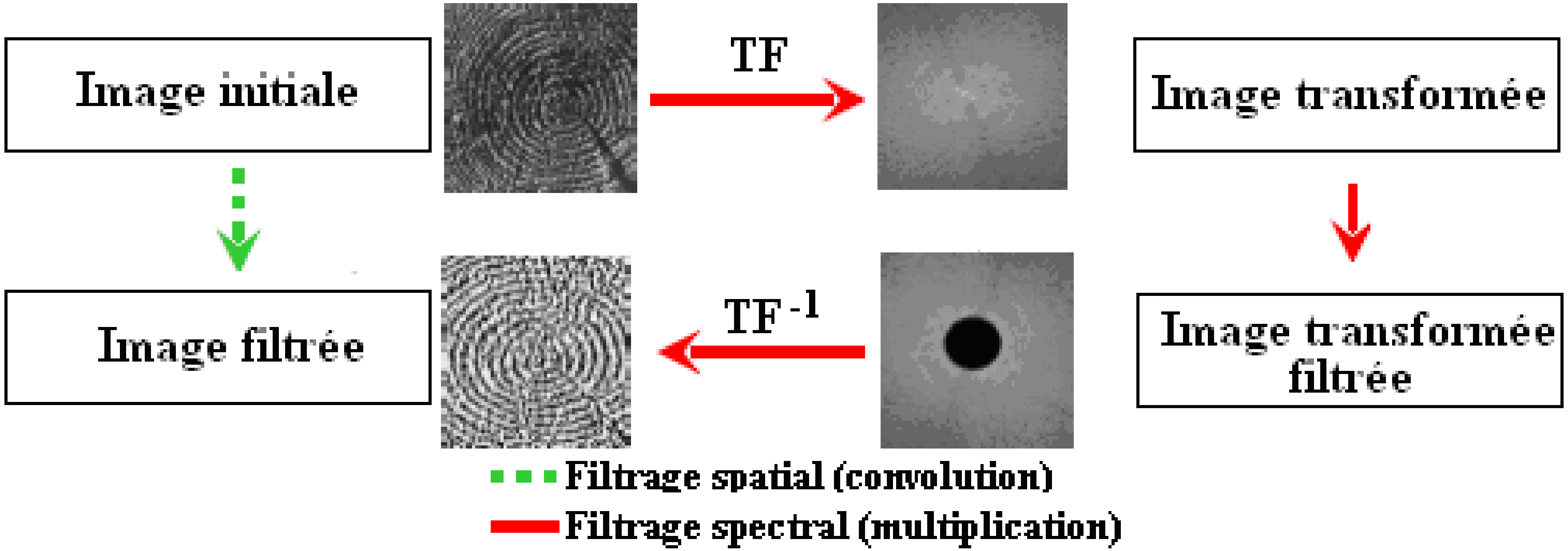
Filtrage fréquentiel

Dans le domaine spatial, le filtrage se fait par convolution, alors dans le domaine spectral (ou fréquentiel), il se fait par multiplication (ou masquage de l'image).



Représentation fréquentielle d’une image

La fréquence dans une image représente la variation de l’intensité des pixels de l’image, les basses fréquences (correspondent à des changements d’intensité lents) représentent les régions homogènes et floues, tandis que les hautes fréquences (correspondent à des changements d’intensité rapides) représentent les contours et les changements brusques d’intensité.

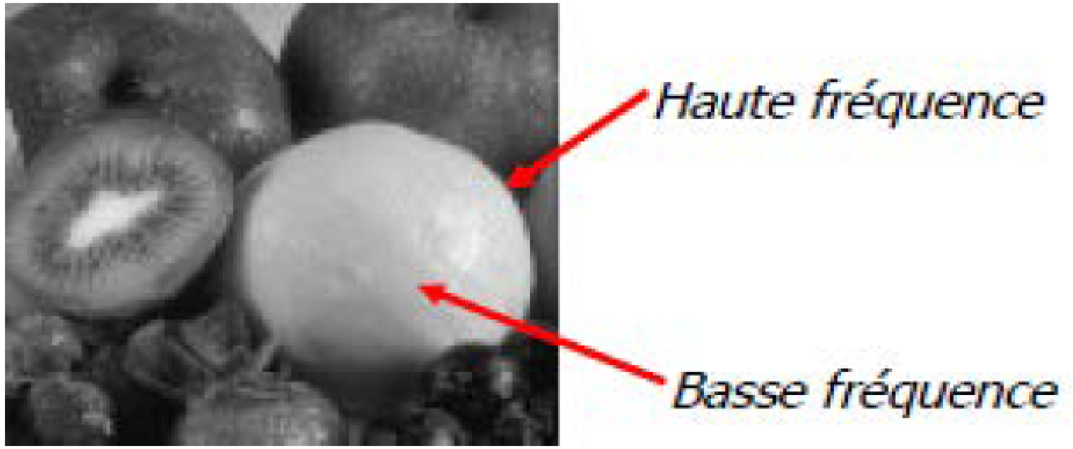


Image basse fréquence

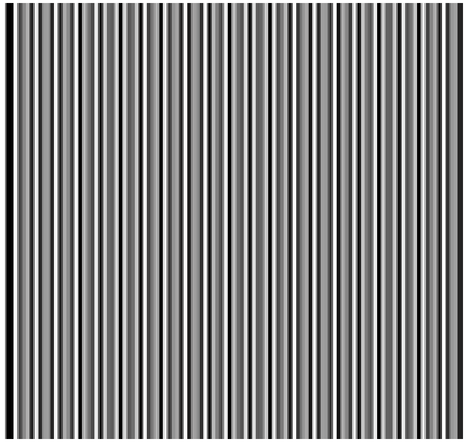


image haute fréquence

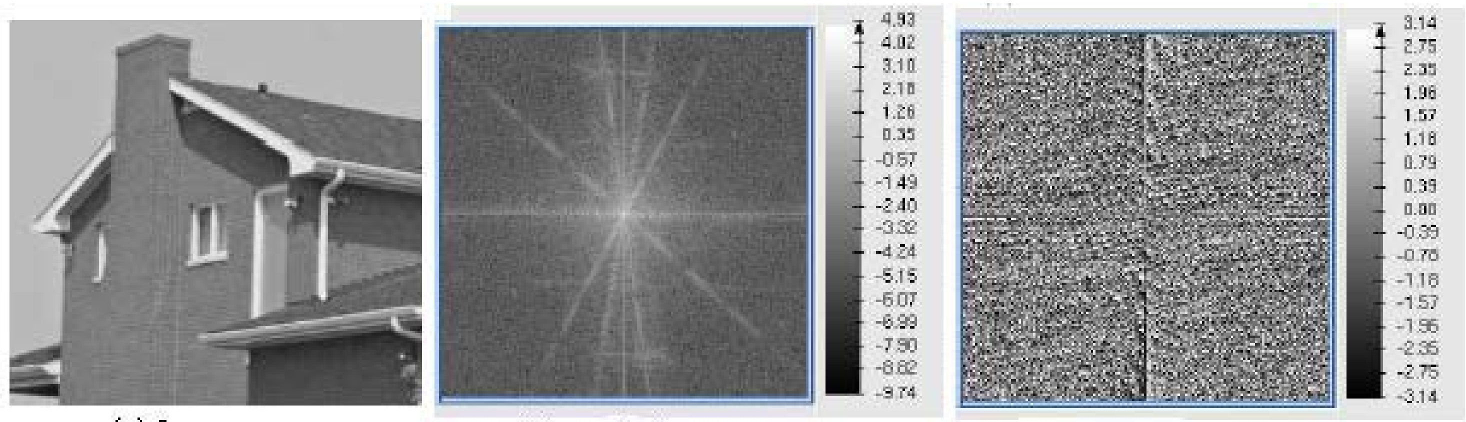
Transformée de Fourier 2D

La transformée de Fourier permet la décomposition d'un signal image f en combinaison linéaire de sinusoïdes complexes, dont les coefficients $F[u,v]$ dit coefficients de Fourier, fournissent des informations sur les fréquences (u,v) et permettent des manipulations dans le domaine fréquentiel.

La transformée de Fourier de l'image $f(x,y)$, de largeur N et de hauteur M est donnée par :

$$F(u,v) = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} f(x,y) e^{-i2\pi\left(\frac{ux}{N} + \frac{vy}{M}\right)}$$

La Transformée de Fourier se représente dans un espace fréquentiel bidimensionnel. Étant donné que la transformée est une grandeur complexe, sa représentation graphique se fait soit par le module et la phase, soit par la partie réelle et imaginaire de la transformée de Fourier.



(a) Image (b) Module (c) Phase

$F(u,v) = \sqrt{R(u,v)^2 + I(u,v)^2}$ $\theta(u,v) = \arctan\left(\frac{I(u,v)}{R(u,v)}\right)$

Les valeurs de l’amplitude en général présentent une très grand dynamique (les basses fréquences sont plus importantes que les hautes fréquences), le spectre d’amplitude représente le logarithme du module de la transformée de Fourier.

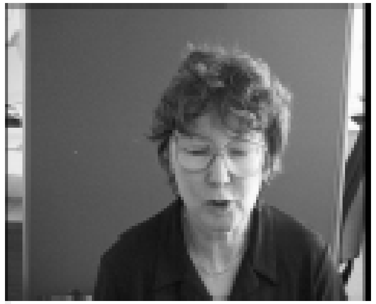
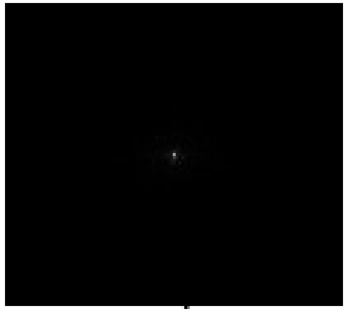
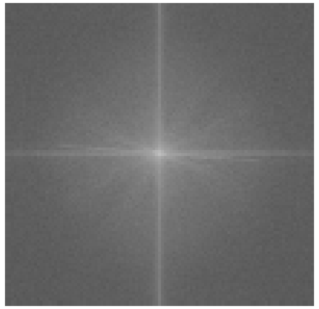


Image originale



Spectre de Fourier
|F(u,v)|



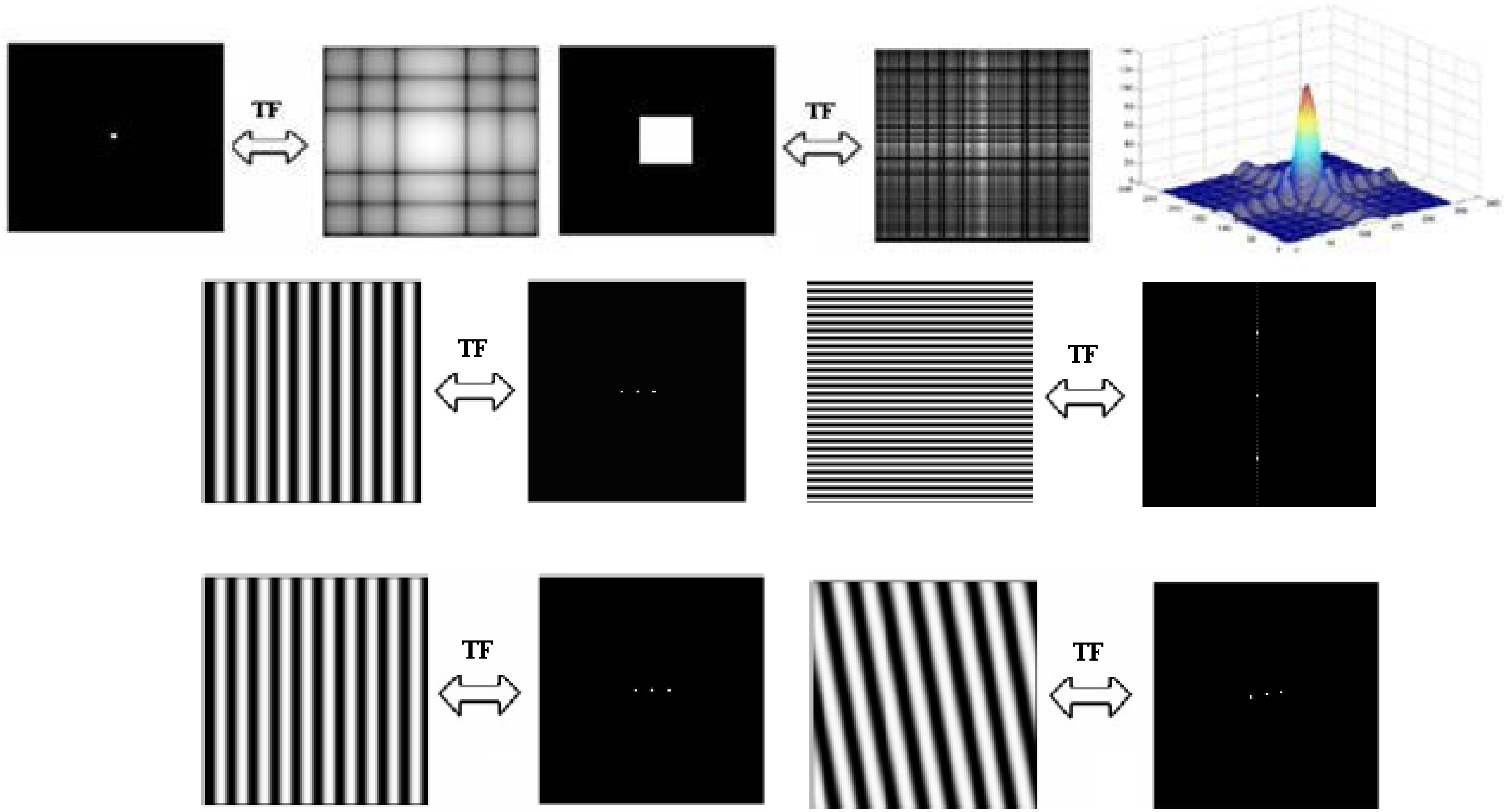
Spectre rehaussée
log(1 + |F(u,v)|)

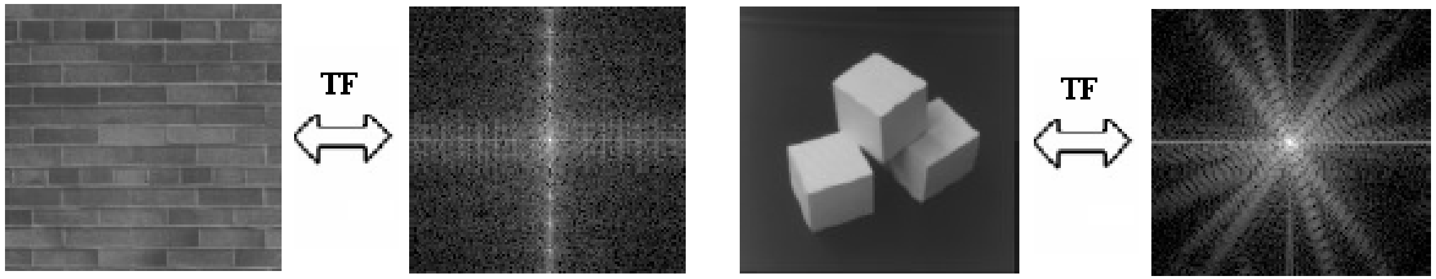
La transformée inverse du domaine fréquentiel au domaine spatial est donnée par :

$$f(x,y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{M-1} F(u,v) e^{i2\pi\left(\frac{ux}{N} + \frac{vy}{M}\right)}$$

Interprétation de la Transformée 2D

- Hautes fréquences : loin du centre de la TF
- Basses fréquences : proche du centre de la TF
- Composante continue : centre de l'image (fréquence zéro = moyenne de l'image)





Transformée de Fourier d’une convolution : La transformée de Fourier d’une convolution de deux signaux bidimensionnels est un produit des transformées de Fourier de ces deux signaux.

Classification de filtrage fréquentiel

Il est possible d’extraire la composante fréquentielle de l’image avec des filtres passe-haut, passe-bas ou passe bande. Un filtrage passe-haut laisse passer les hautes fréquences et atténue les basses fréquences (il a pour effet de faire apparaître les détails de l’image). Un filtrage passe-bas laisse passer les basses fréquences et atténue les hautes fréquences (il a pour effet de faire disparaître les détails de l’image).

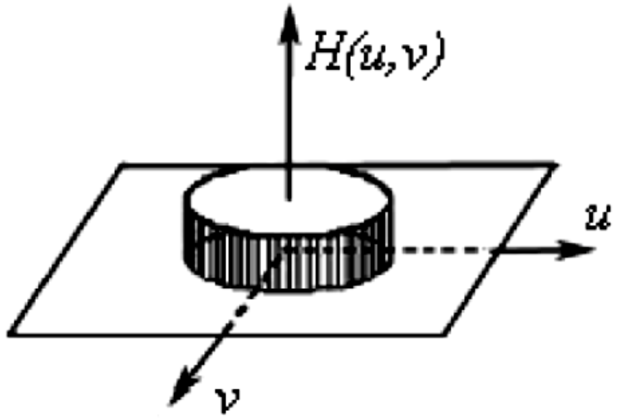
Étant donné la propriété de linéarité de la transformée de Fourier, l’image peut être décomposée comme **IMG=BF+HF**.

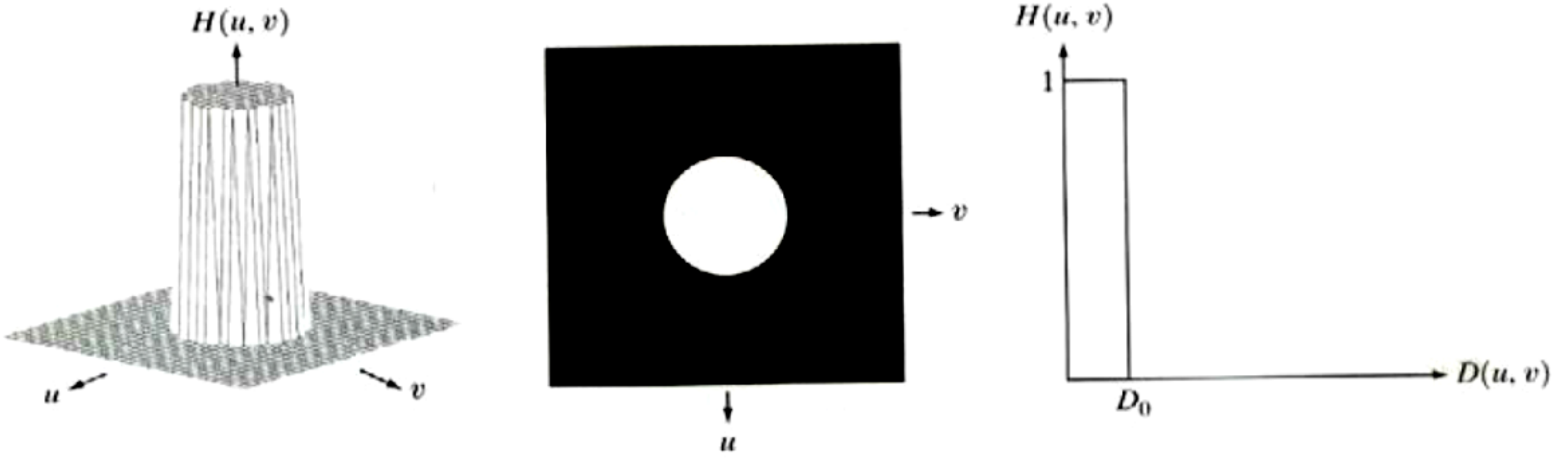
Filtrage passe-bas

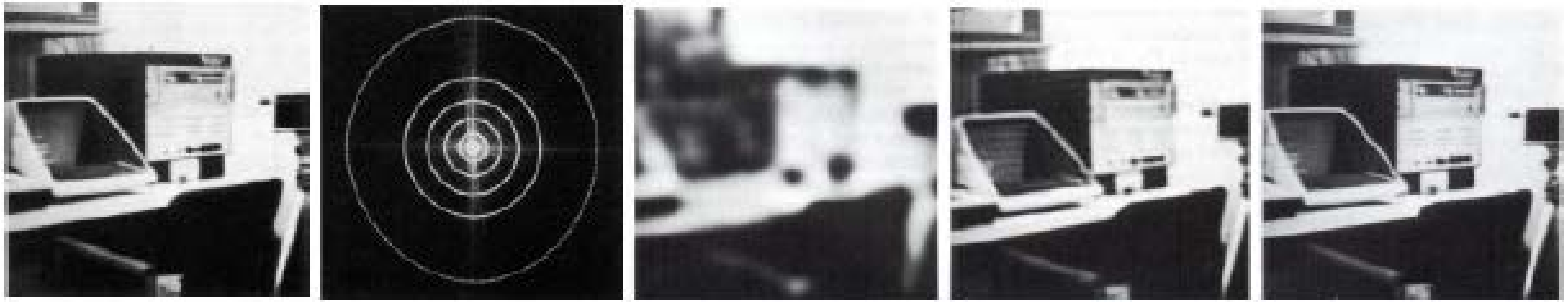
Le filtrage passe bas est la multiplication dans le domaine fréquentiel par une fonction porte dont la fonction de transfert est de la forme :

$$H(u,v) = \begin{cases} 1 & si \ \sqrt{u^2 + v^2} \leq D0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Avec $D0$: La distance de coupure par rapport à l'origine.







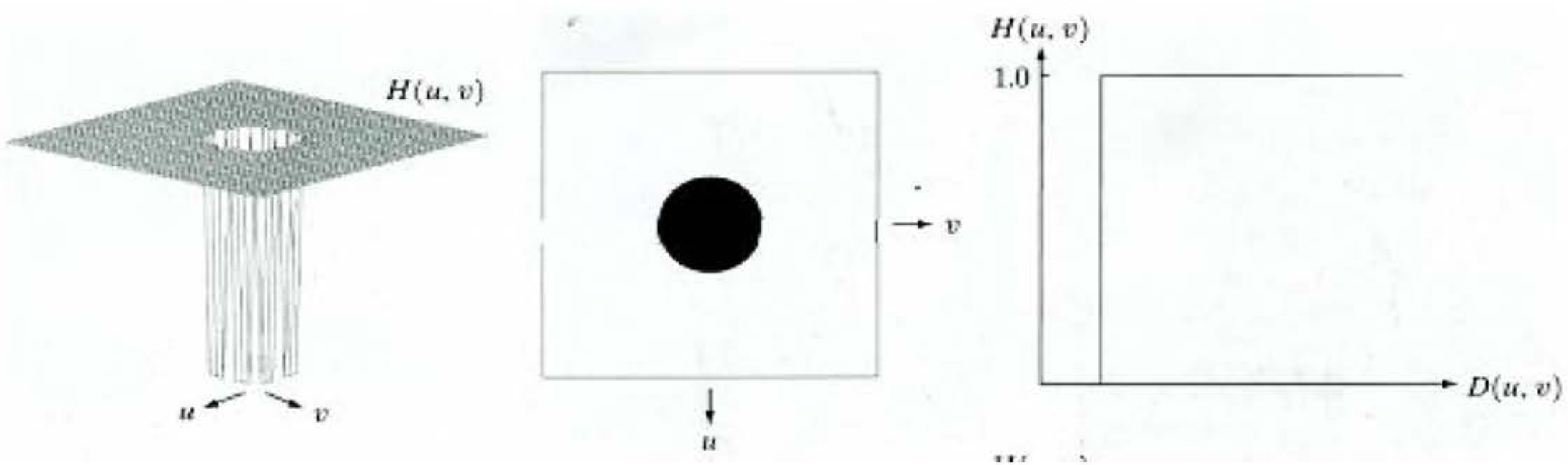
Image, son spectre et les trois images obtenues par des filtres passe bas de rayon 15,30 et 80

Filtres passe-haut

Le passage d'un filtre passe bas à un filtre passe haut s' obtient par la relation suivante :

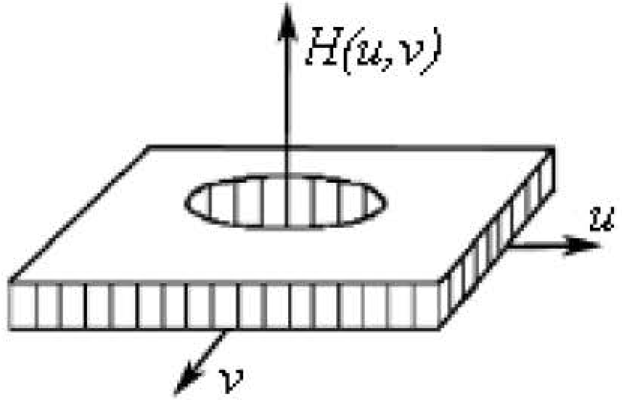
$$H_{ph}(u,v) = 1 - H_{pb}(u,v)$$

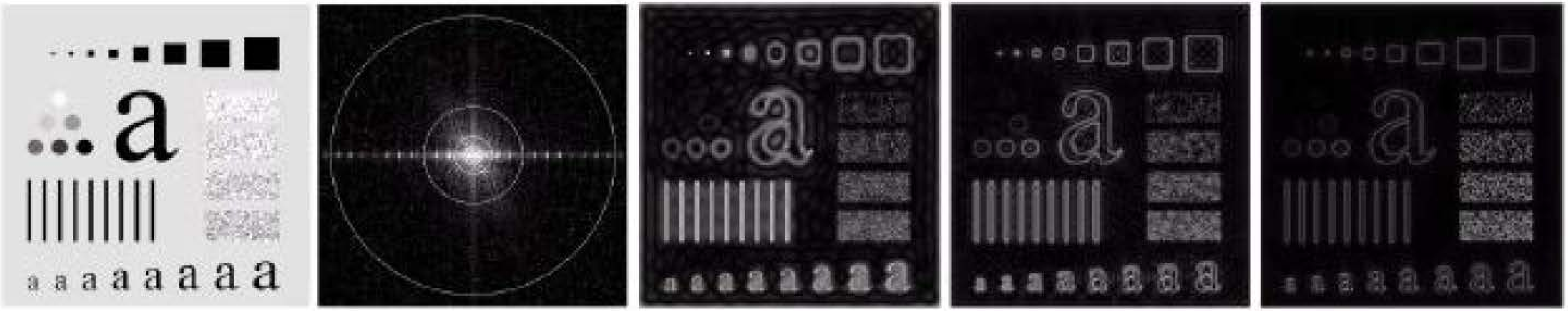
Où $H_{ph}(u,v)$: Le filtre passe haut; $H_{pb}(u,v)$: Le filtre passe bas



Le filtre passe-haut idéal est donné par :

$$H(u,v)=\begin{cases}1 & si\ \sqrt{u^2+v^2}\geq D0\\ 0 & \text{sinon}\end{cases}$$





Image, son spectre et les trois images obtenues par des filtres passe haut de rayon 15,30 et 80