Université Mohamed Seddik Ben Yahia -Jijel-

Faculté des sciences et de la technologie- Département d'EFST- 1ère année ST

Module: Mathématique 1

Série de TD 01

Exercice 01 : Ecrire à l'aide des quantifiquateurs les propositions suivantes

1) Le carré de tout réel est positif.

2) Certains réels sont strictement supérieur à leur carré.

3) Aucun entier n'est supérieur à tous les autres.

4) Il existe un entier multiple de tous les autres.

5) Entre deux réels distincts, il existe un rationnel.

Exercice 02 : Compléter avec $\forall$ ou $\exists$ les propositions suivantes

1) $......x \in \mathbb{R},\ (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1.$

2) $......x \in \mathbb{R},\ x^2 + 3x + 2 = 0.$

3) $......x \in \mathbb{R},\ 2x + 1 = 0.$

4) $......x \in \mathbb{R},\ x^2 - 2x + 1 \geq 0.$

Exercice 03 : En utilisons la table de vérité . Montrer que

1) $\overline{P \vee Q} \Longleftrightarrow \overline{P} \wedge \overline{Q}.$

2)$P \vee (Q \wedge R) \Longleftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R).$

3) $(P \Longrightarrow Q) \Longleftrightarrow (\overline{Q} \Longrightarrow \overline{P}).$

Exercice 04 : Donner la négation des assertions suivantes

1) $\forall x \in \mathbb{R},\ x^2 > 0.$

2) $\exists x \in \mathbb{R},\ x^2 - 2 = 0.$

3) $\forall n \in \mathbb{N},\ \frac{n}{2} \in \mathbb{N}.$

4) $\forall x \in \mathbb{R},\ -1 \leq \cos x \leq 1.$

5 $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R},\ y - x > 0.$

Exercice 05 :

1) Soient $a > 0$ et $b - 0$. Montrer que si $\frac{a}{1+b} = \frac{b}{1+a}$ alors $a = b$. (Raisonnement par l'absurde).

2) $\forall a, b \in \mathbb{R}$ avec $b \neq 2a$. Montrer que $b \neq \frac{a}{4} \Longrightarrow \frac{a+2b}{2a-b} \neq \frac{6}{7}$. (Par contraposée).

3) Montrer que $x \notin \mathbb{Q} \Longrightarrow 1 + x \notin Q$. (Par contraposée).

4) Par contre exemple montrer que les deux relations suivantes sont fausse

• $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}\ xy = 2$.

• $\forall x \in]0, 1[\ \frac{3}{x(1-x^2)} < 0$.

5) Par récurrence montrer que

• $\forall n \in \mathbb{N}^* \sum_{k=1}^{n}(2k+1) = 1 + 3 + 5 + ... + (2n+1) = (n+1)^2$.

• $\forall n \in \mathbb{N}^* \sum_{k=1}^{n} k^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.