

الإجابة النموذجية لإمتحان الدورة العادية في قياس الإحصاء 03

I

ن: عدد الموظفين المذكور ضمن اللجنة. ومنه

$$n = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

لدينا 1. $(n=4)$ كل صيغة صحيحة (ذكر: P، أنشأ: 9)، بحسب هذه الصيغة 0,75
ومنه

$$n \sim H(N=10, M=6, n=4) \quad 0,5$$

2. لإمكان أن يكون ألسوا نصف الأعضاء من الموظفين المذكورين

$$P(n > 2) = P(n=3) + P(n=4)$$

$$= \frac{C_6^3 \times C_4^1}{C_{10}^4} + \frac{C_6^4 \times C_4^0}{C_{10}^4}$$

$$= \frac{80}{210} + \frac{15}{210}$$

$$P(n > 2) = 0,4524$$

$$P(n=x) = \frac{C_M^x \times C_{N-M}^{n-x}}{C_N^n}$$

القانون الاحتمالي لـ x

3. لإمكان أن تكون اللجنة من الموظفين فقط:

أي عدد المذكور في اللجنة هو $x=0$

$$P(n=0) = \frac{C_6^0 \times C_4^4}{C_{10}^4} = \frac{1}{210} \Rightarrow P(n=0) = 0,0048$$

3. حساب متوسط عدد المذكور في اللجنة:

$$n \sim H(N=10, M=6, n=4) \quad 0,5$$

$$E(n) = n \cdot P / P = \frac{M}{N} \quad 0,25$$

$$E(n) = 4 \times \frac{6}{10} \Rightarrow E(n) = 2,4 \quad 0,5$$

II - استقبال عدد ك حلقان خط ل 10 دقائق.

1- حساب احتمال أن يستقبل عدد 3 حلقان خط ل نصف الساعة الموالية.

$x_i \sim P(d=3) \quad / \quad x = \{0, 1, 2, \dots, \infty\}$

$d=9 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \text{ حلقان} \leftarrow 10 \text{ دقائق} \\ \text{حلقا} d \rightarrow 30 \text{ دقيقة} \end{cases}$

$x_i \sim P(d=9)$

$P(n=x) = \frac{e^{-d} \cdot d^x}{x!} = \frac{e^{-9} (9)^x}{x!}$

$P(n=3) = 0,015$

2- إدراج القانون الاحتمالي للفترة الفاصلة بين استقبال حلقين.

$x_i \sim \text{Exp}(\theta=?)$

$x = \{0, 1, 2, \dots\}$

$\theta = \frac{10}{3} \text{ دقيقة} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \text{ حلقان} \leftarrow 10 \text{ دقائق} \\ 1 \text{ حلقا} \leftarrow \theta \end{cases}$

$f(n) = \frac{1}{\theta} \cdot e^{-\frac{1}{\theta}x} = \frac{1}{\frac{10}{3}} e^{-\frac{1}{10}x}$

$f(n) = \frac{3}{10} \cdot e^{-\frac{3}{10}x}$

وصف القانون الاحتمالي للمتغير x هو:

3- حساب احتمال أن لا تستقبل (فترة الفاصلة بين حلقين) 10 دقائق ولا تزيد عن 15.

$P(10 \leq x \leq 15) = F(15) - F(10)$

$= (1 - e^{-\frac{3}{10}(15)}) - (1 - e^{-\frac{3}{10}(10)})$

$= e^{-3} - e^{-4.5}$

$= 0,0387$

1- احتمال أن يجيب محمد إجابة صحيحة عند 30 سؤالاً :

نلاحظ أن كل سؤال عدد الأسئلة ذات الإجابة الصحيحة واحد :

$$\rightarrow x_i = \{0, 1, 2, \dots, 60\}$$

المطلوب هو $P(n=30)$

نبحث عن القانون الاحتمالي لـ x_i

لدينا $n=60 > 1$

لا سؤال يصل لي شخصين
 - إجابة صحيحة = نجاح $P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
 - إجابة خاطئة = فشل $q = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
 - استقلالية الأسئلة

$x_i \sim B(n=60, P = \frac{1}{2} = \frac{1}{2})$

$$P(n=x) = C_{60}^x \left(\frac{1}{2}\right)^x \left(\frac{1}{2}\right)^{60-x}$$

$$P(n=30) = C_{60}^{30} \left(\frac{1}{2}\right)^{30} \left(\frac{1}{2}\right)^{30} \quad (\text{صعب الحساب})$$

نتذكر

$$n=60 > 30$$

$$P \approx q \approx \frac{1}{2} \Rightarrow B(n, P) \approx N(\mu = nP, \sigma = \sqrt{n \cdot P \cdot q})$$

$$n \cdot P = \frac{1}{2}(60) = 30 > 15$$

$$\Rightarrow B(60, \frac{1}{2}) \approx N(\mu = 30, \sigma = 3.87)$$

$$x_i \sim N(\mu = 30, \sigma = 3.87)$$

$$P(n=30) = P(29.5 \leq x \leq 30.5)$$

$$= P\left(\frac{29.5-30}{3.87} \leq \frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{30.5-30}{3.87}\right)$$

$$= P(-0.13 \leq Z \leq 0.13)$$

$$= \pi(0.13) - \pi(-0.13)$$

$$= \pi(0.13) - 1 + \pi(0.13)$$

$$= 2\pi(0.13) - 1 = 2(0.5517) - 1$$

$$P(n=30) = 0.1034$$

١٢- حساب احتمال أن يجيب محمد حاسب 30 و 40 (اجابة صحيحة)

$$X \sim P(U_n = 30, \sigma_n = 3,87)$$

$$P(30 \leq X \leq 40) = P(29,5 \leq X \leq 40,5) \\ = P\left(\frac{29,5-30}{3,87} \leq \frac{X-U_n}{\sigma_n} \leq \frac{40,5-30}{3,87}\right)$$

$$= P(-0,13 \leq Z \leq 2,71)$$

$$= \pi(2,71) - \pi(-0,13)$$

$$= \pi(2,71) - 1 + \pi(0,13)$$

$$= 0,9966 - 1 + 0,5547$$

$$P(30 \leq X \leq 40) = 0,5483$$

١٣

١٣- احتمال أن تزيد الأجر بعد الترقية.

$$X \sim P(U_n = 4300, \sigma_n = 750)$$

١٤- حساب احتمال أن تتجاوز الزيادة في أجر محمد 5000 و 6000

$$P(X > 5000) = 1 - P(X \leq 5000) \\ = 1 - P\left(\frac{X-U_n}{\sigma_n} \leq \frac{5000-4300}{750}\right) \\ = 1 - P(Z \leq 0,93) \\ = 1 - \pi(0,93) = 1 - 0,8238$$

$$P(X > 5000) = 0,1762$$

١٥- إيجاد قيمة الزيادة في الأجر a

$$P(X > a) = 0,0228 \Rightarrow 1 - P(X \leq a) = 0,0228$$

$$\Rightarrow P(X \leq a) = 0,9772$$

$$\Rightarrow P\left(\frac{X-U_n}{\sigma_n} \leq \frac{a-4300}{750}\right) = 0,9772$$

$$\Rightarrow \pi\left(\frac{a-4300}{750}\right) = \pi(2)$$

$$\Rightarrow \frac{a-4300}{750} = 2 \Rightarrow \boxed{a = 5800}$$