

II-1) Contraintes, déformations et déplacements

1. La contrainte est une propriété ponctuelle. C'est un tenseur.
2. Il existe des contraintes normales et cisaillement.
3. Il existe 9 composantes de contrainte sur un petit cube.

Trois contraintes normales :

$$\sigma_{xx} ; \sigma_{yy} ; \sigma_{zz}$$

Six contraintes de cisaillement :

$$\tau_{xy} ; \tau_{yx} ; \tau_{xz} ; \tau_{zx} ; \tau_{yz} ; \tau_{zy}$$

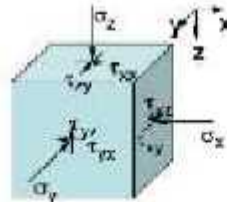


$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} (\Delta F / \Delta A)$$



$$\tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} (\Delta F / \Delta A)$$

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} (\Delta N / \Delta A)$$



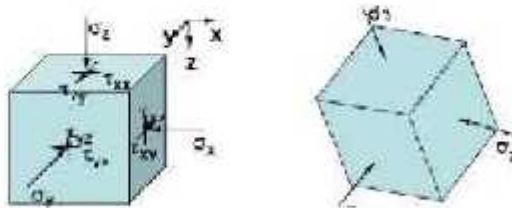
4. Ces composantes peuvent être groupées dans une matrice.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

5. Les contraintes de cisaillement qui se correspondent sont égales. La matrice est donc symétrique.

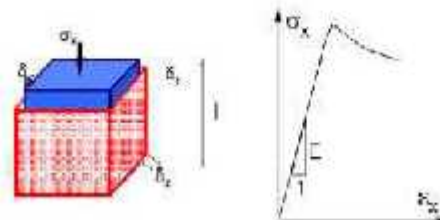
$$\tau_{xy} = \tau_{yx} ; \tau_{xz} = \tau_{zx} ; \tau_{yz} = \tau_{zy}$$

6. Il existe une orientation des axes selon laquelle toutes les contraintes de cisaillement disparaissent (transformation de la contrainte). Les contraintes restantes sont les contraintes principales.



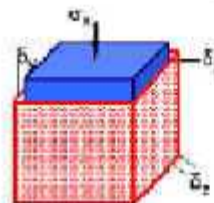
$$\begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

7. Les déformations sont des déplacements par unité de longueur causées par les contraintes $\epsilon = \delta x / l$. Dans le domaine élastique, elles sont liées par le module d'Young. $E = d\sigma_x / d\epsilon_x$

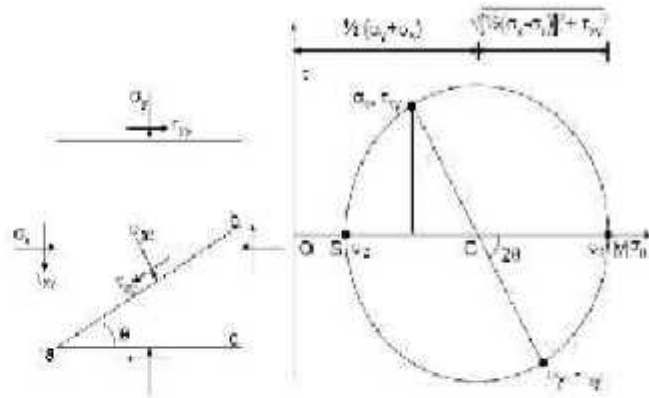


8. Les déformations dans la direction de contrainte entraînent toujours des déformations dans les autres directions. Les déformations sont liées entre elles par le coefficient de Poisson.

$$\nu = -\epsilon_y / \epsilon_x ; \nu = -\epsilon_z / \epsilon_x$$



9. Les contraintes et déformations planes peuvent être représentées par des cercles de Mohr

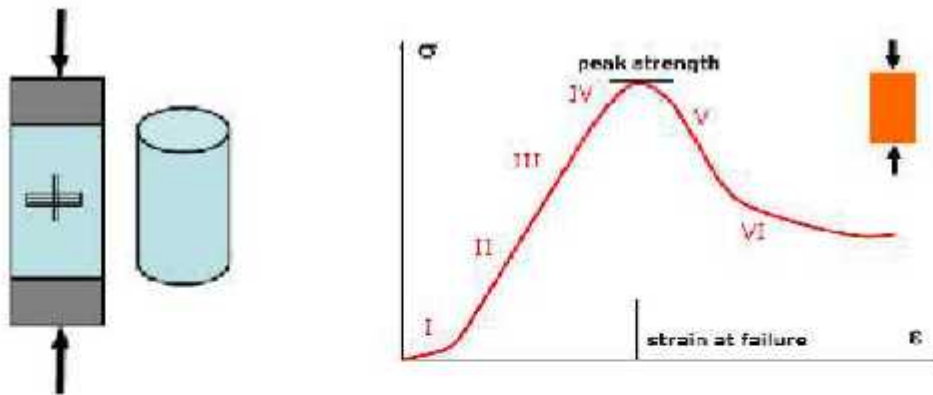


II-2) Résistance à la compression

1) Compression Uniaxiale

La résistance à la compression uniaxiale est la contrainte ultime d'un échantillon de roche cylindrique sous chargement axial. C'est la plus importante des propriétés mécaniques de la roche, utilisée en dimensionnement, analyse et modélisation.

En parallèle avec la mesure de la charge, on mesure aussi les déformations axiales et radiales.



Stade I – La roche est initialement chargée. En liaison avec la déformation, les microfissures existantes se ferment, entraînant une non-linéarité initiale de la courbe ;

Stade II – La roche a un comportement linéairement élastique avec une courbe contrainte-déformation linéaire, axialement et radialement ;

Stade III – La roche se comporte presque linéairement. La courbe de contrainte-déformation axiale est quasi linéaire et est presque réversible ;

Stade IV – La roche subit une rapide accélération de la microfissuration et de l'augmentation du volume ;

Stade V – La roche a dépassé la contrainte de pic, mais est encore intacte, même si la structure interne est fortement perturbée. L'échantillon subit un radoucissement des déformations (rupture) ;

Stade VI – La roche se rompt en plusieurs blocs plutôt qu'en une structure intacte.

Contrainte-déformation uniaxiale au et après le pic.

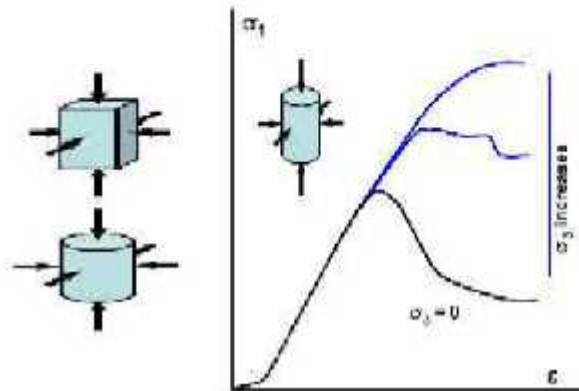
Les roches se rompent généralement sous faible déformation, typiquement autour de 0.2 à 0.4%. Les roches fragiles, p. ex. les roches cristallines, ont une déformation faible à la rupture, alors que les roches tendres comme les schistes et les argilites tendent à avoir une déformation relativement élevée à la rupture.

La plupart des roches, incluant les roches ignées cristallines, métamorphiques et sédimentaires se comportent de manière fragile sous compression uniaxiale. Quelques roches tendres principalement d'origine sédimentaire, ont un comportement ductile.

2) Compression Triaxiale

En profondeur, la roche est soumise à des contraintes axiales et radiales (triaxiales), et la résistance à la compression est plus forte en conditions triaxiales.

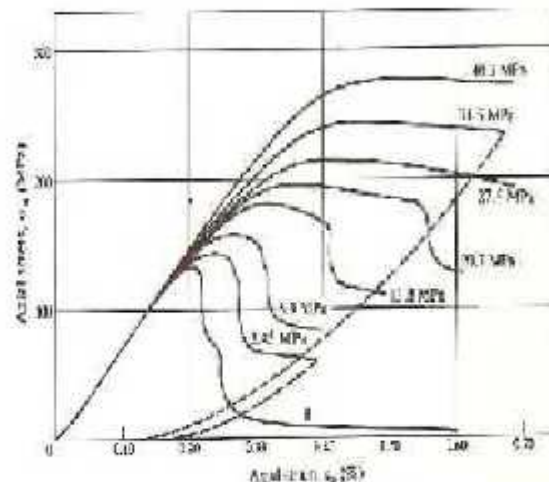
L'état de compression triaxiale vraie signifie 3 contraintes principales différentes. On admet souvent pour simplifier que les 2 contraintes radiales sont égales à la contrainte principale mineure (essai triaxial axisymétrique).



Le comportement de la roche en compression triaxiale change avec l'augmentation de la pression de confinement:

- (1) La résistance maximale augmente;
- (2) Le comportement après le pic change graduellement de fragile à ductile.

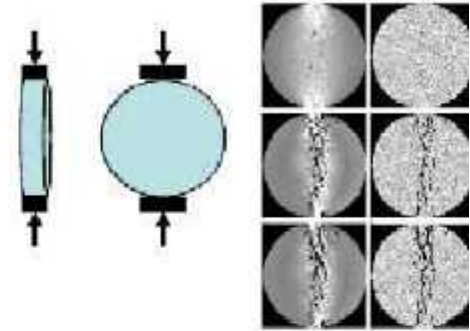
Dans le domaine élastique, le comportement contrainte-déformation est le même qu'en compression uniaxiale.



II-3) Résistance à la traction

Les roches ont généralement une faible résistance à la traction, due aux microfissures préexistantes. L'existence de ces microfissures peut également être la cause de la rupture soudaine de la roche en traction sous une faible contrainte.

La résistance à la traction de la roche peut être obtenue à partir de plusieurs types d'essais. L'essai de traction le plus connu est l'essai brésilien.

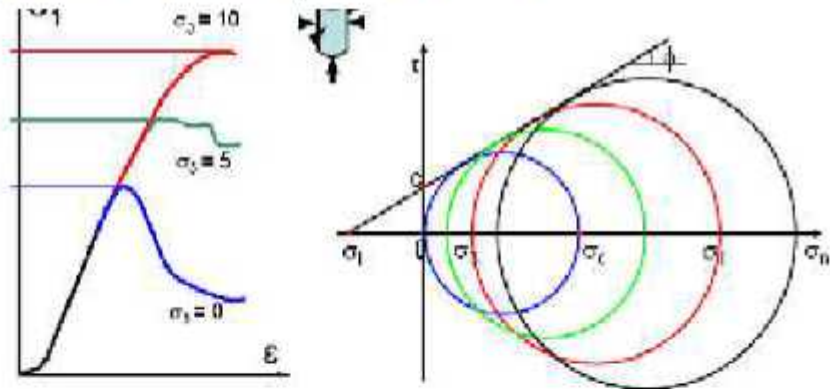


II-4) Résistance au cisaillement

La roche résiste à l'effort de cisaillement par deux mécanismes internes, cohésion et frottement interne.

- La cohésion est une mesure de liaison interne de la roche.
- Le frottement interne résulte du contact entre les particules, et est défini par l'angle de frottement interne.

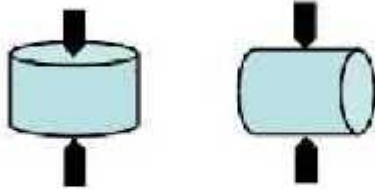
La résistance au cisaillement de la roche peut être déterminée par l'essai de cisaillement direct ou par des essais de compression triaxiale.



Roche	Rés. comp. uniax. (MPa)	Rés. traction (MPa)
Granite	100 – 300	7 – 25
Dolerite	100 – 350	7 – 30
Gabbro	150 – 250	7 – 30
Basalte	100 – 350	10 – 30
Grès	20 – 170	4 – 25
Schiste	5 – 100	2 – 10
Dolomie	20 – 120	8 – 15
Calcaire	30 – 250	6 – 25
Gneiss	100 – 250	7 – 20
Ardoise	50 – 180	7 – 20
Marbre	50 – 200	7 – 20
Quartzite	150 – 300	5 – 20

II-5) Indice de résistance ponctuelle

L'essai de résistance ponctuelle est un essai d'indice simple pour la roche. Il donne l'indice de résistance ponctuelle, $I_s(50)$.



Granite	5 – 15
Gabbro	8 – 15
Andesite	10 – 15
Basalte	9 – 15
Grès	1 – 8
Mudstone	0.1 – 6
Calcaire	3 – 7
Gneiss	5 – 15
Schiste	5 – 10
Ardoise	1 – 9
Marbre	4 – 12
Quartzite	5 – 15

Corrélation entre l'indice de résistance ponctuelle et les résistances ; $\sigma_c \approx 22 I_s(50)$

Le facteur de correction peut varier entre 10 et 30 ; $\sigma_t \approx 1.25 I_s(50)$

$I_s(50)$ devrait être utilisé comme un indice de résistance indépendant.

II-6) Résistance et critères de plasticité

La limite de résistance est définie par la contrainte à laquelle le matériau commence à se déformer de façon plastique. Cela représente généralement une limite supérieure à la charge qui peut être appliquée.

Un critère de résistance limite est une hypothèse qui concerne la limite de contrainte sous n'importe quel état de contraintes. Ceci est généralement décrit par trois contraintes principales.

1) Critère de résistance commune

❖ Critère de Tresca

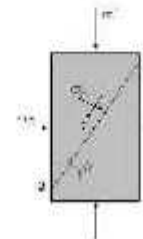
$$\max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|) = \sigma_0$$

❖ Critère de von Mises

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_0^2$$

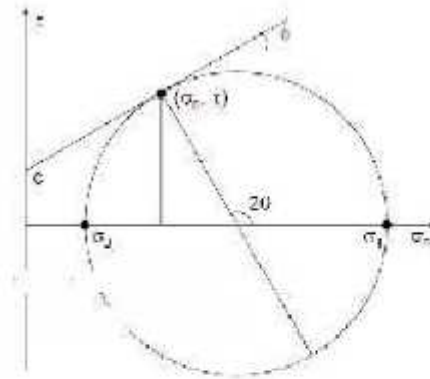
2) Critère de Mohr-Coulomb pour la roche

Le critère de Mohr-Coulomb dépend de deux paramètres. Il prend en compte le cisaillement. Il considère seulement les contraintes principales majeure et mineure (les deux contraintes principales ayant la plus grande différence).



Le critère suppose qu'un plan de cisaillement se développe dans le matériau rocheux. Quand une rupture apparaît, les contraintes développées sur le plan de rupture sont sur la surface limite (enveloppe en 2D).

La résistance au cisaillement de Coulomb se compose de deux parties, une cohésion constante (c) et une contrainte normale (σ_n) dépendant de la composante de frottement, l'angle de frottement interne (ϕ),

$$\tau = c + \sigma_n \tan \phi$$


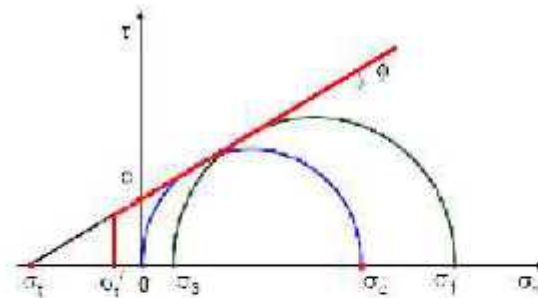
C'est une ligne droite, avec une intersection de c sur l'axe des τ et un angle de ϕ avec l'axe des σ_n .

La roche se fracture avec la formation d'un plan de cisaillement a-b, par ex., l'état des contraintes sur le plan a-b satisfait la condition de résistance au cisaillement. Dans le diagramme, lorsque le cercle de Mohr touche l'enveloppe de résistance de Mohr-Coulomb, la condition de la contrainte sur le plan ab atteint celle du critère de résistance. A partir du cercle de Mohr, le plan de rupture est défini par q , et $\theta = \pi/4 + \phi/2$.

$$\sigma_1 = \frac{2c \cos \phi + \sigma_3 (1 + \sin \phi)}{1 - \sin \phi}$$

$$\sigma_c = \frac{2c \cos \phi}{1 - \sin \phi}$$

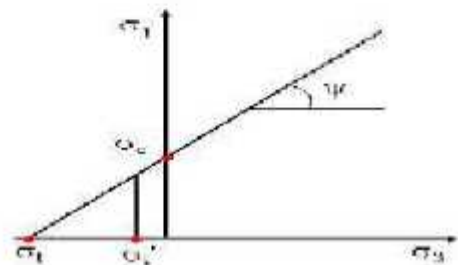
$$\sigma_t = \frac{2c \cos \phi}{1 + \sin \phi}$$



Les résistances actuelles à la traction des roches sont inférieures au critère. Un seuil de traction est normalement fixé à une valeur de la contrainte de traction uniaxiale, σ_t^* , égale à environ $1/10 \sigma_c$.

Le critère de Mohr-Coulomb peut aussi être représenté dans un graphique $\sigma_1 = f(\sigma_3)$.

$$\sigma_1 = \sigma_c + \sigma_3 \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}$$



3) Critère de résistance de Hoek-Brown

L'application des théories classiques de résistance à des roches soumises à un large éventail d'états de contraintes s'est montrée peu satisfaisante, un bon nombre de critères empiriques de résistance ont été introduits pour une utilisation pratique. Un des critères les plus répandus est celui de **Hoek- Brown** pour les roches et les massifs rocheux isotropes.

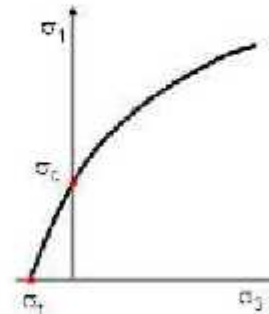
Le critère de Hoek et Brown est exprimé par l'équation :

$$\sigma_1/\sigma_c = \sigma_3/\sigma_c + (m \sigma_3/\sigma_c + 1.0)^{1/2}$$

Ou

$$\sigma_1 = \sigma_3 + (m \sigma_3 \sigma_c + \sigma_c^2)^{1/2}$$

m est un paramètre qui change selon le type de la roche.



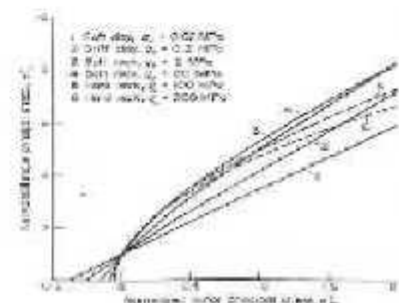
- a) **m ≈ 7** pour des roches carbonatées avec clivage cristallin bien développé (dolomite, calcaire, marbre);
- b) **m ≈ 10** pour des roches sédimentaires à grain fin et à faible degré métamorphique (silt, schiste, ardoise)
- c) **m ≈ 15** pour les roches sédimentaires à grain grossier et clivage cristallin faiblement développé (grès, quartzite);
- d) **m ≈ 17** pour des roches cristallines ignées à grain fin (andésite, dolérite, diabase, rhyolite, basalte)
- e) **m ≈ 25** pour des roches ignées à grain grossier et roches métamorphiques (gabbro, diorite, granite, gneiss).

Comportement mécanique des roches tendres et altérées

Les roches, dont la résistance à la compression uniaxiale est inférieure à 25 MPa, sont considérées comme roches tendres ou faibles. Les roches tendres sont habituellement des sédiments en cours de consolidation et solidification. Les roches altérées peuvent également être molles ou faibles.

Les roches tendres peuvent avoir un comportement à la compression isotrope semblable à celui des sols consolidés

La résistance des roches tendres se situe entre celle des sols et des roches dures. La résistance des sols est généralement représentée par le critère de Mohr-Coulomb (ligne droite), alors que pour les roches dures on utilise le critère de Hoek- Brown (courbe).



Avec l'augmentation de la résistance de la roche, les caractéristiques passent progressivement du critère linéaire de M-C pour les sols au critère parabolique H-B pour les roches dures.

$$\sigma_1/\sigma_c = \{[\sigma_3 (1 + \sin\phi)] / [B \sigma_c (1 - \sin\phi)] + 1\}^B \quad 0.5 \leq B \leq 1.0.$$

- B s'approche de 1.0 pour les sols, l'équation devient le critère linéaire de M-C.
- B s'approche de 0.5 pour les roches, l'équation devient une enveloppe parabolique semblable au critère de H-B.

II-7) Propriétés physiques

1) Masse volumique, porosité et teneur en eau

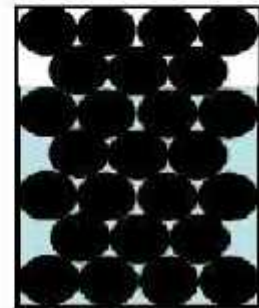
Ces sont les propriétés physiques standard.

Masse volumique (Densité) = masse du solide / volume du solide

Porosité = volume des vides / volume du solide

Teneur en eau = volume d'eau / volume du solide.

La masse volumique sèche de la roche se situe entre 2.5 et 2.8 g/cm³. Une forte masse volumique correspond généralement une faible porosité.



La porosité est généralement faible pour les roches cristallines, par exemple, le granit (< 5%) et peut être forte pour les roches sédimentaires clastiques, par exemple, le grès (jusqu'à 50%). La porosité affecte la perméabilité.

La teneur en eau dépend du degré de saturation. La roche humide tend à avoir une résistance légèrement plus faible.

2) Dureté

La dureté est la caractéristique d'un matériau à résister à une déformation permanente. La dureté de la roche dépend de plusieurs facteurs, y compris la composition minérale et la densité. Une mesure typique est le nombre de dureté de rebond de Schmidt, essai scléromètre.

La dureté de Schmidt peut être corrélée à la résistance de la roche.

3) La perméabilité

La perméabilité est une mesure de la capacité d'un matériau à transmettre des fluides. Elle est obtenue par la loi de Darcy,

La plupart des roches ont des perméabilités très faibles. La perméabilité de la roche est régie par la porosité. Les roches poreuses telles que le grès ont habituellement une perméabilité élevée tandis que les granites ont une faible perméabilité. Excepté pour les roches poreuses, la perméabilité des roches a peu d'intérêt. Dans le massif rocheux, l'écoulement se concentre dans les fissures.

4) Vitesse d'onde

Deux types d'ondes sont souvent utilisés dans les mesures de la vitesse: l'onde longitudinale (P) et l'onde de cisaillement (S). L'onde P est la plus rapide et par conséquent elle est la plus communément utilisée dans les mesures de vitesse d'ondes.

La vitesse d'onde est liée au degré de compacité (densité et porosité) de la roche. Une roche bien compactée a généralement une vitesse élevée pour autant que les grains soient bien en contact et que les ondes puissent passer à travers les grains solides.

La vitesse d'onde P des roches ignées, gneiss et quartzite est de 5000-7000 m/s. Pour les schistes argileux, le grès et les conglomérats, la vitesse vaut 3000-5000 m/s.

La vitesse d'onde peut être utilisée pour estimer les modules de la roche. Les modules estimés sont en général légèrement plus grands que ceux déterminés par des essais statiques.

Module élastique	$E_s = \rho V_p^2 \text{ (GPa), (g/cm}^3\text{), (km/s)}$
Module de cisaillement	$G_s = \rho V_s^2 \text{ (GPa), (g/cm}^3\text{), (km/s)}$
Coefficient de Poisson	$\nu_s = [1 - 2(V_s/V_p)^2] / \{2[1 - (V_s/V_p)^2]\}$