

## Examen de : Mécanique des milieux continus

### Exercice 1 :

L'état des contraintes en un point M d'un milieu continu est donné dans une base orthonormée  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$  par le tenseur :

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} 7\alpha & 36\alpha & 0 \\ 36\alpha & 7\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 70 \end{bmatrix} MPa \quad \alpha: constante réelle$$

1/ Faire un dessin qui montre la signification physique des composantes du tenseur des contraintes.

2/ Quel est l'état des contraintes en M pour  $\alpha = 0$

3/Pour  $\alpha = 1$ , calculer les composantes normales et tangentielle des vecteurs contraintes agissant en M sur les

deux facettes de normale  $\vec{n}_1 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$  et  $\vec{n}_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$

4/ Déterminer en fonction de  $\alpha$  les contraintes principales et les directions principales correspondantes.

5/ Déterminer la partie sphérique et le déviateur de ce tenseur.

### Exercice 2 :

Soit le champ des déplacements plan donné par les deux composantes orthogonales :

$$\begin{cases} u = \theta y(1 + 3x)(1 - x) \\ v = \theta(1 - x)^2(1 + x) \end{cases} \quad \theta : \text{est un paramètre positif petit.}$$

- 1) Calculer le tenseur de déformations  $\boldsymbol{\epsilon}$  et de rotations  $\boldsymbol{\omega}$  infinitésimaux associés à ce champ
- 2) Trouver les points qui ne subissent pas de déformations.

### Exercice 3:

L'état de contraintes correspond à un point M d'un solide élastique est donné par le tenseur suivant :

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} 12 & 10 & \sigma_{xz} \\ 10 & 2 & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} MPa$$

- 1) Calculer la valeur des composante  $\sigma_{xz}$ ,  $\sigma_{yz}$ ,  $\sigma_{zz}$  lorsque on est dans un état de déformation plane.
- 2) Calculer la valeur des composantes du tenseur de déformation.

Les caractéristiques élastiques du solide sont :  $E=200000MPa$ ,  $v=0.3$ .