SERIE 01

Exercice 01 :

Considérons l'équation non linéaire : $x^3 - x - 1 = 0$

1. Montrer qu'il existe au moins une solution dans l'intervalle [1,2].
2. Vérifier si cette solution est unique.
3. Quel est le nombre d'itérations nécessaires pour avoir une approximation à 10^{-2} près de la solution par la méthode de la bissection.
4. Donner une approximation cette solution.

Exercice 02 :

L'équation : $1 - xe^x = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle [0, 1].

- Appliquer la méthode de la bissection pour trouver une approximation de la solution de cette équation avec une précision de 10^{-3}.

Exercice 03 :

Considérons l'équation $\cos(x) - x = 0$.

1. Prouver que cette équation admet une solution dans l'intervalle [0,1].
2. Trouver une fonction g(x) garantissant la convergence de la méthode du point fixe.
3. Donner une approximation de la solution avec une précision $\varepsilon = 10^{-2}$ en prenant $x_0 = 0.5$

Exercice 04 :

Nous cherchons à résoudre l'équation $x^3 - x - 1 = 0$ en utilisant la méthode du point fixe sur l'intervalle [1,2].

1. Vérifier que la fonction $x = g(x) = \sqrt[3]{x+1}$ satisfait les conditions de convergence.
2. Déterminer la solution approximative dans le cas où la précision $\varepsilon = 10^{-2}$et $x_0 = 1.5$.
3. Comparer le nombre d'itérations obtenu avec celui de l'exercice 01. Conclure.

Exercice 05 :

Résoudre l'équation $x - 0.8 - 0.2sin(x) = 0$ en appliquant la méthode de Newton-Raphson sur l'intervalle $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$, avec une précision de $\varepsilon = 10^{-5}$ et une valeur initiale $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

Exercice 06 :

On souhaite évaluer la variable $\sqrt{a}$ par la méthode de Newton-Raphson.
1. Donner l'équation de récurrence de cette méthode.
2. On prend $a = 7$ et l'intervalle $[1, 4]$:
   a- Montrer que cette méthode converge vers une solution unique dans cet intervalle.
   b- Trouver les quatre premières itérations dans le cas où $x_0 = 1$ et $x_0 = 3$.