

Examen de : Mécanique des milieux continus

Exercice 1 :

L'état des contraintes en un point M d'un milieu continu est donné dans une base orthonormée $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ par le tenseur :

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} 7\alpha & 36\alpha & 0 \\ 36\alpha & 7\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 70 \end{bmatrix} MPa \quad \alpha: \text{constante réelle}$$

1/ Faire un dessin qui montre la signification physique des composantes du tenseur des contraintes.

2/ Quel est l'état des contraintes en M pour $\alpha = 0$

3/ Pour $\alpha = 1$, calculer les composantes normales et tangentielles des vecteurs contraintes agissant en M sur les

deux facettes de normale $\vec{n}_1 = \begin{Bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{Bmatrix}$ et $\vec{n}_2 = \begin{Bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{Bmatrix}$

4/ Déterminer en fonction de α les contraintes principales et les directions principales correspondantes.

5/ Déterminer la partie sphérique et le déviateur de ce tenseur.

Exercice 2 :

Soit le champ des déplacements plan donné par les deux composantes orthogonales :

$$\begin{cases} u = \theta y(1 + 3x)(1 - x) \\ v = \theta(1 - x)^2(1 + x) \end{cases} \quad \theta : \text{est un paramètre positif petit.}$$

1) Calculer le tenseur de déformations ϵ et de rotations ω infinitésimaux associés à ce champ

2) Trouver les points qui ne subissent pas de déformations.

Exercice 3:

L'état de contraintes correspond à un point M d'un solide élastique est donné par le tenseur suivant :

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} 12 & 10 & \sigma_{xz} \\ 10 & 2 & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} MPa$$

1) Calculer la valeur des composante σ_{xz} , σ_{yz} , σ_{zz} lorsque on est dans un état de déformation plane.

2) Calculer la valeur des composantes du tenseur de déformation.

Les caractéristiques élastiques du solide sont : $E=200000MPa$, $\nu=0.3$.