

Corrigé-Type 2024-2025

1. Démontrer que $\forall A, B \in \mathcal{F}$, la propriété suivante est vérifiée

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
1.5 pts
2. Quand dit-on que deux événements sont incompatibles ? Les événements $A \cap B$ et $A \cap \bar{B}$ le sont-ils ?
1.5 pts
3. Donnez le contraire de l'événement A : "toutes les boules choisies sont rouges".
Au moins une boule n'est pas rouge
1 pt
4. Soit Ω un univers et soient A, B, C trois événements de Ω , écrire les événements suivants :
 - a) au moins deux des trois événements se réalisent

$$(A \cap B \cap \bar{C}) \cup (A \cap \bar{B} \cap C) \cup (\bar{A} \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap C)$$
1 pt
 - b) au plus l'un des trois se réalise

$$(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B} \cap C) \cup (\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C})$$
1 pt

Exercices : (08 points)

1)

b) 1, 4,6 dans l'ordre ?

A : « 1, 4,6 dans l'ordre »

$$card(A) = 1 * 1 * 1 = 1 \Rightarrow p(A) = \frac{1}{card(\Omega)} = \frac{1}{6 * 6 * 6} = \frac{1}{216}$$
1 pt

c) 1, 4,6 dans l'ordre ou dans le désordre ?

B : « 1, 4,6 dans l'ordre ou dans le désordre»

$$card(B) = 3! = 6 \Rightarrow p(A) = \frac{1}{card(\Omega)} = \frac{1}{6 * 6 * 6} = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$$
1 pt

2)

b) C : La somme des nombres tirés soit 12

$$C = \{\{7, 5\}, \{8, 4\}, \{9, 3\}, \{11, 1\}, \{10, 2\}\}$$

$$card(C) = 5 \Rightarrow p(C) = \frac{5}{card(\Omega)} = \frac{1}{C_{20}^2} = \frac{5}{190} = \frac{1}{38}$$
1 pt

c) Le produit des nombres tirés soit 12

$$D = \{\{2, 6\}, \{1, 12\}, \{3, 4\}\}$$

$$card(D) = 3 \Rightarrow p(D) = \frac{3}{card(\Omega)} = \frac{3}{C_{20}^2} = \frac{3}{190}$$
1 pt

3)

a) M : "échouer en mathématiques"

C : "échouer en informatique"

$$P(M) = 25\% = 0.25$$

$$P(C) = 15\% = 0.15$$

$$P(M \cap C) = 10\% = 0.10$$

M et C indépendants si $P(M \cap C) = P(M) * P(C)$

$P(M) * P(C) = 0.25 * 0.15 = 0.0375 \neq P(M \cap C)$ Alors M et C ne sont pas indépendants

1 pt

b) La probabilité d'échouer en informatique sachant que l'étudiant a échoué en mathématiques

$$P(C|M) = \frac{P(C \cap M)}{P(M)} = \frac{0.1}{0.25} = 0.4 = 40\%$$

1 pt

4)

D_p : « Un dé est pipé »

D_E : « Un dé est équilibré »

F_6 : « Apparition de la face 6 »

$$P(D_p) = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$P(D_E) = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

$$P(F_6|D_p) = \frac{1}{2}$$

$$P(F_6|D_E) = \frac{1}{6}$$

2 pts

➤ La probabilité que le dé est pipé

$$P(D_p|F_6) = \frac{P(F_6|D_p) * P(D_p)}{P(F_6|D_p) * P(D_p) + P(F_6|D_E) * P(D_E)} = \frac{\frac{1}{2} * \frac{1}{4}}{\left(\frac{1}{2} * \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{6} * \frac{3}{4}\right)} = \frac{1}{2}$$