Université de Jijel
Faculté des sciences et de la technologie
Les exerecices de Physique 1 pour 1 er année ST
DYNAMIQUE DU POINT MATÉRIEL

Exerecice 1:

Considérons un bloc de masse M se reposant sur un plan incliné rugueux. μ_S: est le coefficient de frottement statique caractérise le contact entre le bloc M et le plan incliné d'angle θ.

1) Trouvez la condition d'équilibre pour l'angle θ et le coefficient frottement statique μ_S.

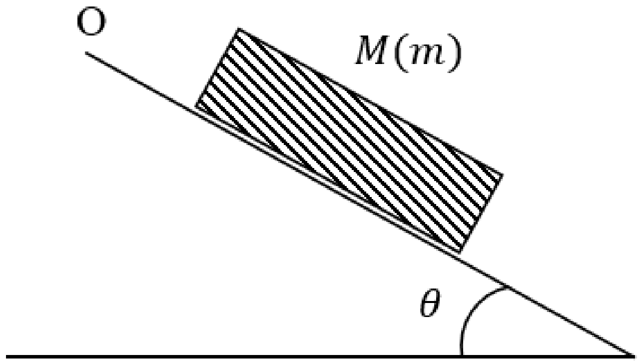

FIG. 1: Un bloc de masse M se reposant sur un plan incliné

Solution de l'Exerecice 1

Dans ce cas, les forces exercées sur le bloc M sont la force de contact $\overrightarrow{C}$ et la force de poids $\overrightarrow{P}$ qui doivent être égales et opposées, puisque le bloc M est en équilibre.

On écrit :

$$\sum \overrightarrow{F}_{ext} = \overrightarrow{0} \Rightarrow \overrightarrow{C} + \overrightarrow{P} = \overrightarrow{0}. \tag{1}$$

Par projection sur l'axe (OX) et (OY), on trouve :

$$\begin{cases} (OX):\ C_x + P_x = 0, \\ (OY):\ C_y + P_y = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -C_x + Mg\,Sin\theta = 0, \\ -C_y + Mg\,Cos\theta = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_x = Mg\,Sin\theta, \\ C_y = Mg\,Cos\theta, \end{cases} \tag{2}$$

Par définition, le coefficient de frottement statique est exprimé sous la forme suivante :

$$\mu_S = \frac{C_x}{C_y} \Rightarrow C_x = \mu_S C_y \Rightarrow C_x = \mu_S Mg\,Cos\theta. \tag{3}$$

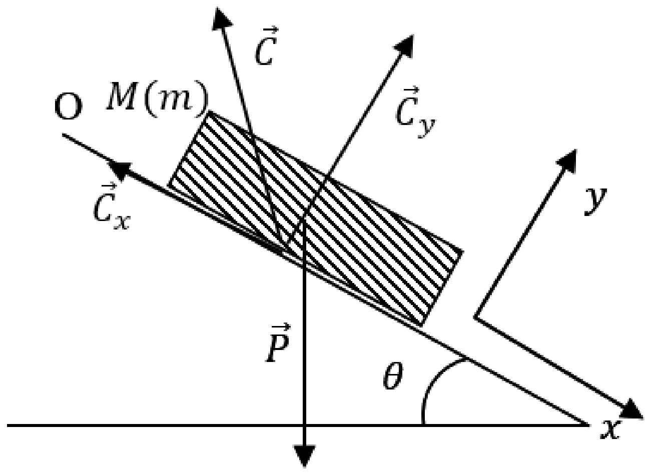

FIG. 2: Un bloc de masse M se reposant sur un plan incliné

D'après la condition d'équilibre, on a :

$$Mg\,Sin\theta \leq C_x \Rightarrow Mg\,Sin\beta \leq \mu_S Mg\,Cos\theta \Rightarrow tan\theta \leq \mu_S. \tag{4}$$

Exerecice 2:

Considérons un bloc de masse M en mouvement rectiligne uniformément varié sans vitesse initiale sur un plan incliné rugueux. μ_d: est le coefficient de frottement dynamique caractérise le contact entre le bloc M et le plan incliné d'angle θ.

1) Trouvez l'expression de l'accelerateur de bloc M en fonction du coefficient de frottement dynamique μ_d, d'angle θ et g accélération de la pesanteur.

Solution de l'Exerecice 2

Dans ce cas, les forces exercées sur le bloc M sont la force de contact $\overrightarrow{C}$ et la force de poids $\overrightarrow{P}$.

On applique le principe fondamental de la dynamique :

$$\sum \overrightarrow{F}_{ext} = M\overrightarrow{a} \Rightarrow \overrightarrow{C} + \overrightarrow{P} = M\overrightarrow{a}. \tag{5}$$

Par projection sur l'axe (OX) et (OY), on trouve :

$$\begin{cases} (OX): \ C_x + P_x = M\,a, \\ (OY): \quad C_y + P_y = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -C_x + Mg\,Sin\theta = M\,a, \\ -C_y + Mg\,Cos\theta = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M\,a = Mg\,Sin\theta - C_x, \\ C_y = Mg\,Cos\theta, \end{cases} \tag{6}$$

Par définition, le coefficient de frottement dynamique est exprimé sous la forme suivante :

$$\mu_d = \frac{C_x}{C_y} \Rightarrow C_x = \mu_d C_y \Rightarrow C_x = \mu_d Mg\,Cos\theta. \tag{7}$$

En remplace la relation(7) dans la relation(6), en trouve :

$$\begin{aligned} M\,a &= Mg\,Sin\theta - \mu_d Mg\,Cos\theta, \\ a &= g\,\left(Sin\theta - \mu_d\,Cos\theta\right). \end{aligned} \tag{8}$$

Exerecice 3:

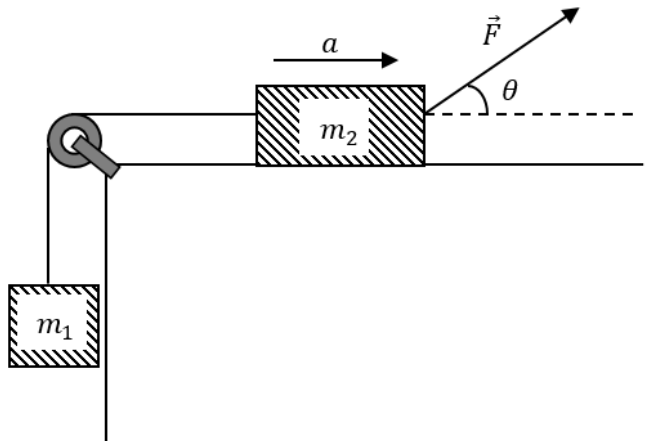

FIG. 3: Un bloc m_1 en M. R. U. sur une surface horizontale rugueuse et m_2 suspendu dans l'air

Soit un bloc de masse m_1 en mouvement rectiligne uniformément varié sur une surface horizontale rugueuse sous l'action d'une force de module F qui fait un angle θ avec la surface horizontale. μ_d: est le coefficient de frottement dynamique caractérise le contact entre le bloc de masse m_1 et la surface horizontale.

Ce bloc de masse m_1 est relié par un fil inextensible et de masse négligeable passant à travers une poulie de masse négligeable à un deuxième bloc de masse m_2 qui est suspendu dans l'air.

1) Trouver les accélérations des deux masses en fonction du coefficient de frottement dynamique μ_d, d'angle θ, g accélération de la pesanteur, des deux masses et de la force F.

Solution de l'Exerecice 3

Les forces exercées sur le bloc m_1 sont la force de contact $\overrightarrow{C}$, la force de poids $\overrightarrow{P}_1$, la force $\overrightarrow{F}$ et la force de tension de fil $\overrightarrow{T}_1$. Les forces exercées sur le bloc m_2 sont la force de poids $\overrightarrow{P}_2$, la force de tension de fil $\overrightarrow{T}_2$.

Comme les blocs m_1 et m_2 sont reliés par le même fil qui est inextensible et de masse négligeable, donc ont le même accélérateur, et en note $a = a_2 = a_1$. Et aussi $T_2 = T_1 = T$.

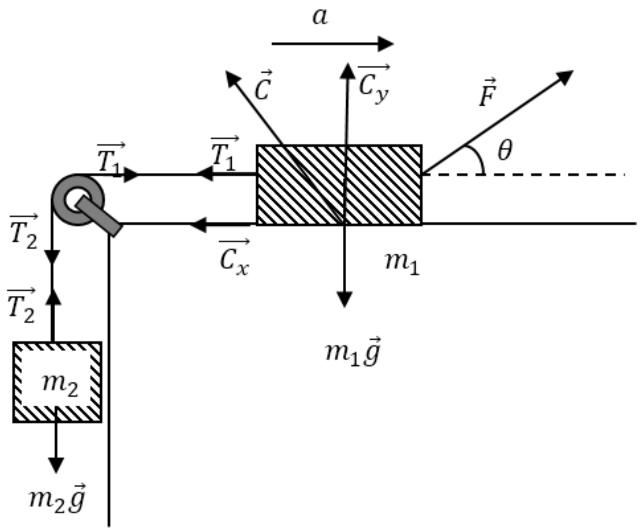

FIG. 4: Un bloc m_1 en M. R. U. sur une surface horizontale rugueuse et m_2 suspendu dans l'air

On applique le principe fondamental de la dynamique sur le bloc m_1 et m_2:

$$\sum \overrightarrow{F}_{ext} = m_1 \overrightarrow{a}_1 \Rightarrow \overrightarrow{C} + \overrightarrow{P}_1 + \overrightarrow{F} + \overrightarrow{T}_1 = m_1 \overrightarrow{a}_1, \tag{9}$$

$$\sum \overrightarrow{F}_{ext} = m_2 \overrightarrow{a}_2 \Rightarrow \overrightarrow{P}_2 + \overrightarrow{T}_2 = m_2 \overrightarrow{a}_2. \tag{10}$$

Par projection sur l'axe (OX) et (OY), pour les deux blocs, on trouve :

$$\begin{cases} (OX): & -C_x + Fcos\theta - T_1 = m_1\, a_1, \\ (OY): & C_y - P_1 = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (OX): & -C_x + Fcos\theta - T = m_1\, a, \\ (OY): & C_y = P_1 = m_1\, g, \end{cases} \tag{11}$$

$$-P_2 + T_2 = m_2 a_2 \Rightarrow -m_2 g + T = m_2 a \tag{12}$$

Par définition, le coefficient de frottement dynamique est exprimé sous la forme suivante :

$$\mu_d = \frac{C_x}{C_y} \Rightarrow C_x = \mu_d C_y \Rightarrow C_x = \mu_d m_1\, g. \tag{13}$$

En remplace la relation (13) dans la relation (11), en trouve :

$$-\mu_d m_1\, g + Fcos\theta - T = m_1\, a. \tag{14}$$

Sommons les équations (14) et (12) , en trouve :

$$-(\mu_d m_1 + m_2)\, g + F cos\theta = (m_2 + m_1)\ a \Rightarrow a = \frac{F cos\theta - (\mu_d m_1 + m_2)\, g}{(m_2 + m_1)}.$$

Exerecice 4:

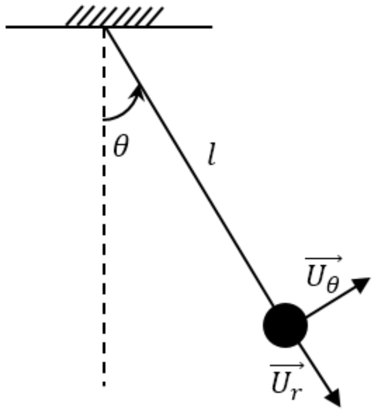

FIG. 5: Le pendule simple

On écarte une masse ponctuelle m de sa position d'équilibre suspendue à un fil inextensible de longueur l. On repère la position de la masse par l'angle θ entre la direction du fil et la verticale.

Trouvez l'équation différentielle du mouvement par deux méthodes :

1) Le principe fondamental de la dynamique.

2) Le théorème du moment cinétique.

Solution de l'Exerecice 4

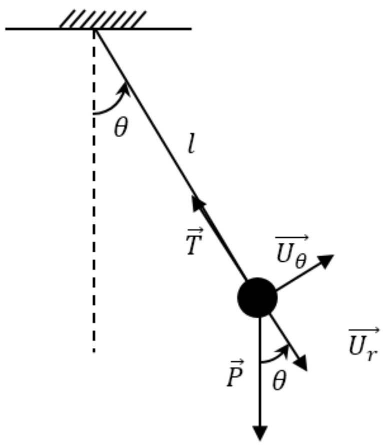

FIG. 6: Le pendule simple

1) Le principe fondamental de la dynamique :

Les forces exercées sur la masse m sont la force de poids $\overrightarrow{P}$, la force de tension de fil $\overrightarrow{T}_1$.

On applique le principe fondamental de la dynamique dans le système de coordonnées polaires :

$$\sum \overrightarrow{F}_{ext} = m\,\overrightarrow{a} \Rightarrow \overrightarrow{P} + \overrightarrow{T}_1 = m\,\overrightarrow{a}. \tag{15}$$

On a utiliser le système des coordonnées polaires, ou l'accélération a la forme suivent :

$$\overrightarrow{a} = \left[\left(\ddot{\rho} - \dot{\theta}^2\rho\right)\overrightarrow{u}_\rho + \left(\ddot{\theta}\rho + 2\dot{\rho}\dot{\theta}\right)\overrightarrow{u}_\theta\right] = \left[-l\dot{\theta}^2\overrightarrow{u}_\rho + l\ddot{\theta}\overrightarrow{u}_\theta\right]. \tag{16}$$

Par projection sur l'axe $(\overrightarrow{u}_r)$ et $(\overrightarrow{u}_\theta)$, on trouve :

$$\begin{cases} (\overrightarrow{u}_\rho) : -T + mg\,cos\theta = -m\,l\,\dot{\theta}^2, \\ (\overrightarrow{u}_\theta) : -m\,g\,l\,sin\theta = m\,l\,\ddot{\theta}, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -T + mg\,cos\theta = -m\,l\,\dot{\theta}^2, \\ \ddot{\theta} + \frac{g}{l}\,\theta = 0, \end{cases} \tag{17}$$

2) Le théorème du moment cinétique :

Les forces exercées sur la masse m sont la force de poids $\overrightarrow{P}$, la force de tension de fil $\overrightarrow{T}_1$.

Le théorème du moment cinétique s'écrit :

$$\frac{d\overrightarrow{L}_o}{dt} = \overrightarrow{M}_o(\sum \overrightarrow{F}_{ext}) = \overrightarrow{M}_o(\overrightarrow{P}) + \overrightarrow{M}_o(\overrightarrow{T}) \tag{18}$$

Le moment cinétique est défini comme suit :

$$\overrightarrow{L}_o = \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{P} = m\,\overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{v}$$

Le victeur de position et le victeur de vitesse en coordonnes polaires s'écrivent :

$$\overrightarrow{OM} = l\,\overrightarrow{u}_r \quad et \quad \overrightarrow{v} = l\,\dot{\theta}\,\overrightarrow{u}_\theta$$

L'éxpression de moment cinétique est définie comme suite :

$$\overrightarrow{L}_o = \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{P} = (l\,\overrightarrow{u}_r) \wedge \left(l\dot{\theta}\overrightarrow{u}_\theta\right) = l^2\,\dot{\theta}\,\overrightarrow{k}$$

Donc on obtient :

$$\frac{d\overrightarrow{L}_o}{dt} = l^2\,\ddot{\theta}$$

La somme des moments des forces :
$\overrightarrow{M}_o(\sum \overrightarrow{F}_{ext}) = \overrightarrow{M}_o(\overrightarrow{P}) + \overrightarrow{M}_o(\overrightarrow{T_1}) = -m\,g\,sin\,\theta\,\overrightarrow{k}$
par ce que : $\overrightarrow{M}_o(\overrightarrow{P}) = \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{P} = l\,\overrightarrow{u}_r \wedge [m\,g\,cos\theta\,\overrightarrow{u}_r - m\,g\,sin\,\theta\,\overrightarrow{u}_\theta] = -m\,g\,sin\,\theta\,\overrightarrow{k}$
$\overrightarrow{M}_o(\overrightarrow{T_1}) = \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{T_1} = (l\,\overrightarrow{u}_r) \wedge (-T_1\,\overrightarrow{u}_r) = \overrightarrow{0}$.
Finalement, l'équation du mouvement est :

$$-m\,g\,l\,sin\theta\;=\;m\,l\,\ddot{\theta} \Longrightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l}\,\theta = 0 \qquad (19)$$