

CORRIGE INTERROGATION

Exercice 01 (5pts)

Un mur de béton d'épaisseur $e=30$ cm sépare une pièce à la température de $T_{int}=25^{\circ}\text{C}$ de l'extérieur où la température est $T_{ext}=5^{\circ}\text{C}$. Déterminer :

- La résistance thermique totale pour 1 m^2 du mur :

$$R_{th} = \frac{1}{h_{int}} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_{ext}} = \frac{1}{9,1} + \frac{0,3}{1,74} + \frac{1}{16,7} = 0,34\text{ m}^2 \cdot \text{K/W} \quad (1.25\text{ pts})$$

- La densité du flux thermique :

$$\varphi = \frac{T_{int} - T_1}{\frac{1}{h_{int}}} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{e}{\lambda}} = \frac{T_2 - T_{ext}}{\frac{1}{h_{ext}}} = \frac{T_{int} - T_{ext}}{\frac{1}{h_{int}} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_{ext}}} = \frac{25-5}{0,34} = 58,45\text{ W/m}^2 \quad (1.25\text{ pts})$$

- Les températures interne et externe du mur.

$$\varphi = \frac{T_{int} - T_1}{\frac{1}{h_{int}}} \Rightarrow T_1 = T_{int} - \frac{\varphi}{h_{int}} = 25 - \frac{58,45}{9,1} = 18,6^{\circ}\text{C} \quad (1.25\text{ pts})$$

$$\varphi = \frac{T_2 - T_{ext}}{\frac{1}{h_{ext}}} \Rightarrow T_2 = \frac{\varphi}{h_{ext}} + T_{ext} = \frac{58,45}{16,7} + 5 = 8,5^{\circ}\text{C} \quad (1.25\text{ pts})$$

Exercice 02 (5pts)

$$\Delta T = -\frac{P}{\lambda} \Rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} = -\frac{P}{\lambda} \quad (1\text{pt})$$

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{P}{\lambda} x + C_1 \Rightarrow T(x) = -\frac{P}{2\lambda} x^2 + C_1 x + C_2 \quad (1\text{pt})$$

En appliquant les conditions aux limites, on trouve les constantes C_1 et C_2 :

$$T(0) = 200^{\circ}\text{C} = 473,15\text{K} \Rightarrow C_2 = 473,15\text{K} \quad (1\text{pt})$$

$$T(e) = 30^{\circ}\text{C} = 303,15\text{K} \Rightarrow T(e) = -\frac{P}{2\lambda} e^2 + C_1 e + 473,15 = 303,15$$

$$\Rightarrow -\frac{34,9 \cdot 10^4}{2 \cdot 17,5} \cdot 0,01 + C_1 \cdot 0,1 + 170 = 0 \quad C_1 = -702,86\text{ K/m} \quad (1\text{pt})$$

$$T(x) = -9971,4 x^2 - 702,86 x + 473,15 \quad (1\text{pt})$$

Exercice 03 (5pts)

Calcul du nombre de Biot :

$$L = \frac{V}{S} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi r^2} = \frac{r}{3} = \frac{5}{3} = 1,67\text{ cm} = 1,67 \cdot 10^{-2}\text{m} \quad (0.75\text{pts})$$

$$B_i = \frac{hL}{\lambda} = \frac{6 \cdot 1,67 \cdot 10^{-2}}{230} = 4,36 \cdot 10^{-4} \ll 0,1 \Rightarrow T(t) \quad (0.75\text{pts})$$

$$F_0 = \frac{at}{L^2} = \frac{\lambda}{\rho c_p L^2} t = \frac{230}{2700 \cdot 900 \cdot (1,67 \cdot 10^{-2})^2} t = 0,343 \cdot t \quad (1\text{pt})$$

$$\frac{T(t) - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = \exp(-B_i F_0) \Rightarrow T(t) = T_{\infty} + (T_i - T_{\infty}) \exp(-B_i F_0) \quad (0.5\text{pts})$$

$$T(t) = 16 + (290 - 16) \exp(-4,36 \cdot 10^{-4} \cdot 0,343 \cdot t)$$

$$T(t) = 16 + 274 \exp(-1,5 \cdot 10^{-4} \cdot t) \quad (1\text{pt})$$

Au bout de $t=2h=7200s$:

$$T(7200) = 16 + 274 \exp(-1,5 \cdot 10^{-4} \cdot 7200) = 109^{\circ}\text{C} = 382,15\text{K} \quad (1\text{pt})$$