Université Mohamed Seddik Ben Yahia -Jijel-

Faculté des sciences et de la technologie- Département d'EFST- 1ère année ST

Module: Mathématique 1

Série de TD 02

Exercice 01 : Etant donné A, B et C des parties d'un ensemble E,

a) Montrer que

1) $(A \cap B) \cup C_E B = A \cup C_E B$.

2) $(A - B) - C = A - (B \cup C)$.

3) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$.

4) Si $A \cup B \subset A \cup C$ et $A \cap B \subset A \cap C$ alors $B \subset C$.

b) Simplifier

1) $\overline{(A \cap B)} \cup \overline{(C \cap \overline{A})}$.

2) $\overline{(A \cup B)} \cap \overline{(C \cup \overline{A})}$.

Exercice 02 : Soit $\Re$ la relation définie sur $\mathbb{R}^2$ par

$$(x_1, y_1)\Re(x_2, y_2) \Longleftrightarrow y_1 = y_2.$$

1) Montrer que $\Re$ est une relation déquivalence

2) Déterminer la classe déquivalence de $(1, 0)$.

Exercice 03 : On définit dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ la relation $\Re$ par

$$\forall (x, y) \in \mathbb{N}^2,\ \forall (x', y') \in \mathbb{N}^2 (x, y)\Re(x', y') \Longleftrightarrow x \leq x' \ et\ y \leq y'.$$

1) Montrer que $\Re$ est une relation d'ordre .

2) La relation $\Re$ est une relation d'ordre total ou relation d'ordre partiel.

Exercice 04 : Soit l'application $f : [0, +\infty[\longrightarrow [0, +\infty[$ définie par

$$f(x) = (\sqrt{x} + 1)^2 - 1.$$

1) Montrer que f est bijective.

2) Déterminer sa fonction réciproque f^{-1}.

Exercice 05 : Soient f et g deux applications définie de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ telles que

$$f(x) = 2x + 5 \; et \; g(x) = \frac{1}{x^2 + 1}.$$

1) g est-elle injective ? surjective ?

2) A-t-on $f \circ g = g \circ f$? justifier.

Exercice 06 : Soit l'application $h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$h(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}.$$

1) Vérifions pour tous réel a non nul on a : $h(a) = h(\frac{1}{a})$.

• l'application h est-elle injective ? justifier.

2) Soit f la fonction définie sur l'intervalle $I = [1, +\infty[$ par $f(x) = h(x)$.

a) Montrons que f est injective.

b) Vérifions que $\forall x \in I, \; f(x) \leq 2$.

c) Montrons que f est une bijection de I sur]0,2] et trouvons f^{-1}.