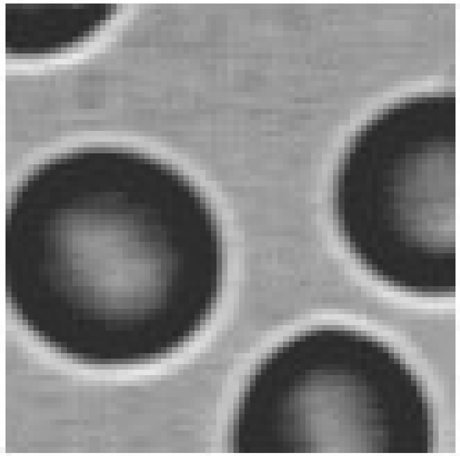
Détection des Contours

Filtres Contours

Définition d'un Contour

- Les contours représentent les frontières entre deux régions homogènes adjacentes ayant des intensités lumineuses différentes.

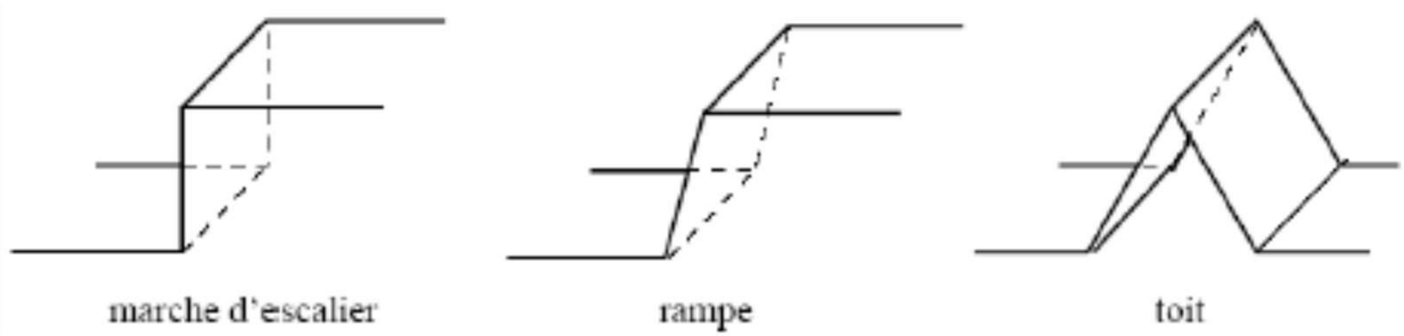
  - La détection de contours consiste à extraire ses frontières.

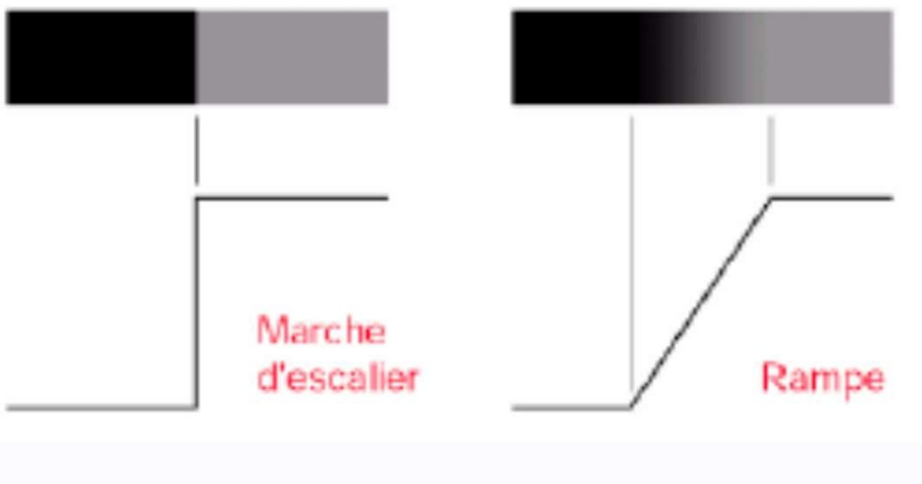


Modèle d’un Contour

En 1d

- En 1d, le long d’une ligne ou d’une colonne, un contour est vu comme une transition d’un niveau de gris à un autre





Modèle d'un Contour

En 1d

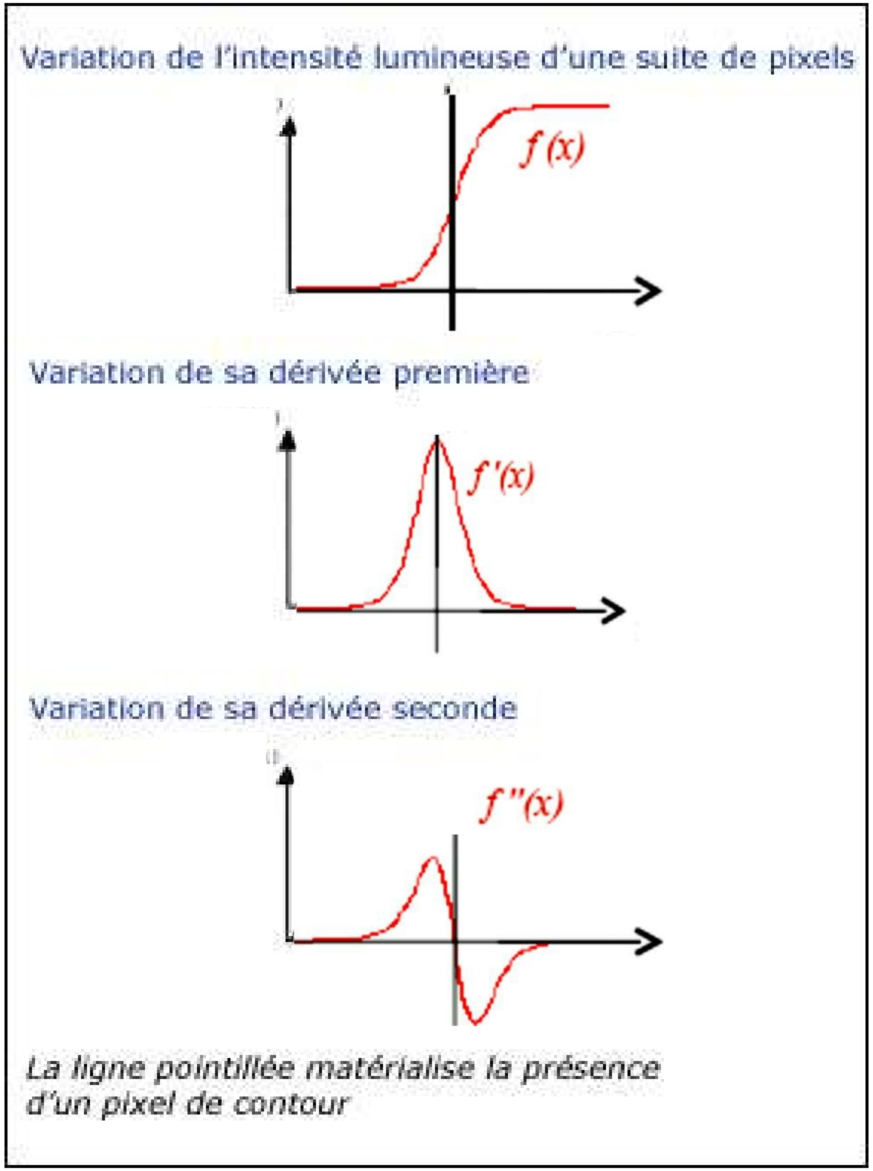
- Considérons le modèle en escalier ou en rampe

→Le contour correspondrait donc à :

- un maximum de la dérivée première,

$$\frac{\partial f}{\partial x} \text{ est maximal}$$

- un passage par zéro de la dérivée seconde,



Modèle d'un Contour

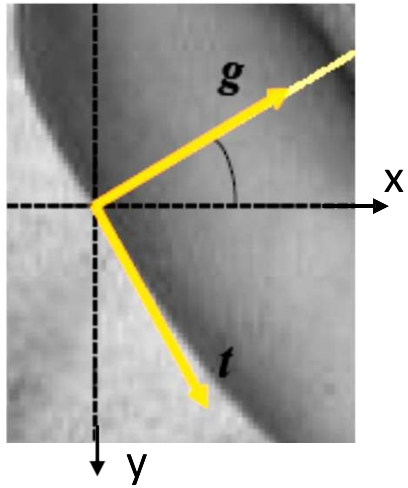
En 2d

- En 2D, **il faut calculer**
  - **les dérivées premières /x et / y , ce qui correspond au gradient $(\vec{g}) \simeq$ (perpendiculaire au contour).**
  - **Ou les dérivées second /x et /y , ce qui correspond à une des composantes du Laplacien**

- Les contours correspondent donc aux :
  - maximas du gradient dans la direction du gradient,

$$\vec{\nabla I} = \left(\frac{\partial I}{\partial x}, \frac{\partial I}{\partial y}\right)$$

Le gradient $\vec{\nabla I}$ est un vecteur.



  - ou les passages par zéros du Laplacien,

$$\Delta I = \nabla^2 I \approx \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I}{\partial y^2}$$

Le Laplacien ΔI est un scalaire.

Techniques de Détection de Contour : Filtres de Contours

Les techniques de détection de contours, visent à approximer l'un de ces deux opérateurs

- Approches approximant (numériquement) l'opérateur gradient

  (Approches différentielles du 1ère ordre)

- Approches approximant (numériquement) l'opérateur Laplacien

  (Approches différentielles du 2ème ordre)

- Autres

❑ Par ailleurs, ces techniques peuvent êtres
  - locales
  - ou globales

Techniques de Détection de Contour : Filtres de Contours

On dénombres de ce fait :

1. Les Filtres Locaux différentiels
   A. Approximant le gradient
   B. Approximant le Laplacian
2. Les Filtres Locaux adaptés
3. Les Filtres Globaux (approximant le Gradient)

Méthodes Locales : Différentielles ou Adaptées

- Ces méthodes visent à développer un opérateur (masque, filtre ou noyau), typiquement de taille 3×3 ou exceptionnellement 2×2.

- Le masque obtenu, sera convolué avec l'image

Méthodes Locales Différentielles approximant le **Gradient**

- L'estimation des dérivées partielles de premier ordre :

$$\nabla I = \left(\frac{\partial I}{\partial x}, \frac{\partial I}{\partial y}\right) = (\nabla_x I, \nabla_y I) = \begin{cases} \nabla_x I = I * M_1 \\ \nabla_y I = I * M_2 \end{cases}$$

On peut écrire :

$$\nabla I = I * (\nabla_x, \nabla_y) = I * (M_1, M_2)$$

M1 et M2 sont 2 noyaux de convolution approximant le gradient .

- *Reste à définir les opérateurs approximant le gradient : M_1 et M_2.*

Méthodes Locales Différentielles approximant le Gradient

Approximation numérique du gradient : différences finies

- $\nabla_x I \approx I(x,y) - I(x-1,y)$ et $\nabla_y I \approx I(x,y) - I(x,y-1)$ **(1)**

Ou

- $\nabla_x I \approx I(x+1,y) - I(x,y)$ et $\nabla_y I \approx I(x,y+1) - I(x,y)$ **(2)**

Ou encore

- $\nabla_x I \approx I(x+1,y) - I(x-1,y)$ et $\nabla_y I \approx I(x,y+1) - I(x,y-1)$ **(3)**

Ou encore avec une rotation de $\frac{\pi}{4}$

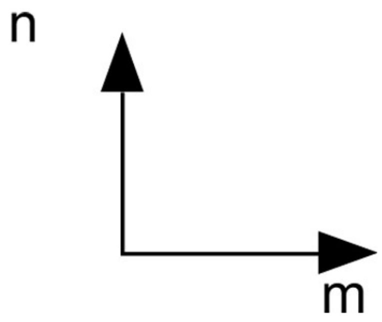
- $\nabla_1 I \approx I(x+1,y+1) - I(x,y)$ ou $\nabla_2 I \approx I(x,y+1) - I(x+1,y)$ **(4)**

Filtres Locaux Différentiels approximant le Gradient

De ces approximations multitudes de filtres de contours sont construits :

Le masque le plus intuitif à mettre en œuvre est un masque à deux éléments :

-1	1



L'origine du masque est le point -1.

Dans le repère ci-dessus, la réponse impulsionnelle h(m,n) du masque est définie par :

h(0,0) = -1

h(1,0) = 1

La corrélation de ce masque avec une image de luminance f(i,j) s'écrit :

$$\sum_{m=0}^{1}\sum_{n=0} h(m,n)\, f(m+i,n+j)=h(0,0)\, f(i,j)+h(1,0)\, f(i+1,j)=f(i+1,j)-f(i,j)$$

Filtres Locaux Différentiels approximant le Gradient

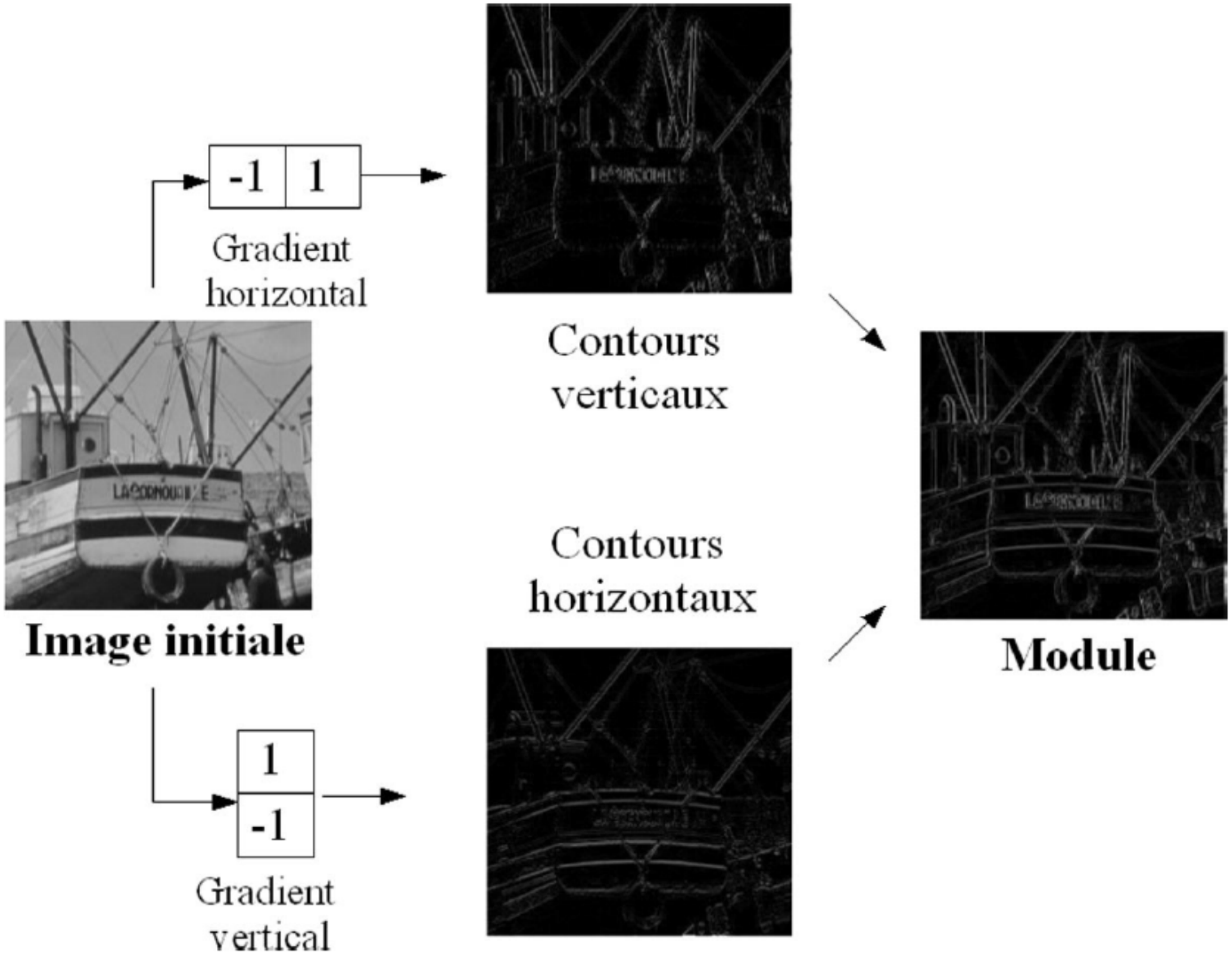
Il s'agit bien d'un calcul de gradient suivant l'axe horizontal. En faisant subir une rotation de π/2 au premier masque, il apparait le filtre suivant dont l'origine est le point 1 :

1
-1

La réponse impulsionnelle est telle que :
h(0,0) = 1
h(0,-1) = -1
La corrélation de ce masque avec l'image f(i,j) permet bien d'implanter un gradient dans la direction verticale :

$$\sum_{m=0} \sum_{n=-1}^{0} h(m,n) f(m+i, n+j) = h(0,0) f(i,j) + h(0,-1) f(i,j-1) = f(i,j) - f(i,j-1)$$

Filtres Locaux Différentiels approximant le Gradient



Exemple d'application de l'approximation de base

Filtres Locaux Différentiels approximant le Gradient

- **Opérateurs de Prewitt**

A partir de l'équation (3)

$$M_1 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad M_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ou encore

$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad M_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

On peut même mettre

Vu qu'on considèrera plus tard la norme

$$M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Filtres Locaux Différentiels approximant le Gradient

Operateur de Roberts

Ce masque propose en 1965 permet de calculer un gradient le long des diagonales de l'image :

0	1
-1	0

L'origine est le point 1 tandis que la réponse impulsionnelle s'écrit :

h(0,0) = 1

h(-1,-1) = -1

La sortie obtenue après filtrage est :

$$\sum_{m=-1}^{0}\sum_{n=-1}^{0} h(m,n)\, f(m+i,n+j) = h(0,0)\, f(i,j) + h(-1,-1)\, f(i-1,j-1) = f(i,j) - f(i-1,j-1)$$

Filtres Locaux Différentiels approximant le Gradient

Operateur de Roberts

Le deuxième masque se déduit du premier par rotation de $\pi/2$:

1	0
0	-1

L'origine est le point du haut a droite si bien que la réponse impulsionnelle est telle que :

$h(-1,0) = 1$

$h(0,-1) = -1$

Filtres Locaux Différentiels approximant le Gradient

procédure de Détection des contours

Une fois, les opérateurs M_1 et M_2 approximant localement le gradient de l'image sont définis

1. Ils seront convolués avec l'image I

$$\nabla I = \begin{pmatrix} \nabla_s I \\ \nabla_y I \end{pmatrix} = I * \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix}$$

2. On calcule l'amplitude du gradient selon une des normes :

$$\|\nabla I\| = \sqrt{(\nabla_s I)^2 + (\nabla_y I)^2} \qquad \text{ou} \qquad \|\nabla I\| = |\nabla_s I| - |\nabla_y I|$$

3. Puis, on extrait les points contours où l'amplitude du gradient est élevée, en effectuant **un seuillage**

→ les points contours : $I_{\text{contour}} \begin{cases} 1 & si \quad \|\nabla I\| \geq seuil \\ 0 & \quad sinon \end{cases}$

L'image contour est binaire

Filtres Locaux Différentiels approximant le Gradient

Résultats : Filtre de Prewitt

1) Calcul du gradient

Image originale : I

$\nabla_s I$

$\nabla_y I$

$\|\nabla I\|$

Filtres Locaux Différentiels approximant le Gradient

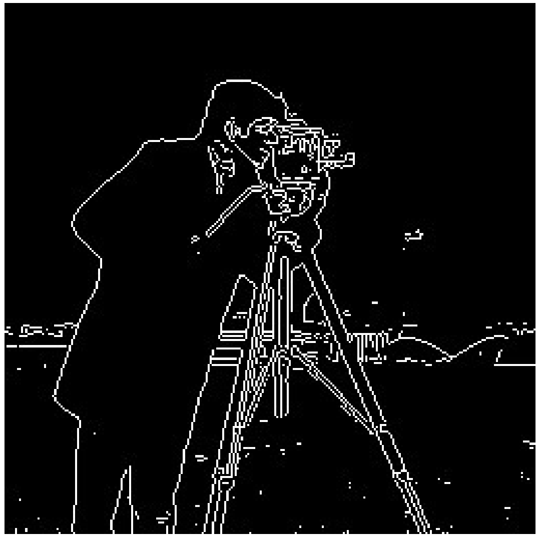
Résultats : Filtre de Prewitt

2) Seuillage

→ les points contours : $\|\nabla I\| \geq seuil$

$\|\nabla I\|$

$seuil = 0.1$



$seuil = 0.05$

$seuil = 0.01$

Filtres Locaux Différentiels approximant le Gradient

Seuillage

- Faible lissage (seuil bas) : contours pertinents détectés mais beaucoup de bruit

  → bonne détection

  → sensibilité au bruit

- Fort lissage (seuil élevé) : nombreux contours manqués mais absence de bruit

  → mauvaise détection

  → robustesse au bruit

- Difficulté d'avoir un seuil optimal pour toute l'image, à cause du bruit, variation de luminance, du contraste.

Filtres Locaux Différentiels approximant le Gradient

Seuillage

Seuillage par Hystérésis : combine entre seuillage fort et faible

- Seuil bas : sélection d'un ensemble initial de points contour
- Seuil haut : à partir des points sélectionnés, on chaîne d'autres points dont $\|\nabla I\| \leq seuil$

Filtres Locaux Différentiels Spécifiques approximant le Gradient

Opérateurs de Sobel

- Étant le bruit est une HF, tout comme le contour, il sera détecté comme contour
- Les opérateurs de détection de contour abordés sont de ce fait sensibles aux bruit

- L'opérateur Sobel vise
  1. d'abord à lisser l'image (filtrage passe bas) : intégrateur
  2. Puis détecter les contours (filtrage passe haut) : différentiateur

Filtres Locaux Différentiels Spécifiques approximant le Gradient

Opérateurs de Sobel

$$\nabla I = I * M_{\text{int}} * \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix} = I * \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix} * M_{\text{int}} = I * \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix}$$

Où

- $\begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix}$: opérateurs différentiateurs approximant le gradient
- M_{int} : opérateur intégrateur (pour le lissage : filtre passe bas)
  il peut être appliqué avant ou après la différentiation
- $\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix}$: opérateurs de Sobel ; $\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix} * M_{\text{int}} = \begin{pmatrix} M_1 * M_{\text{int}} \\ M_2 * M_{\text{int}} \end{pmatrix}$

L'intégrateur par excellence est le moyenneur : $M_{int} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Filtres Locaux Différentiels Spécifiques approximant le Gradient

Opérateurs de Sobel

- On considère les opérateurs de Prewitt $\begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix}$

$$M_1 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad M_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Avec l'intégrateur

$$M_{\text{int}} = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- On trouve les opérateurs de Sobel

$$\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_1 * M_{\text{int}} \\ M_2 * M_{\text{int}} \end{pmatrix} \qquad S_1 = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} -2 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix} \text{ et } S_2 = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} -2 & 0 & 2 \\ -3 & 0 & 3 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Filtres Locaux Différentiels approximant le Gradient

Résultats : Suite

- Seuil =0.05

Prewitt

Roberts

Sobel

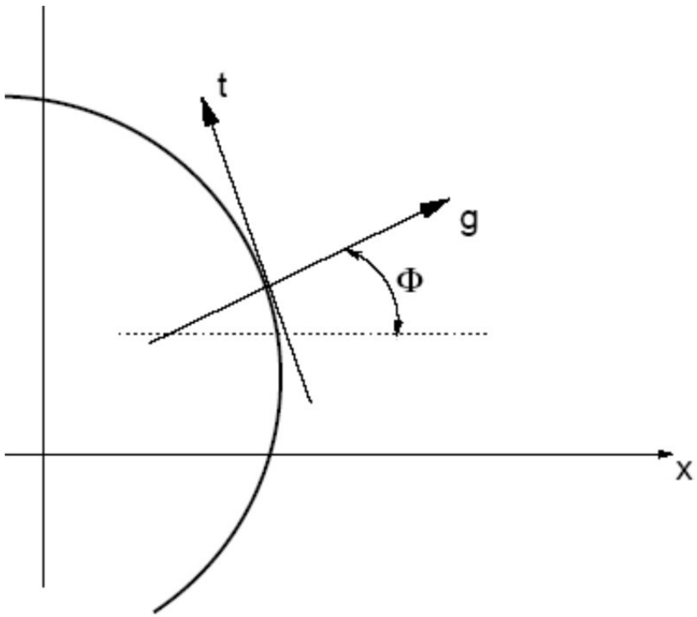
Les images bruitées, seront traitées enTP

Filtres Locaux Différentiels approximant le Laplacien

- L'opérateur Laplacien d'une fonction f est en fait :

$$\Delta f = \nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial g^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

- Mais comme la composante tengentielle n'est valide que dans les zones de faibles courbures, alors qu'aux niveaux des courbures élevées $\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \cong 0$



→ Pour les contours, on prendra donc

$$\Delta \mathrm{I} \cong \frac{\partial^2 I}{\partial g^2} \cong \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I}{\partial y^2}$$

$$\Delta \mathrm{I} \cong I * \Delta = I * \left(\frac{6^2}{6s^2} + \frac{6^2}{6y^2}\right)$$

Filtres Locaux Différentiels approximant le Laplacien

Approximation numérique du Laplacien: différences finies

$$\Delta I \cong [I(x-1,y) - I(x-1,y) - I(x,y-1) - I(x,y-1)\,] - 4I(x,y)$$

Ou

$$\Delta I \cong [I(x-1,y) - I(x-1,y) - I(x,y-1) - I(x,y-1) + I(x,y-1) \; - I(x-1,y-1) - I(x-1,y-1) - I(x-1,y+1) + I(x-1,y-1)] - 8I(x,y)$$

On obtient les opérateurs suivants :

$$\Delta = \begin{bmatrix} 0 & +1 & 0 \\ +1 & -4 & +1 \\ 0 & +1 & 0 \end{bmatrix} \quad \textbf{ou} \quad \Delta = \begin{bmatrix} +1 & +1 & +1 \\ +1 & -8 & +1 \\ +1 & +1 & +1 \end{bmatrix}$$

Filtres Locaux Différentiels approximant le Laplacien

procédure de Détection des contours

Une fois, l'opérateur Δ approximant localement le Laplacien de l'image est défini

1. Ils sera convolué avec l'image I

$$\Delta \mathrm{I} \cong I * \Delta$$

2. Puis, on détecte les points où il y'a passage par zéro, autrement dit, les points où il y'a variation du signe de $\Delta \mathrm{I}$ par rapport aux points avoisinants

Remarque : Cet opérateur est extrêmement sensible au bruit, de ce fait son utilisation sans l'adjoindre à un lisseur (tel que pour Sobel) est obsolète

Filtres Locaux Différentiels approximant le Laplacien

Spécifique

<u>Opérateur Laplacian d'une Gaussienne LoG</u> (Laplacian of Gaussien)

- Idem qu'avec les opérateurs approximant le contour, la problématique de détection du bruit comme contour se pose également pour les opérateurs approximant le Laplacian.

- L'opérateur LoG vise
  1. d'abord à lisser l'image : par un filtre Gaussienn H_{Gauss}
  2. Puis détecter les contours : par le Laplacian Δ

- On effectuera donc : $\Delta \mathrm{I} \cong I * H_{Gauss} * \Delta = I * \underbrace{\Delta H_{Gauss}}_{\Delta * H_{\mathrm{Gaucc}}}$

- **$\boldsymbol{\Delta H_{Gauss}}$ est l'opérateur LoG**

Filtres Locaux Différentiels approximant le Laplacien

Spécifique

- **<u>Opérateur Laplacian d'une Gaussienne LoG</u> (Laplacian of Gaussien)**

  - Le calcul du Laplacien d'une gaussienne donne :

$$\Delta H_{Gauss} = \frac{4}{\sqrt{2\pi\sigma}}\left(\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2} - 1\right)e^{\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

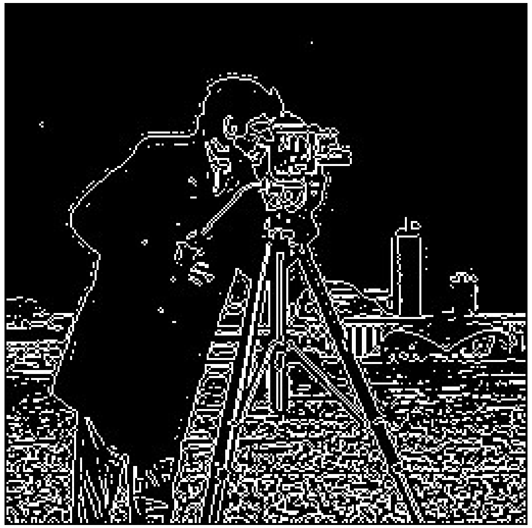
  - Pour σ=0.5, et
    - sur un voisinage 3×3, on obtient : $\Delta H_{\text{Gaucc}} = \begin{bmatrix} 0.4038 & 0.8021 & 0.4038 \\ 0.8021 & -4.8233 & 0.8021 \\ 0.4038 & 0.8021 & 0.4038 \end{bmatrix}$
    - sur un voisinage 5×5, on obtient :

$$\Delta H_{\text{Gaucc}} = \begin{bmatrix} 0.0448 & 0.0468 & 0.0564 & 0.0468 & 0.0448 \\ 0.0468 & 0.3167 & 0.7146 & 0.3167 & 0.0468 \\ 0.0564 & 0.7146 & -4.9048 & 0.714 & 0.0564 \\ 0.0468 & 0.3167 & 0.7146 & 0.3167 & 0.0468 \\ 0.0448 & 0.0468 & 0.0564 & 0.0468 & 0.0448 \end{bmatrix}$$

Filtres Locaux Différentiels approximant le Laplacian

Résultats

LoG (sigma=1)



LoG (sigma=2)

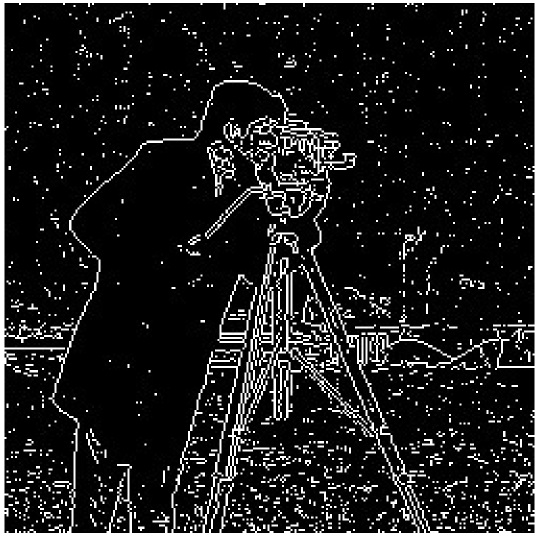
LoG (sigma=3)

Filtres Locaux Différentiels approximant le Laplacian

Résultats

Image bruitée par un bruit gaussien

prewitt



sobel

LoG(sigma=2.3)

Filtres Locaux Adaptés

- Ce sont des variantes du filtrage Gradient.
- Ça consiste :
  - à filtrer l'image avec 8 masques directionnels,
  - puis prendre le résultat le plus élevé

    → qui est considéré comme représentant l'intensité du gradient

On en dénombre 4 opérateurs :

- Kirsch
- Campas Gradient
- À 3 niveaux
- À 5 niveaux

Filtres Locaux Adaptés

Opérateur de Kirsch

- Les filtres de Kirsch se déduisent par rotation de l'opérateur suivant :

$$\begin{pmatrix} -5 & -5 & -5 \\ 3 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$ dans toutes les directions possibles **(8 directions)**

- On obtient :

$$\begin{pmatrix} -5 & -5 & -5 \\ 3 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -5 & -5 \\ 3 & 0 & -5 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 3 & -5 \\ 3 & 0 & -5 \\ 3 & 3 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & -5 \\ 3 & -5 & -5 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 3 \\ -5 & -5 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ -5 & 0 & 3 \\ -5 & -5 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & 3 & 3 \\ -5 & 0 & 3 \\ -5 & 3 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -5 & 3 \\ -5 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

Filtres Locaux Adaptés

Campas Gradient

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Les 8 filtres directionnels sont:

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Filtres Locaux Adaptés

<u>Opérateur à 3 niveaux</u>

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Les 8 filtres directionnels sont:

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Filtres Locaux Adaptés

<u>Opérateur à 5 niveaux</u>

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Les 8 filtres directionnels sont:

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$