

# Théorie des graphes

Université de Jijel  
Mr. HEMIOUD

- **Introduction aux théorie des graphes**
- **Notions de base**
- **Graphe k-connexe**
- **Décomposition d'un graphe en niveaux**
- **Problème de coloration d'un graphe**
- **Arbre Couvrant de poids Minimal : ACM**
  - Algorithme de Kruskal
  - Algorithme de Prim
- **Problème du plus court chemin**
  - algorithme de Dijkstra (source unique)
  - algorithme de Bellman-Ford (source unique)
  - algorithme de Floyd-Warshall (tous les PCC)
- **Le Problème du Flot Maximal**
  - Les réseaux de transport
  - Le flot maximum et la coupe minimum
  - L'algorithme de Ford et Fulkerson
- **le Réseau PERT**

# Introduction aux théorie des graphes

Université de Jijel  
Mr. HEMIOUD

# Introduction

La théorie des graphes est une branche des mathématiques et de l'informatique qui étudie les relations entre des objets connectés. Elle permet de modéliser des réseaux et d'analyser des structures complexes, comme les réseaux sociaux, les systèmes de transport, les circuits électriques, ou les algorithmes de recherche sur Internet

# Objectif de la théorie des graphes

L'objectif principal de la théorie des graphes est de *modéliser et analyser des systèmes* dans lesquels des objets (ou "sommets") sont reliés par des connexions (ou "arêtes").

# Objectif de la théorie des graphes

*Ces systèmes* peuvent représenter des situations variées, telles que :

- ▶ **Les réseaux de communication** (par exemple, les connexions entre ordinateurs sur Internet),
- ▶ **Les réseaux sociaux** (où les sommets représentent des personnes et les arêtes des relations d'amitié),
- ▶ **Les réseaux de transport** (où les sommets représentent des villes et les arêtes des routes ou des lignes de train),
- ▶ **Les circuits électroniques** (où les sommets sont des composants et les arêtes les connexions entre eux).

# Domaines d'utilisation

# Domaines d'utilisation

La théorie des graphes est utilisée dans de nombreux domaines aujourd'hui, en raison de sa capacité à modéliser des relations complexes et des réseaux. Voici quelques domaines d'applications actuelles :

1. Informatique et algorithmique
2. Réseaux sociaux
3. Biologie et bio-informatique
4. Logistique et transport
5. Énergie et réseaux électriques
6. Sciences sociales et économie
7. Robotique et intelligence artificielle
8. Chimie et pharmacologie
9. Jeux vidéo et modélisation 3D
10. Médecine et santé publique

# Domaines d'utilisation

## 1. Informatique et algorithmique

- ▶ **Réseaux de communication** : utilisée pour modéliser et optimiser les réseaux informatiques (Internet, réseaux sans fil). Les sommets représentent des ordinateurs ou des routeurs, et les arêtes représentent les connexions entre eux.
- ▶ **Algorithmes de recherche** : Les moteurs de recherche comme Google utilisent la théorie des graphes pour classer les pages web avec des algorithmes tels que **PageRank**, qui analyse la structure des liens entre les pages (graphe orienté).
- ▶ **Bases de données** : Les bases de données graphes, comme **Neo4j**, sont optimisées pour stocker et interroger des données connectées, comme les réseaux sociaux ou les systèmes de recommandation.

## Domaines d'utilisation

### 2. Réseaux sociaux

- ▶ **Analyse des réseaux sociaux** : La théorie des graphes est fondamentale pour modéliser les relations entre les utilisateurs d'un réseau social (Facebook, Twitter, LinkedIn). Les sommets représentent des utilisateurs, et les arêtes représentent des relations (amitié, abonnement).
- ▶ **Détection de communautés** : L'analyse des graphes permet de découvrir des sous-groupes ou des communautés dans un réseau social, souvent en fonction des intérêts ou des relations communes.
- ▶ **Influence et viralité** : Identifier les "influenceurs" dans les réseaux et modéliser la diffusion d'informations ou de contenus (comme les vidéos virales).

## Domaines d'utilisation

### 3. Biologie et bio-informatique

- ▶ **Réseaux biologiques** : utilisée pour modéliser les réseaux de gènes, protéines, ou métabolites. Ces réseaux permettent d'étudier les interactions biologiques, par exemple dans la détection de maladies ou dans la découverte de nouvelles cibles thérapeutiques.
- ▶ **Génomique** : Les graphes sont utilisés pour modéliser et analyser les séquences ADN et ARN dans le but d'identifier des mutations génétiques ou des relations entre les espèces.

## Domaines d'utilisation

### 4. Logistique et transport

- ▶ **Optimisation des itinéraires** : Le domaine des transports utilise des graphes pour optimiser les réseaux de transport (réseaux routiers, ferroviaires, aériens). Par exemple, les systèmes GPS utilisent des algorithmes de plus court chemin pour fournir des itinéraires optimaux.
- ▶ **Problème du voyageur de commerce** : Ce problème d'optimisation consiste à trouver le plus court chemin pour visiter une série de villes et est souvent résolu à l'aide de graphes pondérés.

## Domaines d'utilisation

### 5. Énergie et réseaux électriques

- ▶ **Distribution d'énergie** : Les réseaux électriques peuvent être modélisés sous forme de graphes où les sommets représentent les stations de production ou de consommation, et les arêtes représentent les lignes de transmission d'énergie.
- ▶ **Smart grids** : Les réseaux intelligents utilisent des modèles de graphes pour gérer la distribution d'énergie de manière plus efficace, en optimisant la consommation et en réduisant les pertes.

### 6. Sciences sociales et économie

- ▶ **Modélisation des interactions économiques** : Les échanges commerciaux entre pays, entreprises, ou secteurs peuvent être modélisés comme des graphes. Cela permet d'analyser les réseaux de production, de commerce, ou de financement.
- ▶ **Analyse de réseaux criminels** : Les forces de l'ordre utilisent des graphes pour modéliser et analyser les réseaux criminels ou terroristes afin d'identifier les nœuds centraux dans le réseau.

# Domaines d'utilisation

## 7. Robotique et intelligence artificielle

- ▶ **Planification des mouvements** : Les graphes sont utilisés pour la navigation des robots, permettant de trouver le chemin optimal pour qu'un robot se déplace d'un point à un autre, en évitant les obstacles.
- ▶ **Apprentissage automatique** : Les réseaux de neurones peuvent être modélisés comme des graphes, avec des sommets représentant des neurones et des arêtes représentant les connexions synaptiques. Les graphes sont également utilisés dans des méthodes d'apprentissage par graphes (Graph Neural Networks).

## 8. Chimie et pharmacologie

- ▶ **Modélisation moléculaire** : Les molécules peuvent être représentées par des graphes, où les sommets représentent des atomes et les arêtes des liaisons chimiques. Cela permet d'étudier les propriétés des composés chimiques et de prédire leurs interactions.
- ▶ **Découverte de médicaments** : Les graphes sont utilisés pour modéliser les interactions entre des médicaments et leurs cibles biologiques, facilitant la découverte de nouveaux traitements.

## 9. Jeux vidéo et modélisation 3D

- ▶ **Navigation dans les mondes virtuels** : Les graphes sont utilisés pour modéliser les cartes ou les mondes dans les jeux vidéo. Les algorithmes comme A\* (A-star) permettent de calculer le chemin le plus court pour les personnages ou les objets.
- ▶ **Génération procédurale** : La génération de niveaux de jeu peut être réalisée en utilisant des algorithmes de graphe pour relier entre eux différents éléments d'une carte de manière cohérente.

## 10. Médecine et santé publique

- ▶ **Propagation des épidémies** : La théorie des graphes permet de modéliser la propagation des maladies dans une population, où les individus sont représentés comme des sommets et les interactions entre eux comme des arêtes. Cela aide à concevoir des stratégies de vaccination ou de confinement.
- ▶ **Réseaux hospitaliers** : Optimisation des flux de patients, des ressources médicales ou encore des équipements dans les hôpitaux.

La flexibilité de la théorie des graphes permet son utilisation dans une grande variété de domaines pour modéliser des systèmes complexes, optimiser des processus, et résoudre des problèmes analytiques.

# Exemples de problèmes modélisés par des graphes

## Exemples de problèmes modélisés par des graphes

- ▶ **Problème du plus court chemin** : Trouver le chemin de moindre coût (ou de moindre longueur) entre deux sommets d'un graphe pondéré (ex. : algorithme de Dijkstra).
- ▶ **Problème de coloration des graphes** : Assigner le minimum de couleurs aux sommets d'un graphe de manière à ce que deux sommets adjacents n'aient pas la même couleur.
- ▶ **Modélisation des réseaux de transport** : Les villes sont des sommets et les routes (ou lignes de métro) à sens unique sont des arêtes orientées.
- ▶ **Référencement des pages web (PageRank)** : Les pages web sont des sommets, et les hyperliens qui pointent d'une page à une autre sont des arêtes orientées.
- ▶ **Planification de tâches** : Les tâches sont représentées par des sommets, et une arête orientée de  $u$  vers  $v$  signifie que la tâche  $u$  doit être accomplie avant  $v$ .
- ▶ **Systèmes de dépendances logiciels** : Les graphes orientés sont utilisés pour modéliser les dépendances entre différents modules ou bibliothèques dans un système logiciel.