

Interrogation : Méthodes Numériques.

Exercice (06 points) :

I. Soit l'équation suivante :

$$f(x) = x - \cos\left(\frac{1}{1+x}\right).$$

1. Montrer que $f(x) = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle $I = [0,1]$.
2. Déterminer le nombre minimal d'itérations nécessaires pour approcher, par la méthode de dichotomie avec une précision $\varepsilon = 10^{-6}$.
3. Calculer les quatre premières itérations en utilisant cette méthode avec quatre chiffres significatifs après la virgule.

II- 1. Écrire la suite de Newton associée à l'équation (1) dans l'intervalle I.

2. Vérifier les conditions d'application de la méthode de Newton.
3. Pour $x_0 = 1$, calculer les quatre premières itérations. Conclure.