

SERIE N°2

Exercice1 :

En un point M d'un solide, dans le repère orthonormé $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$, le tenseur des contraintes a pour valeur :

$$[\sigma(M)] = \begin{bmatrix} 100 & -40 & 20 \\ -40 & -60 & 50 \\ 20 & 50 & 40 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

1. Faire un dessin qui montre la signification physique des composantes du tenseur des contraintes.
2. Soit le vecteur unitaire $\vec{n}$ de composantes :

$$\{n\} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Sur la facette $\vec{n}$:

- (a) Calculer les composantes du vecteur contrainte $\vec{T}(M, \vec{n})$.
- (b) Calculer la contrainte normale σ_n .
- (c) Calculer les composantes du vecteur cisaillement $\vec{\tau}_n$, puis le module τ_n du cisaillement.

Exercice 2 :

La matrice associée au tenseur de contrainte au point M est :

$$[\sigma(M)] = \begin{bmatrix} -120 & 0 & 0 \\ 0 & 80 & 30 \\ 0 & 30 & 40 \end{bmatrix}$$

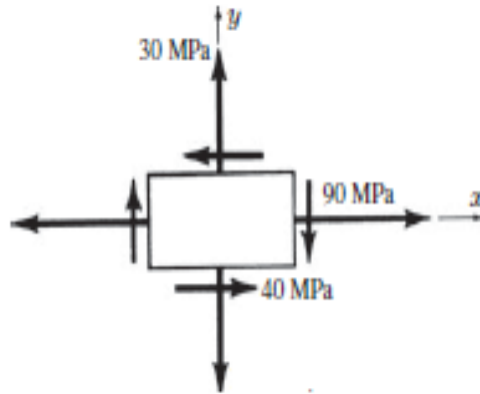
- 1/ Déterminer les contraintes principales et les directions principales au point M.
- 2/ Calculer les composantes du vecteur contrainte (σ_n, τ_n) suivant la direction de la 1^{ère} bissectrice du plan (x, y).

Exercice 3 :

Considérons l'état plan de contraintes au point P représenté sur la figure ci-contre. Les contraintes sont en MPa.

- 1/ Ecrire la matrice des contraintes en P dans le repère xyz ?
- 2/ Tracer le cercle de Mohr.
- 3/ Déterminer les contraintes principales ainsi que leurs orientations.

4/ Calculer le cisaillement maximal $\tau_{\max}$.



Exercice 4 :

Le tenseur de contrainte en un point $M(x, y, z)$ est donnée par :

$$[\sigma(M)] = \begin{bmatrix} x^2y & (1-y^2)x & 0 \\ (1-y^2)x & (y^3-3y)/3 & 0 \\ 0 & 0 & 2z^2 \end{bmatrix}$$

1/ Déterminer la distribution des forces de volume pour que l'équation d'équilibre soient satisfaire.

2/ Calculer les contraintes principales au point $p(a, 0, 2\sqrt{a})$

3/ Déterminer la valeur de contrainte de cisaillement max au point p.

Exercice 5 :

Dans un repère orthonormé (o, e_1, e_2, e_3) soit le tenseur de contraintes suivant :

$$\bar{\sigma} = \begin{bmatrix} 12 & 4 & 0 \\ 4 & 9 & -2 \\ 0 & -2 & 3 \end{bmatrix} MPa$$

1°)- Décomposez le tenseur déviateur et sphérique ?

2°)- Trouvez le tenseur de contraintes dans la base orthonormé (o, e'_1, e'_2, e'_3) dont la matrice de transformation est donnée par :

$$C = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Exercice 6 :

Soit une poutre console de longueur L et de section transversale de $(2a \times 2a)$, sa face

$(BB'DD')$ est chargée par un cisaillement uniforme K alors que sa face $(AA'BB')$ est soumis

à une charge décroissante linéaire de q_0 à $z=L$. K et q sont des forces par unité de surface.

-On demande d'écrire les conditions aux limites en contraintes pour ce problème.

