة، والأقساط الواجب سدادها كل فترة.

تستحق أقساط الاستهلاك الثابتة في نهاية كل فترة زمنية من فترات استهلاك القرض، أما الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة زمنية فيتم حسابها على الرصيد المتبقي من القرض في كل فترة زمنية، أي بعد خصم قسط الاستهلاك الثابت، ويكون حساب الفوائد المستحقة (باقتراض أن الفترات الزمنية متساوية تعادل سنة واحدة) كما يلي:

$$I_1 = C_0 \times t \times n_1$$

$$I_2 = (C_0 - M) \times t \times n_2$$

$$I_3 = (C_0 - 2M) \times t \times n_3$$

$$I_4 = (C_0 - 3M) \times t \times n_4$$

إلى غاية آخر فترة من فترات استهلاك القرض

$$I_n = M \times t \times n_n$$

وبالنظر إلى الفائدة المستحقة عن الرصيد المتبقي في نهاية كل فترة زمنية سنجد أنها تتناقص بمقدار ثابت من فترة زمنية لأخرى، ويرجع ذلك إلى تناقص الرصيد المتبقي المحسوبة على أساسه من فترة زمنية لأخرى بمقدار  $M$ ، ومن ثم نجد أن حدود (المبالغ) الفوائد المستحقة خلال مدة استهلاك القرض تكون متوالية عددية.

ويتكون القسط الواجب سدادته  $A$  في نهاية كل فترة زمنية من جزئين هما:

قسط الاستهلاك الثابت ( $M$ ) + الفائدة المستحقة عن كل فترة زمنية ( $I_i$ ):

$$A_i = M + I_i \quad \text{أي:}$$

ومن ثم نجد أن الأقساط الواجب سدادها لكل فترة تحسب كما يلي:

$$A_1 = M + I_1 \quad \text{الدفعة الأولى}$$

$$A_2 = M + I_2 \quad \text{الدفعة الثانية}$$

$$A_3 = M + I_3 \quad \text{الدفعة الثالثة}$$

$$A_4 = M + I_4 \quad \text{الدفعة الرابعة}$$

وهكذا حتى القسط الأخير (الدفعة الأخيرة)

$$A_n = M + I_n$$

ونظراً لأن قسط الاستهلاك من أصل القرض الثابت خلال كل الفترات وأن الفائدة تتناقص بمقدار ثابت، فالنتيجة هي تناقص قيمة الدفعة  $A$  بالمقدار الثابت المتناقص من الفائدة، ولهذا تسمى هذه الطريقة لاستهلاك القروض بطريقة القسط المتناقص.

كما نلاحظ مما سبق أن قيم الدفعات  $A$  (الأقساط الواجب سدادها) تشكل فيما بينها متوالية عددية متناقصة أساسها يساوي الفرق الثابت بين كل دفعتين متتاليتين، أي أن:

$$R = A_2 - A_1 = A_3 - A_2 \dots \dots \dots \text{وهكذا}$$

حيث أن R هو أساس المتوالية العددية (الحسابية).

ويساعد جدول استهلاك القرض على تسجيل جميع البيانات الهامة الخاصة بتسديد القرض، ويعرض جدول استهلاك القرض كآلي:

| الفترة n | الرصيد في بداية الفترة | الفائدة المستحقة كل سنة $I_i$ | القسط السنوي الواجب سداؤه $A_i$ | قسط الاستهلاك الثابت M | الرصيد في نهاية كل سنة |
|----------|------------------------|-------------------------------|---------------------------------|------------------------|------------------------|
|          |                        |                               |                                 |                        |                        |

**مثال 01:** اقترض أحد الأشخاص مبلغ 50000 دج من أحد البنوك، وتم الاتفاق على سداد الأصل على خمسة أقساط سنوية متساوية على أن تسدد الفائدة على الرصيد في نهاية كل سنة بمعدل 7% سنويا.

**المطلوب:**

1- حساب بنود استهلاك هذا القرض خلال فترة الاستهلاك.

2- إعداد جدول استهلاك هذا القرض.

**الحل:**

1- حساب بنود استهلاك هذا القرض خلال فترة الاستهلاك.

• قسط الاستهلاك السنوي الثابت M:

$$M = \frac{C_0}{n} = \frac{50000}{5} = 10000 \text{ DA.}$$

• الفوائد السنوية:

$$I_1 = C_0 \times t \times n_1 = 50000 \times 0,07 \times 1 = 3500 \text{ DA.}$$

$$I_2 = (C_0 - M) \times t \times n_2 = (50000 - 10000) \times 0,07 \times 1 = 2800 \text{ DA.}$$

$$I_3 = (C_0 - 2M) \times t \times n_3 = (50000 - 20000) \times 0,07 \times 1 = 2100 \text{ DA.}$$

$$I_4 = (C_0 - 3M) \times t \times n_4 = (50000 - 3000) \times 0,07 \times 1 = 1400 \text{ DA.}$$

$$I_5 = (C_0 - 4M) \times t \times n_5 = (50000 - 4000) \times 0,07 \times 1 = 700 \text{ DA.}$$

• الأقساط الواجب سدادها سنويا (الدفعات)  $A_i$ :

$$A_1 = M + I_1 = 10000 + 3500 = 13500 \text{ DA.}$$

$$A_2 = M + I_2 = 10000 + 2800 = 12800 \text{ DA.}$$

$$A_3 = M + I_3 = 10000 + 2100 = 12100 \text{ DA.}$$

$$A_4 = M + I_4 = 10000 + 1400 = 11400 \text{ DA.}$$

$$A_5 = M + I_5 = 10000 + 700 = 10700 \text{ DA.}$$

2- إعداد جدول استهلاك القرض:

| الفترة n | الرصيد بداية السنة | الفائدة المستحقة كل سنة $I_i$ | القسط السنوي الواجب سداده $A_i$ | القسط السنوي الثابت M | الرصيد في نهاية كل فترة |
|----------|--------------------|-------------------------------|---------------------------------|-----------------------|-------------------------|
| 1        | 50000              | 3500                          | 135000                          | 10000                 | 40000                   |
| 2        | 40000              | 2800                          | 12800                           | 10000                 | 30000                   |
| 3        | 30000              | 2100                          | 12100                           | 10000                 | 20000                   |
| 4        | 20000              | 1400                          | 11400                           | 10000                 | 10000                   |
| 5        | 10000              | 700                           | 10700                           | 10000                 | 0                       |
| المجموع  | -                  | 10500                         | 60500                           | 50000                 | -                       |

**مثال 02:** افترض تاجر مبلغا ما بمعدل فائدة 8% سنويا، واتفق مع الدائن على تسديد قيمة القرض على 5 أقساط سنوية متساوية من الأصل فقط يضاف إلى كل منها الفوائد المترتبة على الرصيد في نهاية كل سنة، فإذا كان مجموع الفوائد التي حصل عليها الدائن خلال مدة القرض هي 180000 دج، وكانت قيمة الفائدة المدفوعة مع القسط الخامس هي 12000 دج.

## المطلوب:

1- إيجاد قيمة القرض وقيم الأقساط الواجب سدادها.

2- إعداد جدول استهلاك هذا القرض.

## الحل:

1- إيجاد قيمة القرض وقيم الأقساط

• قيمة القرض:

$$I_5 = 12000 \text{ DA} \quad \text{لدينا:}$$

$$I_5 = M \times t \quad \text{ومنه:}$$

$$M + \frac{I_5}{t} = \frac{12000}{0,08} = 150000 \text{ DA}$$

قيمة القسط الثابت السنوي هو: 150000 دج

$$C_0 = M \times 5 = 150000 \quad \text{إذن:}$$

$$C_0 = 750000 \text{ DA.}$$

قيمة القرض: 750000 دج.

• الفوائد السنوية:

$$I_1 = C_0 \times t \times n_1 = 750000 \times 0,08 = 60000 \text{ DA.}$$

$$I_2 = (750000 - 150000) \times 0,08 = 48000 \text{ DA.}$$

$$I_3 = (750000 - (2 \times 150000)) \times 0,08 = 36000 \text{ DA.}$$

$$I_4 = (750000 - (3 \times 150000)) \times 0,08 = 24000 \text{ DA.}$$

$$I_5 = 12000 \text{ DA.}$$

• الأقساط الواجب سدادها سنويا  $A_i$ :

$$A_1 = M + I_1 = 150000 + 60000 = 210000 \text{ DA.}$$

$$A_2 = 150000 + 48000 = 198000 \text{ DA.}$$

$$A_3 = 150000 + 36000 = 186000 \text{ DA.}$$

$$A_4 = 150000 + 24000 = 174000 \text{ DA.}$$

$$A_5 = 150000 + 12000 = 162000 \text{ DA.}$$

## 2- جدول استهلاك القرض:

| الفترة n | الرصيد بداية السنة | الفائدة المستحقة كل سنة $I_i$ | القسط السنوي الواجب سداؤه $A_i$ | القسط السنوي الثابت M | الرصيد في نهاية كل فترة |
|----------|--------------------|-------------------------------|---------------------------------|-----------------------|-------------------------|
| 1        | 750000             | 60000                         | 210000                          | 150000                | 600000                  |
| 2        | 600000             | 48000                         | 198000                          | 150000                | 450000                  |
| 3        | 450000             | 36000                         | 186000                          | 150000                | 300000                  |
| 4        | 300000             | 24000                         | 174000                          | 150000                | 150000                  |
| 5        | 15000              | 12000                         | 162000                          | 150000                | 0                       |
| المجموع  | -                  | 180000                        | 60500                           | 750000                | -                       |

## 2.4. طريقة استهلاك القرض بدفعات متساوية من الأصل والفوائد (طريقة التقسيط المتساوي):

تعتبر من أهم الطرق السائدة، ويمتضى هذه الطريقة يؤدي المدين ما عليه من قرض وفوائد معا على شكل دفعات متساوية ودورية منتظمة، كل منها يتألف من جزأين: جزء يمثل القرض وجزء يمثل الفائدة، والأقساط في هذه الحالة تعتبر دفعات عادية تسدد في نهاية كل فترة زمنية، وبالتالي يعد أصل القرض في هذه الحالة مساويا للقيمة الحالية للدفعات العادية محسوبة بمعدل معين.

### • حساب القسط المتساوي (الدفعة المتساوية):

إذا رمزنا إلى:

✓ أصل القرض بـ:  $C_0$ .

✓ مدة استهلاك القرض ( عدد الدفعات أو الأقساط الدورية المتساوية):  $n$ .

✓ معدل الفائدة:  $t$ .

✓ القسط الدوري المتساوي أو قيمة الدفعة:  $A$ .

يمكن إيجاد أصل القرض (قيمة القرض) بالعلاقة التالية:

$$C_0 = A \frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$

كما يمكن إيجاد قيمة كل دفعة (القسط الدوري المتساوي) بالعلاقة التالية:

$$A = C_0 \frac{t}{1-(1+t)^{-n}}$$

**مثال 01:** قرض قيمته 100000000 دج يسدد على 5 سنوات بواسطة أقساط (دفعات) سنوية متساوية من الأصل و الفائدة معا تسدد في نهاية كل فترة زمنية بمعدل فائدة مركبة 10% سنويا، المطلوب:

- إيجاد قيمة كل قسط (دفعة).

- إيجاد قيمة الفائدة المستحقة في نهاية مدة القرض.

**الحل:**

- إيجاد قيمة كل قسط:

$$A = C_0 \frac{t}{1-(1+t)^{-n}} = 100000000 \frac{0,1}{1-(1,1)^{-5}}$$

$$= 100000000 \times 0,263797448$$

$$A = 2637974,80 \text{ DA.}$$

- إيجاد قيمة الفائدة المستحقة في نهاية مدة القرض:

نحسب أولا قيمة المبلغ الذي سيتم دفعه في نهاية مدة القرض وذلك كما يلي:

$$2637974,80 \times 5 = 13189874 \text{ DA} = \text{قيمة المبلغ الذي سيتم دفعه في نهاية مدة القرض}$$

إذن:

$$I = 13189874 - 10000000 = 3189874 \text{ DA.}$$

• **جدول استهلاك القرض:** يشمل جدول استهلاك القرض وفق هذه الطريقة على البيانات التالية:

1- رصيد أصل القرض في أول كل فترة زمنية.

2- مقدار الفائدة المستحقة لكل فترة زمنية، وتكون عادة في نهاية كل فترة زمنية.

3- القسط الدوري المتساوي, وهو عبارة عن جزء من القسط أو أصل القرض, وقيمة الفائدة المستحقة لكل فترة زمنية.

4- الباقي من أصل القرض في آخر كل فترة زمنية, أو بعبارة أخرى الرصيد في نهاية كل فترة زمنية.

5- قيمة الاستهلاك من أصل القرض.

6- الوحدة الزمنية أو الفترات.

إن الفوائد المستحقة في نهاية كل فترة زمنية متفق عليها لاستهلاك أي قرض تتناقص قيمتها بصفة مستمرة في كل فترة زمنية عن سابقتها خلال مدة استهلاك هذا القرض, في حين تزداد قيمة الجزء المخصص لاستهلاك أصل القرض بصفة مستمرة في كل فترة عن سابقتها خلال نفس مدة استهلاك هذا القرض.

**مثال 01:** اقترض شخص مبلغ مالي قدره 25000 دج من بنك لبناء سكن سنة 2018, وتم الإتفاق مع

البنك على تسوية القرض والفوائد معا على أقساط سنوية متساوية من أصل القرض والفوائد معا, وقد تم تحديد عشرة أقساط لتسديد هذا القرض, فإذا كان معدل الفائدة 8% سنويا:

**المطلوب:**

1- حساب قيمة القسط السنوي المتساوي لاستهلاك القرض والفوائد معا.

2- حساب عناصر استهلاك القرض للعشر سنوات.

3- إعداد جدول استهلاك هذا القرض.

**الحل:**

1- حساب قيمة القسط السنوي المتساوي لاستهلاك القرض والفوائد معا:

لحساب القسط السنوي المتساوي لابد من تساوي أصل القرض مع القيمة الحالية لمجموع الاقساط:

$$C_0 = A \frac{1-(1+t)^{-n}}{t} \longrightarrow A = C_0 \frac{t}{1-(1+t)^{-n}}$$

و منه:

$$A = 25000 \frac{0,08}{1-(1,08)^{-10}}$$

$$= 25000 \times 0,14902949$$

$$A = 3725,7372 \text{ DA.}$$

2- حساب عناصر استهلاك القرض عن كل سنة من سنوات استهلاك القرض:

### السنة الأولى:

• رصيد القرض أول مدة: أصل القرض:  $C_0 = 25000 \text{ DA.}$

• القسط المتساوي:  $A = 3725,7372 \text{ DA.}$

• الفائدة المستحقة على القرض خلال السنة الأولى:

$$I_1 = C_0 \times t = 25000 \times 0,08 = 2000 \text{ DA.}$$

• الجزء المستهلك من أصل القرض (استهلاك السنة الأولى  $M_1$ ):

$$M_1 = A - I_1 = 3725,7372 - 2000 = 1725,737 \text{ DA.}$$

• رصيد القرض في نهاية السنة الأولى من سنوات استهلاك القرض:

$$C_1 = C_0 - M_1 = 25000 - 1725,737 = 23274,263 \text{ DA.}$$

نلاحظ أن القسط السنوي المتساوي (A) يقسم إلى قسمين:

✓ الفائدة خلال السنة وهي:  $I_1 = 2000 \text{ DA.}$

✓ والجزء الذي يخص استهلاك القرض وهو:  $M_1 = 1725,737$

### السنة الثانية:

• الرصيد في بداية السنة الثانية = الرصيد المتبقي في نهاية السنة الأولى:

$$C_1 = 23274,263 \text{ DA.}$$

• القسط السنوي المتساوي:

$$A = 3725,7372 \text{ DA.}$$

• الفائدة المستحقة خلال السنة الثانية:

$$I_2 = 23274,263 \times 0,08 = 1861,94104 \text{ DA.}$$

• استهلاك السنة الثانية:  $M_2$ :

$$M_2 = A - I_2 = 3725,7372 - 1861,94104 = 1863,796 \text{ DA}$$

- الرصيد المتبقي في نهاية السنة الثانية:

$$C_2 = C_1 - M_2 = 23274,263 - 1863,796 = 21410,467 \text{ DA.}$$

### السنة الثالثة:

- الرصيد في بداية السنة الثالثة = الرصيد المتبقي في نهاية السنة الثانية:

$$C_2 = 21410,467 \text{ DA.}$$

- القسط السنوي المتساوي:

$$A = 3725,7372 \text{ DA.}$$

- الفائدة المستحقة خلال السنة الثالثة:

$$I_3 = 21410,467 \times 0,08 = 1712,837 \text{ DA.}$$

- استهلاك السنة الثالثة:  $M_3$  :

$$M_3 = A - I_3 = 3725,7372 - 1712,837 = 2012,98 \text{ DA.}$$

- الرصيد المتبقي في نهاية السنة الثالثة:

$$C_3 = C_2 - M_3 = 21410,467 - 2012,98 = 19397,567 \text{ DA.}$$

### السنة الرابعة:

- الرصيد في بداية السنة الرابعة = الرصيد المتبقي في نهاية السنة الثالثة:

$$C_3 = 19397,567 \text{ DA.}$$

- القسط السنوي المتساوي:

$$A = 3725,7372 \text{ DA.}$$

- الفائدة المستحقة خلال السنة الرابعة:

$$I_4 = 19397,567 \times 0,08 = 1551,81 \text{ DA.}$$

- استهلاك السنة الرابعة:  $M_4$  :

$$M_4 = A - I_4 = 3725,7372 - 1551,81 = 2173,923 \text{ DA.}$$

- الرصيد المتبقي في نهاية السنة الرابعة:

$$C_4 = C_3 - M_4 = 19397,567 - 2173,923 = 17223,64 \text{ DA.}$$

#### السنة الخامسة:

- الرصيد في بداية السنة الخامسة = الرصيد المتبقي في نهاية السنة الرابعة:

$$C_4 = 17223,64 \text{ DA.}$$

- القسط السنوي المتساوي:  $A = 3725,7372 \text{ DA}$

- الفائدة المستحقة خلال السنة الخامسة:

$$I_5 = 17223,64 \times 0,08 = 1377,89 \text{ DA.}$$

- استهلاك السنة الخامسة:  $M_5$  :

$$M_5 = A - I_5 = 3725,7372 - 1377,89 = 2347,847 \text{ DA.}$$

- الرصيد المتبقي في نهاية السنة الخامسة:

$$C_5 = C_4 - M_5 = 19397,567 - 2347,847 = 14875,793 \text{ DA.}$$

#### السنة السادسة:

- الرصيد في بداية السنة الخامسة:  $C_5 = 14875,793 \text{ DA.}$

- القسط السنوي المتساوي:  $A = 3725,7372 \text{ DA.}$

- الفائدة المستحقة خلال السنة السادسة:

$$I_6 = 14875,793 \times 0,08 = 1190,063 \text{ DA.}$$

- استهلاك السنة السادسة:  $M_6$  :

$$M_6 = A - I_6 = 3725,7372 - 1190,063 = 2535,674 \text{ DA.}$$

- الرصيد المتبقي في نهاية السنة السادسة:

$$C_6 = C_5 - M_6 = 14875,793 - 2535,674 = 12340,119 \text{ DA.}$$

#### السنة السابعة:

- الرصيد في بداية السنة السابعة:  $C_6 = 12340,119 \text{ DA.}$

• القسط السنوي المتساوي:  $A = 3725,7372 \text{ DA.}$

• الفائدة المستحقة خلال السنة السابعة:

$$I_7 = 12340,119 \times 0,08 = 987,209 \text{ DA.}$$

• استهلاك السنة السابعة:  $M_7$  :

$$M_7 = A - I_7 = 3725,7372 - 12340,119 = 2738,528 \text{ DA.}$$

• الرصيد المتبقي في نهاية السنة السابعة:

$$C_7 = C_6 - M_7 = 12340,119 - 2738,528 = 9601,591 \text{ DA.}$$

#### السنة الثامنة:

• الرصيد في بداية السنة السابعة:  $C_7 = 9601,591 \text{ DA.}$

• القسط السنوي المتساوي:  $A = 3725,7372 \text{ DA.}$

• الفائدة المستحقة خلال السنة الثامنة:

$$I_8 = 9601,591 \times 0,08 = 768,127 \text{ DA.}$$

• استهلاك السنة الثامنة:  $M_8$  :

$$M_8 = A - I_8 = 3725,7372 - 768,127 = 2957,981 \text{ DA.}$$

• الرصيد المتبقي في نهاية السنة الثامنة:

$$C_8 = C_7 - M_8 = 9601,591 - 2957,981 = 6643,981 \text{ DA.}$$

#### السنة التاسعة:

• الرصيد في بداية السنة التاسعة:  $C_8 = 6643,981 \text{ DA.}$

• القسط السنوي المتساوي:  $A = 3725,7372 \text{ DA.}$

• الفائدة المستحقة خلال السنة التاسعة:

$$I_9 = 6643,981 \times 0,08 = 531,518 \text{ DA.}$$

• استهلاك السنة التاسعة:  $M_9$  :

$$M_9 = A - I_9 = 3725,7372 - 531,518 = 3194,219 \text{ DA.}$$

- الرصيد المتبقي في نهاية السنة التاسعة:

$$C_9 = C_8 - M_9 = 6643,981 - 3194,219 = 3449,762 \text{ DA.}$$

### السنة العاشرة:

- الرصيد في بداية السنة العاشرة:  $C_9 = 3449,762 \text{ DA.}$

- القسط السنوي المتساوي:  $A = 3725,7372 \text{ DA.}$

- الفائدة المستحقة خلال السنة العاشرة:

$$I_{10} = 3449,762 \times 0,08 = 275,98 \text{ DA.}$$

- استهلاك السنة العاشرة:  $M_{10} :$

$$M_{10} = A - I_{10} = 3725,7372 - 275,98 = 3449,757 \text{ DA.}$$

- الرصيد المتبقي في نهاية السنة العاشرة:

$$C_{10} = C_9 - M_{10} = 3449,762 - 3449,7572 = 0,0048 \text{ DA.}$$

وهذا الفرق البسيط ناتج عن عمليات التقريب خلال السنوات العشرة.

### 3- إعداد جدول استهلاك القرض:

| الفترة | الرصيد بداية السنة | الفائدة كل سنة | القسط السنوي المتساوي | الاستهلاك من أصل القرض | الرصيد في نهاية كل سنة |
|--------|--------------------|----------------|-----------------------|------------------------|------------------------|
| 1      | 25000              | 2000           | 3725,7372             | 1725,737               | 23274                  |
| 2      | 23274,263          | 1861,941       | 3725,7372             | 1863,796               | 21410                  |
| 3      | 21410,467          | 1712,837       | 3725,7372             | 2012,98                | 19397                  |
| 4      | 19397,567          | 1551,81        | 3725,7372             | 2173,923               | 17223                  |
| 5      | 17223,64           | 1377,89        | 3725,7372             | 2347,847               | 14875                  |
| 6      | 14875,793          | 1190,063       | 3725,7372             | 2535,674               | 12340                  |
| 7      | 12340,119          | 987,209        | 3725,7372             | 2738,528               | 9601                   |
| 8      | 9601,591           | 768,127        | 3725,7372             | 2957,611               | 6643                   |

|        |           |           |         |          |    |
|--------|-----------|-----------|---------|----------|----|
| 3449   | 3194,219  | 3725,7372 | 531,518 | 6643,981 | 9  |
| 0,0048 | 3449,7572 | 3725,7372 | 275,98  | 3449,762 | 10 |

**مثال 02:** تحصلت مؤسسة على قرض يسدد بواسطة 05 دفعات ثابتة من أصل القرض والفوائد معا، بمعدل فائدة قدره 4%, قيمة الدفعة 475255,04 دج، أولها تستحق بعد سنة من الإقتراض.

✓ قم بإعداد جدول استهلاك هذا القرض.

الحل:

إيجاد قيمة القرض:

$$C_0 = A \frac{1-(1+t)^{-n}}{t} = 475255,04 \quad \frac{1-(1,04)^{-5}}{0,04}$$

$$C_0 = 2115751 \text{ DA.}$$

✓ جدول استهلاك القرض:

| الفترة | الرصيد في بداية الفترة | الفائدة I | القسط السنوي المتساوي (الدفعة) A | الاستهلاك أصل القرض M | الرصيد في نهاية كل فترة |
|--------|------------------------|-----------|----------------------------------|-----------------------|-------------------------|
| 1      | 2115751                | 84630,04  | 390625                           | 475255,04             | 1725126                 |
| 2      | 1725126                | 69005,04  | 406250                           | 475255,04             | 1318876                 |
| 3      | 1318876                | 52755,04  | 422500                           | 475255,04             | 896376                  |
| 4      | 896376                 | 35855,04  | 439400                           | 475255,04             | 456976                  |
| 5      | 456976                 | 18279,04  | 456976                           | 475255,04             | 0                       |

#### 3.4. العلاقة بين الاستهلاكات:

من خلال المثالين السابقين (طريقة استهلاك القرض بدفعات متساوية من الأصل والفوائد معا)، وعند إيجاد قيمة الاستهلاك من قيمة القرض لكل فترة، قمنا كخطوة أولى بحساب قيمة الفائدة عن الرصيد في بداية كل فترة، وبطرحها

من قيمة القسط الدوري المتساوي (الدفعة) حصلنا على قيمة الاستهلاك من أصل القرض الخاص بتلك الفترة، فإذا أردنا إيجاد استهلاك السنة الأولى، نجد أولاً قيمة الفائدة للسنة الأولى ونطرحها من القسط الدوري المتساوي، والذي يحتوي على جزء من الفائدة والجزء الآخر هو الجزء المستهلك من قيمة القرض، وتكرر هذه العملية في كل فترة لنجد الاستهلاك لكل فترة من الفترات اللاحقة، وواضح أن تكرار هذه العملية خلال مدة استهلاك القرض يحتاج لوقت وجهد وعمليات حسابية كثيرة مما قد يعرضنا للوقوع في الأخطاء.

وتسهيلاً للعمليات الحسابية، يمكن إيجاد العلاقات بين الاستهلاكات عن السنوات المختلفة للقرض كما يلي:

يتكون أصل القرض ( $C_0$ ) من مجموع الاستهلاكات، أي:

$$C_0 = M_1 + M_2 + M_3 + ..... + M_n$$

من بنود السنة الأولى لدينا:

$$I_1 = C_0 \times t$$

$$M_1 = A - I_1$$

بتعويض علاقة  $M_1$  نجد:

$$M_1 = A - (C_0 \times t) .....(1)$$

باستكمال حساب بنود السطر الثاني من جدول استهلاك القرض نجد:

$$C_1 = C_0 - M_1$$

$$I_2 = (C_0 - M_1) \times t$$

$$M_2 = A - I_2 = A - (C_0 - M_1) \times t$$

$$M_2 = A - \overbrace{(C_0 \times t)}^{I_1} + M_1 \times t$$

$$M_2 = A - I_1 + M_1 \times t$$

$$M_2 = M_1 + M_1 \times t$$

$$M_2 = M_1 (1 + t) .....(2)$$

من العلاقة (2) نستنتج أن: قيمة الاستهلاك الثاني = قيمة الاستهلاك الأول  $\times (1+t)$ ، أي هي جملة الاستهلاك الأول لفترة زمنية واحدة.

وكذلك يمكن إيجاد:

$$M_3 = M_2 (1 + t)$$

$$M_3 = M_1 (1 + t) (1 + t)$$

$$M_3 = M_1 (1 + t)^2 \dots\dots\dots(3)$$

ونفس الشيء بالنسبة لاستهلاكات السنوات اللاحقة:

$$M_4 = M_3 (1 + t)$$

$$M_4 = M_1 (1 + t) (1 + t)$$

$$M_4 = M_1 (1 + t)^2 (1 + t)$$

$$M_4 = M_1 (1 + t)^3 \dots\dots\dots(4)$$

من خلال ما سبق يمكن إيجاد قيمة أي استهلاك للفترات الزمنية اللاحقة حتى الفترة الأخيرة  $n$ ، إما بدلالة الاستهلاك السابق مباشرة، فإذا رمزنا بـ  $M_i$  للاستهلاك المقابل لأي فترة زمنية، فيُعبّر عنه باستخدام إحدى العلاقتين التاليتين:

$$M_i = M_{i-1} (1 + t)$$

✓ استهلاك فترة بدلالة الاستهلاك الأول:

$$M_i = M_1 (1 + t)^{i-1}$$

ويمكن إيجاد جميع عناصر جدول الاستهلاك لأي قرض إذا عرفنا مقدار أي استهلاكين متتاليين وعدد الفترات الزمنية لهذا القرض.

وبالرجوع كذلك إلى العلاقة الخاصة بمجموع الاستهلاكات وأصل القرض ( $C_0 = \sum_{i=1}^n M_i$ ) وربطها بالعلاقة التي توضح ارتباط استهلاك فترة معينة بالاستهلاك الأول، نجد كذلك أن للاستهلاك الأول علاقة بأصل القرض، ويمكن توضيح ذلك كما يلي:

$$C_0 = M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n$$

$$C_0 = M_1 + M_1 (1 + t) + M_1 (1 + t)^2 + \dots + M_1 (1 + t)^{n-1}$$

وعليه فقيمة أصل القرض تمثل جملة دفعات لنهاية المدة للاستهلاك الأول، وبالتالي يمكن كتابتها بالشكل:

$$C_0 = M_1 \frac{(1 + t)^n - 1}{t}$$

**مثال:** اقترض شخص مبلغ ما من أحد البنوك على أن يسدد هذا القرض بخمسة أقساط متساوية من الأصل والفائدة معا، بدفعة أولى بعد سنة، فإذا علمت أن قيمة الاستهلاك الأول 864,807 دج، والاستهلاك الثاني لنفس القرض هو 916,965 دج.

المطلوب: إيجاد المعدل، قيمة القرض، والقسط السنوي المتساوي.

**الحل:**

✓ حساب معدل الفائدة:

$$M_2 = M_1 (1 + t)$$

$$\frac{M_2}{M_1} = 1 + t$$

بالتعويض نجد:

$$\frac{916,965}{864,807} = 1 + t$$

$$1 + t = 1,06$$

$$t = 0,06 = 6\%$$

✓ حساب قيمة القرض:

• الطريقة 01:

$$C_0 = M_1 \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$
$$= 864,807 \frac{1,06^5 - 1}{0,06}$$

$$C_0 = 864,807 \times 5,63709296 = 4875 \text{ DA.}$$

• الطريقة 02:

$$C_0 = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5$$

ومنه:

$$M_3 = M_1 (1,06)^2 = 864,807 \times 1,06^2 = 971,983 \text{ DA.}$$

$$M_4 = M_1 (1,06)^3 = 864,807 \times 1,06^3 = 1030,30 \text{ DA.}$$

$$M_5 = M_1 (1,06)^4 = 864,807 \times 1,06^4 = 1092,118 \text{ DA.}$$

$$C_0 = 864,807 + 914,965 + 971,983 + 1030,30 + 1092,118$$

$$C_0 = 4876 \text{ DA.}$$

✓ حساب قيمة القسط السنوي المتساوي:

$$A = C_0 \frac{t}{1 - (1+t)^{-n}} = 4876 \frac{0,06}{1 - 1,06^{-5}}$$

$$= 4876 \times 0,2373964$$

$$A = 1157,54 \text{ DA.}$$

#### 4.4. بعض العلاقات بين القرض والاستهلاك والقسط:

✓ الفرق بين فائدين = الفرق استهلاكين

وهذا راجع لكون الفوائد المستحقة في نهاية كل فترة زمنية تتناقص قيمتها بصفة مستمرة في كل فترة زمنية عن سابقتها، في حين تزداد قيمة الجزء المخصص لاستهلاك أصل القرض بصفة مستمرة في كل فترة عن سابقتها خلال نفس مدة استهلاك هذا القرض.

• يمكن إيجاد قيمة معدل الفائدة إذا علمنا فائدة الفترة الأخيرة وفائدة الفترة ما قبل الأخيرة، وذلك كما يلي:

$$(1 + t) = \frac{I_n}{I_{n-1} - I_n}$$

- في الفترة الأخيرة من جدول استهلاك القرض، يتساوى الاستهلاك مع الرصيد المتبقي في بداية الفترة الأخيرة، وبالتالي يمكن حساب فائدة الفترة الأخيرة بضرب الاستهلاك الأخير في المعدل:

$$I_n = M_n \times t$$

من جهة أخرى:

القسط المتساوي (الدفعة)  $A =$  الاستهلاك (الفترة الأخيرة) + الفائدة (الفترة الأخيرة)

$$A = M_n + I_n$$

بتعويض  $I_n$  بقيمتها نجد:

$$A = M_n + M_n \times t$$

$$A = M_n (1 + t)$$

من جهة أخرى كذلك فقد سبق وتم ايضاح العلاقة بين الاستهلاك الأول والاستهلاك الأخير:

$$M_n = M_1 (1 + t)^{n-1}$$

بتعويض  $M_n$  بقيمتها في العلاقة  $A = M_n (1 + t)$  نجد:

$$A = [M_1 (1 + t)^{n-1}] (1 + t)$$

$$A = M_1 (1 + t)^n$$

**مثال:** بمعاينة جدول استهلاك قرض على 04 أقساط متساوي من الأصل والفوائد معا، بمعدل فائدة 6%، وجد أن قيمة الاستهلاك الأول هي: 125000 دج.

المطلوب:

1- إيجاد قيمة الدفعة.

2- إيجاد الفائدة الأولى.

3- إيجاد قيمة القرض.

الحل:

1- قيمة الدفعة (القسط المتساوي):

$$A = M_1 (1 + t)^n = 125000(1,06)^4$$

$$A = 157809,62 \text{ DA.}$$

2- قيمة الفائدة الأولى:

$$I_1 = A - M_1 = 157809,62 - 125000$$

$$I_1 = 32809,62 \text{ DA.}$$

3- قيمة القرض:

$$C_0 = A \frac{1 - (1 + t)^{-n}}{t} = 157809,62 \frac{1 - (1,06)^{-4}}{0,06}$$

$$C_0 = 546827 \text{ DA.}$$

ملاحظة: فائدة السنة الأولى تحسب بالعلاقة:

$$I_1 = C_0 \times t$$

$$C_0 = \frac{I_1}{t}$$

ومنه:

بالتعويض في المثال نجد:

$$C_0 = \frac{32809,62}{0,06} = 546827 \text{ DA.}$$

**مثال 02:** بمعاينة جدول استهلاك قرض يسدد على  $n$  دفعات سنوية متساوية من الأصل والفائدة معا بمعدل فائدة مركبة 8%، وجد أن : الفائدة الأولى هي: 90122,24 دج، الفائدة الثانية هي: 70122,25 دج.

المطلوب:

1- إيجاد قيمة الاستهلاك الأول.

2- إيجاد قيمة القسط المتساوي.

3- إيجاد عدد الأقساط.

الحل:

1- قيمة الاستهلاك الأول:

$$I_1 - I_2 = M_2 - M_1$$

$$90122,24 - 70122,24 = M_1 (1 + t) - M_1$$

$$2000 = M_1 [1 + t - 1]$$

$$M_1 = \frac{2000}{0,08} = 250000 \text{ DA.}$$

2- القسط المتساوي (الدفعة):

$$A = M_1 + I_1$$

$$= 250000 + 90122,24$$

$$A = 340122,24 \text{ DA.}$$

3- عدد الأقساط:

$$A = M_1 (1 + t)^n$$

$$\frac{A}{M_1} = (1 + t)^n$$

$$\text{Log} \left( \frac{A}{M_1} \right) = n \log (1 + t)$$

$$\text{Log} \left( \frac{A}{M_1} \right) = n \log (1 + t)$$

$$n = \frac{\log \left( \frac{A}{M_1} \right)}{\log (1 + t)} = \frac{\log \left( \frac{340122,24}{250000} \right)}{\log (1,08)}$$

$$n = 4 \text{ أقساط.}$$

