Université Mohamed Seddik Ben Yahia -Jijel-

Faculté des sciences et de la technologie- Département d'EFST- 1ère année ST

Module: Mathématique 1

Série de TD 03

Exercice 01 : Soient f, g deux fonctions définies par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}} & si\ x \neq 0 \\ 0 & si\ x = 0 \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} xe^{\frac{1}{x}} & si\ x < 0 \\ 0 & si\ x = 0 \\ x^2 \ln(\frac{x+1}{x}) & si\ x > 0 \end{cases}$$

1) Etudier la continuité de f et g.

2) Peut-on prolonger par continuité au point x_0 les fonctions suivants

$$f_1(x) = \frac{1}{1+e^{\frac{1}{x}}} \quad x_0 = 0, \quad f_2(x) = \frac{x^3+5x+6}{x^3+1} \quad x_0 = -1.$$

Exercice 02 : Etudier la dérivabilité des fonctions suivantes et calculer la dérivée lorsqu'elle existe

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & si\ x \leq 0 \\ \sin x & si\ 0 < x \leq \pi \\ 1 + \cos x & si\ x > \pi \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} e^x - 1 & si\ x < 0 \\ 0 & si\ x = 0 \\ x \ln x - x & si\ x > 0 \end{cases}$$

Exercice 03 : Soient a, b deux réels. Soit $f : \mathbb{R} \longleftrightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(ax)}{x} & si\ x < 0 \\ 1 & si\ x = 0 \\ e^{bx} - x & si\ x > 0 \end{cases}$$

1) A l'aide de la règle de l'Hopital calculer la limite suivante

$$\lim_{x \to 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}.$$

2) Déterminer a et b pour que f soit continue sur $\mathbb{R}$.

3) Déterminer a et b pour que f soit érivable sur $\mathbb{R}$.

Exercice 04 : Calculer l'orsqu'elle existent les limites suivantes

1) $\lim\limits_{x \to +\infty} x \sin(\frac{1}{x})$, 2) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\tan x}{x}$, 3) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$, 4) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^3+3x+3}{(x+2)\ln(x+1)}$

5) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{1 - \tan x}$, 6) $\lim\limits_{x \to a^+} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x - a}$ $a > 0$, 7) $\lim\limits_{x \to 0} (1+\sin x)^{\frac{1}{x}}$, 8) $\lim\limits_{x \to +\infty} (\frac{x+3}{x-2})^{2x}$.